ЖУРНАЛ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ №3/2012

К ВОПРОСУ О ВЗАИМОСВЯЗИ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО МНОГОПРОДУКТОВОГО ПРОСТРАНСТВЕННО-РАССРЕДОТОЧЕННОГО РЫНКА И ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭТОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

А. Г. Коваленко

Из анализа математической модели многопродуктового рассредоточенного рынка (МРР) в равновесном состоянии и задачи централизованного управления (ЗЦУ) экономической системой делается вывод, что по критерию максимума прибыли централизованное управление не менее эффективно, чем децентрализованное. Однако если все агенты МРР совершенные конкуренты, то критерий оптимальности в равновесном состоянии совпадает с критерием оптимальности ЗЦУ.

Введение

В соответствии с первой теоремой экономики благосостояния, каждому равновесному по Вальрасу состоянию экономической системы соответствует эффективное по Парето состояние. И наоборот, если функции полезности вогнутые, а также является выпуклым множество производственных возможностей фирм, то для любого равновесного состояния по Парето существуют цены, при которых это состояние является равновесным по Вальрасу [1]. Согласно [2, 3], каждому слабоэффективному состоянию по Парето (а множество слабо эффективных состояний содержит множество эффективных состояний) соответствует оптимальное решение однокритериальной задачи с функционалом, являющимся линейной сверткой многокритериальной задачи. Таким образом, каждому равновесному по Вальрасу состоянию соответствует оптимальное решение некоторой однокритериальной задачи с функционалом, являющимся линейной сверткой критериев оптимальности субъектов экономической системы. В данной работе рассмотрен случай децентрализованных систем управления экономикой, описываемых моделью многопродуктового пространственно-рассредоточенного рынка совершенной конкуренции [4, 5], и централизованное управление всей системой. Показывается, что эффективность рынка совершенной конкуренции и системы централизованного управления пространственно-рассредоточенных систем совпадает. Также показывается, что в случае, если в децентрализованной системе управления существуют локальные рынки, не являющиеся рынками совершенной конкуренции, рассредоточенный рынок менее эффективен, чем централизованное управление.

1. Обозначения, постановка задач

Достаточно подробное описание модели однопродуктового рассредоточенного рынка приведено в [5], развитие модели многопродуктового рассредоточенного рынка и некоторые свойства приведены в [4], поэтому в данной работе приведем лишь математическую постановку, аналогичную постановке в [4], за исключением незначительных изменений, не меняющих смысл модели.

Основные обозначения. Пусть $G_s = \langle E_s, V_s, H_s \rangle$ — связный конечный ориентированный граф, описывающий структуру связей локальных рынков s-го продукта, E_s — множество вершин графа, V_s — множество дуг, H_s — отображение $H_s : V_s \to E_s \times E_s$, $s \in S = \{1, 2, 3, \ldots, m\}$, s, m — количество продуктов. Каждой дуге $v \in V_s$ отображение H_s ставит в соответствие упорядоченную пару $(h1(v), h2(v))$ вершин из E_s, $h1(v)$ — начало дуги v, $h2(v)$ — конец. Будем говорить, что из вершины i выходит дуга v, если $i = h1(v)$, и входит в вершину j, если $j = h2(v)$. Множество дуг, входящих в вершину i, обозначим через $V^+(i)$, множество дуг, выходящих из вершины i, обозначим через $V^-(i)$.

Вершинам $i \in E_s$ соответствуют локальные рынки купли-продажи s-го продукта, а также в этих вершинах расположены предприятия, выпускающие и продающие этот продукт. Дугам $v \in V_s$ соответствуют арбитражеры, которые покупают продукцию на рынке вершины $h1(v)$ и продают на рынке вершины $h2(v)$, если цена на рынке вершины $h2(v)$ больше цены вершины $h1(v)$, и наоборот, если цена на рынке вершины $h2(v)$ меньше цены вершины $h1(v)$.

Для описания потребления предприятиями введем для каждой вершины $i \in E_{s0}$, $s_0 \in S$, множество дополнительных дуг $V^+_D(i)$, которые бе-

рут начало в одной из вершин одного из множеств E_s и конец в вершине i. Для описания конечного потребления введем множество вершин $E_{\text{пот}}$, соответствующее конечному потребителю и для каждой вершины $i \in E_{\text{пот}}$ множество дополнительных дуг $V^+_D(i)$, которые также берут начало в одной из вершин одного из множеств E_s и конец в вершине i.

В дальнейшем будем применять следующие обозначения:

$V_D = \bigcup_{i \in E_{nom} \bigcup \left(\bigcup_{s \in S} E_s\right)} V_D^+(i)$, $G = \langle E, V, H \rangle$ — граф,

в котором $E = E_{nom} \bigcup \left(\bigcup_{s \in S} E_s\right)$, $V = V_D \bigcup \left(\bigcup_{s \in S} V_s\right)$, отображение H соответствует направлению дуг в $V_D \bigcup \left(\bigcup_{s \in S} V_s\right)$.

Таким образом, субъектами локального рынка вершины $i \in E \backslash E_{\text{пот}}$ являются:

1. Предприятия, расположенные в вершине i, производящие и продающие соответствующий продукт.

2. Предприятия других вершин j, которые через дуги, направленные в них, покупают продукцию вершины i.

3. Конечные потребители вершин $j \in E_{\text{пот}}$, которые через дуги, направленные в них, покупают продукцию вершины i.

4. Арбитражеры, которые либо покупают, либо продают продукцию в вершине i, в зависимости от знака разности цен на этот продукт в инцидентной вершине.

2. Описание математических моделей субъектов модели многопродуктового рассредоточенного рынка. Задача централизованного управления системой

Обозначим через P_i, $i \in E \backslash E_{\text{пот}}$ цену, по которой проходит обмен продуктом в вершине i, y_v — объем продукта, движущегося по дуге $v \in V$.

Задача арбитражера.

$$F_v = y_v(P_{h2(v)} - P_{h1(v)}) - \langle r_v, Pr_v \rangle \to \max, \quad v \in V \backslash V_D \tag{1}$$

при ограничениях

$$\bar{f}_v(y_v, r_v) \le 0, v \in V \backslash V_D, \tag{2}$$

где F_v — прибыль, получаемая арбитражером; y_v — объем перевозки; r_v — вектор объемов ресурсов, используемых им; Pr_v — вектор цен на эти ресурсы; $\bar{f}_v$ — вектор-функция, определяющая набор ограничений, в рамках которых функционирует арбитражер; 0_v — нуль-вектор, размерность которого равна размерности $\bar{f}_v$. Эти ограничения определяют его множество производственных возможностей. В качестве примера (2) можно привести следующие ограничения: $|y_v| \le f_v(r_v)$, $0_v \leqq r_v \leqq \bar{r}_v$, где f_v — производственная функция; $r_v = (K_v, L_v)^T$, $0_v = (0, 0)^T$, $\bar{r}_v = (\bar{K}_v, \bar{L}_v)^T$, K_v, L_v — соответственно объем фондов и труда, используемых арбитражером, $\bar{K}_v$, $\bar{L}_v$ — соответственно их предельный объем.

В дальнейшем будем считать, что все функции, входящие в компоненты вектор-функции $\bar{f}_v$, — выпуклые дифференцируемые функции.

Задача предприятия.

$$F_i = \eta_i P_i - \sum_{v \in V_D^+(i)} y_v P_{h1(v)} - \langle r_i, Pr_i \rangle \to max, i \in E_{s0}^{np} \tag{3}$$

при ограничениях

$$\bar{f}_i(\eta_i, (y_v : v \in V_D^+(i)), r_i) \le 0_i, i \in E_{s0}^{np}, \tag{4}$$

где F_i — прибыль предприятия; η_i — объем производства; y_v — факторы производства, приобретаемые предприятием по дугам $v \in V_D^+(i)$; r_i — вектор прочих объемов ресурсов (факторов производства), им используемых; Pr_i — вектор цен на эти ресурсы; $\bar{f}_i$ — вектор-функция, определяющая набор ограничений, в рамках которых функционирует предприятие; 0_i — нуль-вектор, размерность которого равна размерности $\bar{f}_i$. Эти ограничения определяют множество производственных возможностей предприятия.

В дальнейшем также будем считать, что все функции, входящие в компоненты вектор-функции $\bar{f}_i$ выпуклые дифференцируемые функции. Отметим также, что если в какой-то вершине предприятия нет, то из ограничений (4) следует, что $\eta_i \equiv 0$.

Задача конечного потребителя. Задачу потребителя рассмотрим в постановке

$$F_i = \sum_{v \in V_D^+(i)} P_{h1(v)} y_v \to \min, i \in E_{\text{пот}} \tag{5}$$

при условии, что полезность не меньше заданного уровня η_i, это ограничение запишем в виде

$$\bar{f}_i(\eta_i, (y_v : v \in V_D^+(i)), r_i) \le 0_i, \quad \eta_i \equiv \text{const}, i \in E_{\text{пот}}. \tag{6}$$

Параметр r_i добавлен для однообразия записи с (4).

Граничные условия.

$$P_i = PB_i, i \in E^1, \tag{7}$$

$$z_i = \text{B}_i, i \in E^2. \tag{8}$$

$$z_i = \Psi_i(P_i), i \in E^3, \tag{9}$$

$E^1 \cup E^2 \cup E^3 = E \backslash E_{\text{пот}}$, E^1 — множество вершин с фиксированной ценой и свободным (искомым) отбором продукта, E^2 — множество вершин с фиксированном отбором и свободной (искомой) ценой, E^3 — множество вершин с подвижной ценой и отбором.

Соотношения (7)–(9) определяют взаимосвязь моделируемой системы с внешними системами. Переменные z_i определяют объем внешнего потребления.

Балансовые соотношения. Будем говорить, что многопродуктовый рассредоточенный рынок находится в равновесном состоянии, если выполняется следующее балансовое соотношение:

$$z_i = \sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v - \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v + \eta_i, \quad i \in E \backslash E_{\text{пот}} \qquad (10)$$

Соотношения (1)–(10) входят в состав математической модели многопродуктового рассредоточенного рынка. Для полного определения модели необходимо задать уровень рыночной власти каждого субъекта каждого локального рынка $i \in E \backslash E_{\text{пот}}$, которые определят структуру локальных рынков (совершенная конкуренция, монополия, монопсония, олигополия и т. д.). На рынках совершенной конкуренции все субъекты являются ценополучателями, т. е. в соответствующих задачах переменные, соответствующие ценам, являются параметрами. Равновесное состояние устанавливается «невидимой рукой рынка».

Задача централизованного управления системой (ЗЦУ). Соотношения (2) и (4) представляют собой производственно-технологическую часть модели экономической системы, соотношения (6) задают потребление, (10) совместно с (7)–(9) определяют взаимодействие элементов системы между собой и внешними системами и должны выполняться также при централизованном управлении. Критерием оптимальности естественно взять прибыль, получаемую от ее функционировании. Таким образом, получаем задачу

$$F_0 = \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} z_i P_i - \sum_{v \in V \backslash V_D} \langle r_v, Pr_v \rangle - \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \langle r_i, Pr_i \rangle \to \max \qquad (11)$$

при ограничениях (2), (4), (6)–(9), (10).

3. Суммарная прибыль субъектов рассредоточенного рынка и прибыль системы

Рассмотрим взаимосвязь прибыли, получаемой в ЗЦУ, с прибылями, получаемыми субъектами рассредоточенного рынка.

Теорема 1. Какова бы ни была структура локального рынка $i \in E \backslash E_{\text{пот}}$ экономической системы, описываемой соотношениями (1)–(10), прибыль всей системы состоит из прибыли предприятий и арбитражеров за вычетом стоимости конечного потребления.

Доказательство. Умножим правую и левую части (10) на P_i и сложим по $i \in E \backslash E_{\text{пот}}$,

$$\sum_{i \in E \backslash E_{nom}} z_i P_i = \sum_{v \in V \backslash V_D} y_v (P_{h2(v)} - P_{h2(v)}) - \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v P_{h1(v)} + \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \eta_i P_i.$$

Так как $\bigcup_{i \in E \backslash E_{nom}} V_D^- = \left(\bigcup_{i \in E \backslash E_{nom}} V_D^+(i) \right) \bigcup \left(\bigcup_{i \in E_{nom}} V_D^+(i) \right)$, то

$$\sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v P_{h1(v)} = \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \sum_{v \in V_D^+(i)} y_v P_{h1(v)} + \sum_{i \in E_{nom}} \sum_{v \in V_D^+(i)} y_v P_{h1(v)}.$$

Поэтому

$$\sum_{i \in E \backslash E_{nom}} z_i P_i = \sum_{v \in V \backslash V_D} y_v (P_{h2(v)} - P_{h1(v)}) + \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \left\{ \eta_i P_i - \sum_{v \in V_D^+} y_v P_{h1(v)} \right\} - \sum_{i \in E_{nom}} \left\{ \eta_i P_i - \sum_{v \in V_D^+} y_v P_{h1(v)} \right\}.$$

Воспользовавшись (1), (3), (5), получим

$$\sum_{i \in E \backslash E_{nom}} z_i = \sum_{v \in V \backslash V_D} \left(F_v + \langle r_v, Pr_v \rangle \right) + \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \left(F_i + \langle r_i, Pr_i \rangle \right) - \sum_{i \in E_{nom}} F_i,$$

или

$$\sum_{i \in E \backslash E_{nom}} z_i - \sum_{v \in V \backslash V_D} \langle r_v, Pr_v \rangle - \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} \langle r_i, Pr_i \rangle = \sum_{v \in V \backslash V_D} F_v + \sum_{i \in E \backslash E_{nom}} F_i - \sum_{i \in E_{nom}} F_i.$$

Левая часть этого равенства представляет собой прибыль, которую получает в целом экономическая система при ее функционирова-

нии и взаимодействии с внешними системами. Обозначив левую часть этого равенства через F_0, его можно записать как

$$F_0 = \sum_{v \in V \setminus V_D} F_v + \sum_{i \in E \setminus E_{пот}} F_i - \sum_{i \in E_{пот}} F_i. \qquad (12)$$

Таким образом, получаем требуемое.

Сравним максимальное значение прибыли в ЗЦУ со значением прибыли системы, которое может быть получено в равновесных состояниях при различных стратегиях поведения субъектов локальных рынков.

Теорема 2. Какова бы ни была стратегия поведения субъектов локальных рынков $i \in E \setminus E_{пот}$ экономической системы, описываемой соотношениями (1)–(10), прибыль всей системы не превосходит максимальной прибыли в задаче централизованного управления.

Доказательство непосредственно следует из того, что в любом равновесном состоянии решение удовлетворяет ограничениям (2), (4), (6)–(9), (10), т. е. является допустимым для ЗЦУ.

4. Сравнение оптимального решения задачи централизованного управления с равновесным состоянием многопродуктового рассредоточенного рынка при конкурентном взаимодействии его субъектов

В работах по микроэкономике, и в частности в [2], приведены доказательства того, что наиболее эффективной структурой рынка является рынок совершенной конкуренции.

Теорема 3. Если все локальные рынки являются рынками совершенной конкуренции, то оптимальное решение ЗЦУ совпадает с равновесным состоянием многопродуктового рассредоточенного рынка.

Доказательство. Приведем критерий оптимальности ЗЦУ, а также критерии оптимальности агентов локальных рынков в равновесном состоянии, и сравним их.

I. Рассмотрим задачу централизованного управления экономической системой, т. е. задачу максимизации функционала (11) при ограничениях (2), (4), (6)-(10). Приведем критерий оптимальности этой задачи, основанный на методе множителей Лагранжа.

Подставим в (11) и соотношения (10) граничные условия (7)–(9), получим

$$F = \sum_{i \in E^1} z_i\, PB_i + \sum_{i \in E^2} B_i P_i + \sum_{i \in E^3} \Psi_i(P_i)\, P_i - \sum_{v \in V \setminus V_D} \langle r_v, Pr_v \rangle - \sum_{i \in E \setminus E_{пот}} \langle r_i, Pr_i \rangle, \qquad (13)$$

$$\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v - \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v + \eta_i - z_i = 0,\ i \in E^1, \qquad (14)$$

$$\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v - \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v + \eta_i - B_i = 0,\ i \in E^2, \qquad (15)$$

$$\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v - \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v + \eta_i - \Psi_i(P_i) = 0,\ i \in E^3. \qquad (16)$$

Тогда рассматриваемую задачу можно сформулировать как задачу максимизации функционала (13) при ограничениях (2), (4), (6), (14)–(16). Оптимизация проводится по переменным

$z_i,\ i \in E^1;\ y_v,\ v \in V \setminus V_D;\ y_v,\ v \in V_D;$

$\eta_i,\ i \in E^1 \cup E^2 \cup E^3;\ r_v,\ v \in V \setminus V_D;\ r_i,\ i \in E \setminus E_{пот}.$

Введем следующие переменные (множители Лагранжа):

— $\lambda_i,\ i \in E \setminus E_{пот}$, λ_i — любое действительное число, (17)

— $\xi_v \geqq 0_v,\ v \in V \setminus V_D$, (18)

— $\xi_i \geq 0_i,\ i \in E \setminus E_{пот}$, (19)

– $\xi_i \geq 0_i,\ i \in E_{пот}$. (20)

Установим между множителями Лагранжа и ограничениями (2), (4), (6), (14)–(16) взаимно однозначное соответствие: (17) ⇔ (14)–(16), (18) ⇔ (2), (19) ⇔ (4), (20) ⇔ (6), где «⇔» — знак соответствия. Выпишем для рассматриваемой задачи (13), (2), (4), (6), (14)–(16) функцию Лагранжа

$$\begin{aligned}
\Lambda = &-\sum_{i \in E^1} z_i PB_i - \sum_{i \in E^2} B_i P_i - \sum_{i \in E^3} \Psi_i(P_i) P_i + \\
&+ \sum_{v \in V \setminus V_D} \langle r_v, Pr_v \rangle + \sum_{i \in E \setminus E_{пот}} \langle r_i, Pr_i \rangle + \\
&+ \sum_{i \in E^1} \lambda_i \left(\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v - \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v + \eta_i - z_i \right) + \\
&+ \sum_{i \in E^2} \lambda_i \left(\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v - \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v + \eta_i - B_i \right) + \\
&+ \sum_{i \in E^3} \lambda_i \left(\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v - \sum_{v \in V_D^-(i)} y_v + \eta_i - \Psi_i(P_i) \right) + \\
&+ \sum_{v \in V \setminus V_D} \left\langle \xi_v, \overline{f}_v(y_v, r_v) \right\rangle + \\
&+ \sum_{i \in E \setminus E_{пот}} \left\langle \xi_i, \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v \in V_D^+(i)\right), r_i\right) \right\rangle + \\
&+ \sum_{i \in E_{пот}} \left\langle \xi_i, \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v \in V_D^+(i)\right), r_i\right) \right\rangle, \\
&\eta_i = const, i \in E_{пот}.
\end{aligned}$$

Необходимые и достаточные условия экстремума будут иметь вид:

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial z_i}=-PB_i-\lambda_i=0,\ i\in E^1, \tag{21}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial y_v}=\lambda_{h2(v)}-\lambda_{h1(v)}+$$

$$+\left\langle\xi_v,\frac{\partial\overline{f}_v(y_v,r_v)}{\partial y_v}\right\rangle=0,\ v\in V\backslash V_D, \tag{22}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial y_v}=-\lambda_{h1(v)}+$$

$$+\left\langle\xi_{h2(v)},\frac{\partial\overline{f}_{h2(v)s}\left(\eta_{h2(v)},\left(y_u:u\in V_D^+(h2(v))\right),r_{h2(v)}\right)}{\partial y_v}\right\rangle=$$

$$=0,\ v\in V_D, \tag{23}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\eta_i}=\lambda_i+\left\langle\xi_i,\frac{\partial\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v\in V_D^+(i)\right),r_i\right)}{\partial\eta_i}\right\rangle=0,$$

$$i\in E\backslash E_{\text{пот}}, \tag{24}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial r_v}=Pr_v+\xi_v\times\frac{\partial\overline{f}_v(y_v,r_v)}{\partial r_v}=0,\ v\in V\backslash V_D, \tag{25}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial r_i}=Pr_i+\xi_i\times\frac{\partial\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v\in V_D^+(i)\right),r_i\right)}{\partial r_i}=0,$$

$$i\in E\backslash E_{\text{пот}}, \tag{26}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\lambda_i}=\sum_{v\in V^+(i)}y_v-\sum_{v\in V^-(i)}y_v-\sum_{v\in V_D^-(i)}y_v+$$

$$+\eta_i-z_i=0,\ i\in E^1, \tag{27}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\lambda_i}=\sum_{v\in V^+(i)}y_v-\sum_{v\in V^-(i)}y_v-\sum_{v\in V_D^-(i)}y_v+$$

$$+\eta_i-B_i=0,\ i\in E^2 \tag{28}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\lambda_i}=\sum_{v\in V^+(i)}y_v-\sum_{v\in V^-(i)}y_v-\sum_{v\in V_D^-(i)}y_v+\eta_i-\Psi_i(P_i)=0,$$

$$i\in E^3, \tag{29}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\xi_v}=\overline{f}_v\left(y_v,r_v\right)\leqq 0_v,\ v\in V\backslash V_D, \tag{30}$$

$$\left\langle\frac{\partial\Lambda}{\partial\xi_v},\xi_v\right\rangle=\left\langle\overline{f}_v\left(y_v,r_v\right),\xi_v\right\rangle=0,\ v\in V\backslash V_D, \tag{31}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\xi_i}=\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v\in V_D^+(i)\right),r_i\right)\leqq 0_i,\ i\in \mathrm{E}, \tag{32}$$

$$\left\langle\frac{\partial\Lambda}{\partial\xi_i},\xi_i\right\rangle=\left\langle\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v\in V_D^+(i)\right),r_i\right),\xi_i\right\rangle=0,$$

$$i\in \mathrm{E}. \tag{33}$$

II. Рассмотрим математическую модель многопродуктового рассредоточенного рынка, описанную соотношениями (1)–(10), когда каждый локальный рынок является рынком совершенной конкуренции. С поведенческой стороны субъектов рынка это означает, что все они являются ценополучателями, и для принятия решения по экстремальным задачам, в которых цены на покупаемую и продаваемую продукцию, цены на факторы производства являются внешними параметрами, не проводится оптимизация. Выпишем критерии оптимальности для каждого субъекта рынка, основанные на методе множителей Лагранжа, используя приведенные здесь соображения.

Задача арбитражера, $v\in V\backslash V_D$. Функция Лагранжа:

$$Л_v=-y_v\left(P_{h2(v)}-P_{h1(v)}\right)+\left\langle r_v,Pr_v\right\rangle+\left\langle\mu_v,\overline{f}_v(y_v,r_v)\right\rangle,$$

$$\mu_v\geqq 0_v,\ v\in V\backslash V_D \tag{34}$$

Необходимые и достаточные условия экстремума:

$$\frac{\partial Л_v}{\partial y_v}=-\left(P_{h2(v)}-P_{h1(v)}\right)+\left\langle\mu_v,\frac{\partial\overline{f}_v(y_v,r_v)}{\partial y_v}\right\rangle, \tag{35}$$

$$\frac{\partial Л_v}{\partial\mu_v}=\overline{f}_v(y_v,r_v)\leqq 0_v, \tag{36}$$

$$\left\langle\frac{\partial Л_v}{\partial\mu_v},\mu_v\right\rangle=\left\langle\overline{f}_v(y_v,r_v),\mu_v\right\rangle=0, \tag{37}$$

$$\frac{\partial Л_v}{\partial r_v}=Pr_v+\mu_v\times\frac{\partial\overline{f}_v(y_v,r_v)}{\partial r_v}=0_v, \tag{38}$$

$$\mu_v\geqq 0_v \tag{39}$$

Задача предприятия, $i\in E\backslash E_{\text{пот}}$. Функция Лагранжа:

$$Л_i=-\eta_iP_i+\sum_{v\in V_D^+(i)}y_vP_{h1(v)}+\left\langle r_i,Pr_i\right\rangle+$$

$$+\left\langle\mu_i,\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v\in V_D^+(i)\right),r_i\right)\right\rangle,\ \mu_i\geqq 0_i.$$

Необходимые и достаточные условия экстремума:

$$\frac{\partial Л_i}{\partial\eta_i}=-P_i+\left\langle\mu_i,\frac{\partial\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v:V_D^+(i)\right),r_i\right)}{\partial\eta_i}\right\rangle, \tag{40}$$

$$\frac{\partial Л_i}{\partial r_i}=Pr_i+\mu_i\times\frac{\partial\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v:V_D^+(i)\right),r_i\right)}{\partial r_i}, \tag{41}$$

$$\frac{\partial Л_i}{\partial\mu_i}=\overline{f}_i\left(\eta_i,\left(y_v:v:V_D^+(i)\right),r_i\right)\leqq 0_i, \tag{42}$$

$$\left\langle \frac{\partial Л_i}{\partial \mu_i}, \mu_i \right\rangle = \left\langle \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v : V_D^+(i)\right), r_i\right), \mu_i \right\rangle = 0_i, \quad (43)$$

$$\mu_i \geqq 0_i, \quad (44)$$

$$\frac{\partial Л_i}{\partial y_v} = P_{h1(v)} + \left\langle \mu_i, \frac{\partial \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v : V_D^+(i)\right), r_i\right)}{\partial y_v} \right\rangle = 0, \quad v \in V_D^+(i) \quad (45)$$

Задача конечного потребителя $i \in E_{\text{пот}}$. Функция Лагранжа:

$$Л_i = \sum_{v \in V_D^+} P_{h1(v)} y_v + \left\langle \mu_i, \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v \in V_D^+(i)\right), r_i\right) \right\rangle$$

$$\mu_i \geqq 0, \ \eta_i \equiv \text{const}.$$

Необходимые и достаточные условия экстремума

$$\frac{\partial Л_i}{\partial \mu_i} = \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v \in V_D^+(i)\right), r_i\right) \leqq 0_i, \quad (46)$$

$$\left\langle \frac{\partial Л_i}{\partial \mu_i}, \mu_i \right\rangle = \left\langle \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v \in V_D^+(i)\right), r_i\right), \mu_i \right\rangle = 0, \quad (47)$$

$$\mu_i \geqq 0_i, \quad (48)$$

$$\frac{\partial Л_i}{\partial y_v} = P_{h1(v)} + \left\langle \mu_i, \frac{\partial \overline{f}_i\left(\eta_i, \left(y_v : v \in V_D^+(i)\right), r_i\right)}{\partial y_v} \right\rangle = 0, \quad v \in V_D^+(i) \quad (49)$$

III. Сравним получившиеся необходимые и достаточные условия оптимальности ЗЦУ. Положим $P_i = -\lambda_i$, $i \in E \backslash E_{\text{пот}}$; $\mu_v = \xi_v$, $v \in V \backslash V_D$, $\mu_i = \xi_i$, $i \in E$, тогда соотношения (35)~(22), (36)~(30), (37)~(31), (38)~(25), (39)~(18), (42) и (46)~(32), (45) и (49)~(23), (43) и (47)~(33), (40)~(24), (41)~(26), (19)~(44), (20)~(48), где «~» — знак эквивалентности. Кроме рассмотренных экстремальных задач, в модели многопродуктового рассредоточенного рынка должны выполняться граничные условия (7)–(9) и балансовые соотношения (10), которые эквивалентны (27)–(29).

Из эквивалентности необходимых и достаточных условий состояния равновесия в модели многопродуктового рассредоточенного рынка и условий оптимальности ЗЦУ следует справедливость теоремы.

Заключение

Вопрос о том, какая система управления экономикой эффективнее — децентрализованная или централизованная — один из наиболее актуальных в новейшей истории. Одной из причин распада Советского Союза, а также блока стран социалистического лагеря с их переходом от централизованного к децентрализованным (рыночным) системам явилась нерешенность этого вопроса. Однако опыт последнего десятилетия перехода экономики в России на рыночный путь не оправдал ожиданий. Возникает естественный вопрос: действительно ли рыночная система эффективнее системы централизованного управления и какие факторы влияют на эту эффективность? В настоящее время в рамках экономических реформ проводится дальнейшее разбиение крупных производственных объединений на отдельные предприятия. Будет ли это разбиение эффективным?

Вполне понятно, что доказанные теоремы не отвечают в полном объеме на эти вопросы. Существует множество факторов, которые влияют на эффективность систем управления, но не отражены в моделях. Так, например, неявно предполагается, что при централизованном управлении центр обладает полной информацией об управляемой системе, заинтересован в выполнении критерия оптимальности, умеет решать ЗЦУ. Для децентрализованного управления такой информированности не требуется. Каждому субъекту рассредоточенного рынка совершенной конкуренции достаточно знать только о ценах в ближайшем его окружении, размерность решаемой задачи может быть достаточно малой, что делает реальным ее решение. Однако здесь возникает ряд проблем, например, связанных с поведением системы после выхода ее из состояния равновесия, скоростью перехода в новое состояние равновесия, да и самой возможностью такого перехода. Все эти проблемы значительно усложняются с ростом размерности экономической системы. Возможно, как раз это является одной из причин неэффективности экономических реформ в России.

И тем не менее, какие предложения можно выработать на основе полученных результатов? Согласно теореме 3, условия оптимальности ЗЦУ и совокупность условий оптимальности агентов МРР в состоянии равновесия совпадают с точностью до обозначений, причем множители Лагранжа λ_i в ЗЦУ являются важнейшим параметром описания состояния рынка — ценой товара. Эти факты позволяют заключить, что для синтеза оптимальной системы управления необходимо совмещение централизованного уп-

равления с конкурентным децентрализованным. Пункты, в которых очень большое количество продавцов и покупателей, отдаются на откуп «невидимой руке рынка», остальные находятся под централизованным управлением.

Список источников

1. *Вериан Х.* Микроэкономика, промежуточный уровень, современный подход. — М.: ЮНИТИ, 1997.

2. *Гальперин В. М.*, *Игнатьев С. М.*, *Моргунов В. И.* Микроэкономика: в 2-х т. / Общ. ред. Гальперина В. М. — СПб.: Экономическая школа, 2000. — Т. 2. — 503 с.

3. *Карлин С.* Математические методы в теории игр, программировании и экономике. — М.: Мир, 1964.

4. *Коваленко А. Г.* Математические модели межотраслевого баланса в условиях рассредоточенного рынка // Экономика и математические методы. — 2001. — Т. 37. — №2. — С. 92-105.

5. *Коваленко А. Г.* О математическом моделировании рассредоточенного рынка. // Экономика и математические методы. — 1999. — Т. 35, — №3. — С. 108-115.

6. *Коваленко А. Г.* Элементы выпуклого векторного программирования. — Куйбышев: Куйбышевский гос. ун-т, 1990.

7. *Никайдо Х.* Выпуклые структуры и математическая экономика. — М., Мир, 1972. — 514 с.

УДК 368.1:519.22

ключевые слова: децентрализованные системы управления, централизованные системы управления, многопродуктовый рассредоточенный рынок, рынки совершенной конкуренции, равновесие, равновесные цены, метод множителей Лагранжа, потребитель, производитель, арбитражер