ЖУРНАЛ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ №2/2010

УДК 330.16
ключевые слова: математическая модель, экономическое поведение покупателя, уравнение индивидуального спроса, эффект Гиффена

А. Г. Дмитриев, Т. А. Козелецкая, Е. А. Герман

ТЕОРИЯ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА: КРИВАЯ ИНДИВИДУАЛЬНОГО СПРОСА И ЭФФЕКТ ГИФФЕНА

На основе кардиналистского уравнения полезности впервые получена кусочно-непрерывная функция индивидуального спроса некоторого блага. Показано, что возможно увеличение потребления благ при росте их цен. Получены количественные соотношения, определяющие этот эффект.

Экспериментальное наблюдение эффекта Гиффена

В разные периоды развития экономической теории универсальный закон спроса (отрицательный наклон кривой спроса) рассматривался и как детерминистский, не имеющий исключений, и как статистический, имеющий вероятность наблюдения, близкую к единице, но не равную ей. В подтверждение второй точки зрения указывают на так называемый эффект (парадокс, товар) Гиффена, когда во время ирландского голода 1845–1849 гг. потребление картофеля возросло при более высокой его цене. Разными авторами эффект Гиффена рассматривается и как гипотеза, и как эмпирический факт и даже как теоретический курьез [1, с. 228–230].

Нобелевский лауреат Стиглер [6], отмечал, что Гиффен никогда не давал формулировки этого парадокса. Стиглер считал пример с картофелем, растиражированный в учебниках, никуда не годным, т. к. нет подтверждений того, что во время голода 1845–1849 гг. ирландцы действительно потребляли картофеля больше, хотя он и был для них основным продуктом питания. Стиглер считал, что подорожание картофеля произошло просто потому, что резко сократилось предложение из-за нашествия фитофторы.

В литературе имеется еще и мнение, что других примеров товара Гиффена найти практически невозможно. При современном ассортименте потребительских благ вероятность (!?) появления товара Гиффена мала. Присутствует также мнение, что сам парадокс Гиффена является не более как занимательной аномалией, приносящей пользу лишь при проверке понимания студентами тонкостей эффектов дохода и замещения [5].

Однако приверженцы нового направления экономической науки — экспериментальной экономики[1] Йенсен и Миллер пытались найти эмпирические подтверждение (или опровержение) исключению из универсального закона спроса [5]. Они несколько лет искали проявления эффекта Гиффена в данных о потреблении китайских бедняков в естественных условиях и терпели неудачу. После этого они поставили эксперимент. За счет пяти американских фондов они почти полгода дотировали основные продукты питания более 1300 небогатых китайских домохозяйств. Среди подопытных домохозяйств в небольших городках распространили купоны на рис, муку и зерно. Одни семьи получили возможность приобретать продукты со скидкой 10%, другие — 20%, третьи — 30%. Купоны распространялись среди домохозяйств с разным достатком. Во избежание злоупотреблений количество дешевых продуктов ограничили двойной нормой потребления. В обмен на скидку китайские горожане должны были подробно отчитываться, сообщая о том, что, когда и в каких количествах они ели.

Результаты эксперимента показали, что китайцы в провинции Ганьсу изменили свое потребление в соответствии с эффектом Гиффена. Хотя средний эффект по всем домохозяйствам был небольшим, семьи, у которых 70–80% всего рациона по калорийности приходилось на рис, стали потреблять его заметно меньше. На каждый процент снижения цены потребление риса уменьшалось на 0,5% (положительный наклон кривой спроса). При этом потребление свинины, самого доступного мяса, возрастало. В другой провинции наблюдалось аналогичное уменьшение потребления зерна.

В такой постановке эксперимент Йенсена и Миллера хотя на прямую и не моделирует ситуацию упоминавшегося ирладского голода, но не вызывает сомнений, что после прекращения дотирования, а это эквивалентно повышению цен, потребление этих товаров вернулось на прежний уровень, т. е. возросло. Такая постэкспериментальная ситуация также характеризуется

[1] За работы в этом направлении Вернон Смит в 2002 г. был удостоен Нобелевской премии [3].

кривой спроса с положительным наклоном и аналогична ирландской истории с картофелем, если не принимать во внимание сомнения Стиглера относительно увеличения потребления картофеля ирландцами в тот период.

Однако, как бы там ни было в период ирландского голода 1845–1849 гг., результаты эксперимента Йенсена и Миллера показывают, что увеличение спроса с ростом цены (эффект Гиффена) вполне реально и, следовательно, нуждается в теоретическом осмыслении. На уровне предварительных суждений это было сделано еще Маршаллом, который считал, что вынужденное увеличение потребления низкого блага, несмотря на рост его цены, возможно при уменьшении потребления более качественного из-за нехватки денег на его приобретение.

При наличии даже такой, очень схематической модели, следовало бы не прятаться за ширмой вероятности, объявляя закон рыночного спроса статистическим, а оставаясь в рамках детерминистского подхода, предпринять попытки связать его с поведенческими моделями потребителя.

Ниже мы попытаемся сделать это, используя представления об экономическом поведении индивида на рынке.

Кривая индивидуального спроса

Используем общепринятую концепцию о максимизации общей полезности и сформулируем уточненную математическую модель экономического поведения индивида на потребительском рынке.

Прежде всего, отметим, что количество любого блага (x_i), потребленного за любой конечный интервал времени любым индивидуальным потребителем ограничено сверху, т. е.

$$x_i < x_i^{sat}, \tag{1}$$

где x_i^{sat} — количество блага потребляемого (покупаемого) за некоторый период времени, соответствующее полному удовлетворению потребности в нем. Это количество будем называть ***насыщающим количеством*** (*saturating quantity*).

Затем, как это и принято, учтем, что потребитель ограничен в своих финансовых возможностях, и запишем уравнение бюджетных ограничений:

$$M = \sum_{i=1}^{N} c_i x_i, \tag{2}$$

где M — располагаемый доход за рассматриваемый интервал времени, c_i — цена i-го блага.

Далее воспользуемся уравнением кардиналистской полезности:

$$U = \sum_{i=1}^{N} k_i \ln \frac{x_i}{x_{0_i}}, \tag{3}$$

в этом уравнении U — общая полезность (ощущение удовлетворения от потребления благ), x_i — количество потребления некоторого блага за некоторый интервал времени (количество i-го блага), x_{0_i} — уровень его нейтрального потребления, N — число потребляемых благ, k_i — коэффициент удовлетворения.

Кардиналистское уравнение полезности (3) отличается от всех известных порядковых функций полезности [2] наличием параметра x_{0_i}, который учитывает возможность существования отрицательной полезности. При потреблении блага в количестве, меньшем, чем его уровень нейтрального потребления (т. е. при $x_i < x_{0_i}$) соответствующее слагаемое в (3) становится отрицательным. Это означает, что ощущение удовлетворения от потребления этого блага сменяется на ощущение неудовлетворенности (отрицательная полезность). Формально это отражается появлением отрицательных слагаемых в сумме общей полезности.

Не вызывает сомнения, что если $x_i < x_{0_i}$, то потребитель перестанет покупать такое благо. Поэтому в математической модели потребительского поведения такие уровни потребления следует исключить, т. е. модель следует дополнить неравенством:

$$x_i > x_{0i}. \tag{4}$$

Таким образом, математическую модель потребительского поведения можно представить в виде двух уравнений и двух неравенств:

$$\begin{cases} U = \sum_{i=1}^{N} k_i \ln \frac{x_i}{x_{0_i}} \ldots\ldots \mapsto \ldots. \max \\ M = \sum_{i=1}^{N} c_i \cdot x_i \\ x_i > x_{0i} \\ x_i < x_i^{sat}. \end{cases} \tag{5}$$

Математическое описание экономического поведения индивида сводится к решению системы (5), т. е. к отысканию условного максимума функции многих переменных (3) при наличии бюджетных ограничений (2) с учетом неравенств (1) и (4).

С помощью метода Лагранжа нетрудно получить условия максимума полезности:

$$x_i = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^{N} k} \cdot \frac{M}{c_i}. \tag{6}$$

Тогда в (5) вместо первых двух уравнений можно записать (6), что приводит к системе:

$$\begin{cases} x_i = \dfrac{k_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} k} \cdot \dfrac{M}{c_i} \\ x_i > x_{0i} \\ x_i < x_i^{sat}. \end{cases} \qquad (7)$$

Учитывая, что при $x_i < x_{0_i}$ потребитель перестанет покупать такое благо, ее можно несколько видоизменить, выделив на зависимости $x_i(c_i)$, характерные точки, определяемые неравенствами в (7).

Ограничение $x_i > x_{0_i}$ определяет ***критическую цену*** c_i^{cr}, при превышении которой потребитель перестает покупать благо. Она определяется из (6) и имеет значение:

$$c_i^{cr} = \frac{k_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} k_i} \cdot \frac{M}{x_{0_i}}. \qquad (8)$$

Область допустимых значений цен блага, при которых потребитель совершает его покупку, определяется неравенством $0 < c_i < c_i^{cr}$. Точка с координатами $(c_i^{cr}; x_{0i})$ является характерной точкой зависимости $x_i(c_i)$ и может быть названа ***критической точкой***, в которой зависимость изменяется качественным образом. Она скачкообразно падает до нуля.

В области низких цен можно указать другую характерную точку. Существование насыщающего количества блага x_i^{sat} определяет нижнюю границу интервала цен, внутри которого потребитель делает выбор в условиях бюджетных ограничений. Эта нижняя граница (цена насыщающего количества блага или цена удовлетворенного спроса на данное благо) может быть получена так же из (6):

$$c_i^{sat} = \frac{k_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} k_i} \cdot \frac{M}{x_i^{sat}}. \qquad (9)$$

Точка с координатами $(c_i^{sat}; x_i^{sat})$ может быть названа ***точкой перехода*** от удовлетворенного спроса на благо (насыщенного потребления) к ненасыщенному потреблению.

Если ввести в рассмотрение безразмерный коэффициент:

$$\delta_i = \frac{k_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} k_i}, \qquad (10)$$

экономический смысл которого будет обсужден ниже, то с учетом соотношений (8), (9) и (10) зависимость $x_i(c_i)$ кусочно можно представить в виде:

$$x_i = \begin{cases} x_i^{sat}; & при\ \ 0 < c_i < \delta_i M / x_i^{sat} \\ \delta_i \dfrac{M}{c_i}; & при\ \delta_i M / x_i^{sat} < c_i < \delta_i M / x_{0i} \\ 0; & при\ c_i > \delta_i M / x_{0i}, \end{cases} \qquad (11)$$

ее можно называть ***функцией индивидуального спроса***. Ее графическое изображение приведено на рис 1.

Прежде чем обсуждать детали кривой индивидуального спроса, выясним экономический смысл коэффициента δ. Отметим, что каждый из коэффициентов δ_i положителен и меньше единицы, т. е. $(0 < \delta_i < 1)$. Это видно из соотношения (10), поскольку $k_i > 0$, а числитель

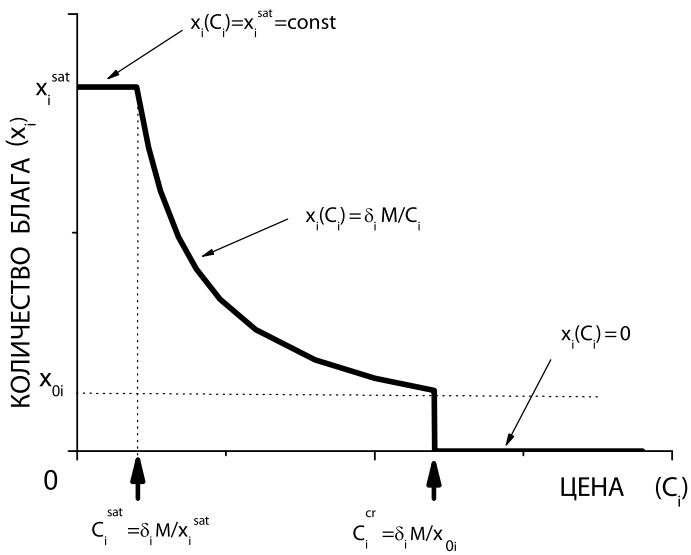


Рис. 1. *Кривая индивидуального спроса некоторого блага*

меньше знаменателя. Если (6) переписать с использованием (10), то получим:

$$x_i = \frac{\delta_i M}{c_i}, \qquad (12)$$

из которого видно, что на покупку *i*-го блага его по цене c_i индивид расходует денежную сумму $\delta_i M$, которая составляет некоторую долю (δ_i) от располагаемого дохода (M). На покупку другого блага индивид *выделяет* другую долю (δ_j) своего дохода. Сказанное дает основание называть коэффициент δ_i ***коэффициентом выбора***. Отметим, что в соответствии с (10) отношение двух любых коэффициентов выбора равно отношению соответствующих коэффициентов удовлетворения, т. е.:

$$\frac{\delta_l}{\delta_m} = \frac{k_l}{k_m}. \qquad (13)$$

Если теперь обратиться к кривой индивидуального спроса, то нетрудно увидеть, что вопрос о количестве покупаемого блага индивид решает лишь в тех случаях, когда цена блага находится в интервале $c_i^{sat} < c_i < c_i^{cr}$. В этом случае потребитель делает выбор соответствующего количества блага, исходя из выделенной на приобретение этого блага суммы денег $\delta_i M$. Если при такой выделенной сумме цена превысит критическую ($c_i > c_i^{cr}$), то такое благо индивид не покупает. При этом «высвобождается» некоторая сумма денег ($\delta_i M$). По усмотрению индивида она может быть потрачена на приобретение других благ.

В интервале цен $0 < c_i < c_i^{sat}$ выделенной суммы достаточно, чтобы купленное количество блага в полной мере удовлетворило потребность индивида в нем. Уменьшение цены в пределах этого интервала приведет к высвобождению некоторого количества денег, которые будут использованы на приобретение других благ, уровень потребления которых меньше их насыщающего количества. Примером блага, потребность в котором удовлетворена в полной мере, может служить пищевая поваренная соль (NaCl). Изменение ее цены не влияет на количество ее потребления, а ведет к перераспределению располагаемого дохода (к изменению коэффициентов выбора δ_i).

Скачкообразное падение индивидуального спроса на некоторое благо до нуля, вызванное превышением его цены уровня c_i^{cr} дает возможность построить количественную модель эффекта Гиффена.

Эффект Гиффена

Рассмотрим ситуацию, когда цены на все блага возрастают. При этом в долгосрочном периоде могут изменяться и доход и предпочтения потребителя. Допустим, в текущем периоде доход индивида имеет некоторое значение M, и его предпочтения отображены коэффициентами выбора δ_i.

Для простоты вначале будем иметь в виду лишь два *взаимозаменяемых* блага, предназначенных для удовлетворения некоторой потребности. Например, картофель и мясо, которые упоминались в случае ирландского голода 1845–1849 гг. В списке многочисленных благ, потребляемых индивидом, присвоим им номера n и m соответственно. Зависимость потребления каждого из них от цены определяется соответствующими кривыми спроса, аналогичными показанной на рис. 1.

Если в текущем периоде цены каждого из выбранных благ не превышают критических ($c_n < c_n^{cr}$ и $c_m < c_m^{cr}$), то на приобретение каждого из них потребитель выделяет соответствующую долю (δ_n) и (δ_m) располагаемого дохода и покупает их в соответствующих (12) количествах (x_n и x_m).

При увеличении цен этих благ на Δc_n и Δc_m соответственно может оказаться, что новая цена одного из взаимозаменяемых благ превысила критическую, а другого еще нет, т. е. новые цены установились на уровне $(c_n + \Delta c_n) < c_n^{cr}$, а $(c_m + \Delta c_m) > c_m^{cr}$. Будем считать, что доход при этом не изменяется.

В соответствии с (12), до повышения цен[1] первое благо покупалось в количестве $x_n^{(1)}$ единиц, а второе в количестве $x_m^{(1)}$. После повышения цен[2] ситуация изменится. Второе благо индивид покупать перестанет, т. к. его новая цена превышает критическую ($x_m^{(2)} = 0$). При этом оказываются неизрасходованными деньги в сумме $c_m x_m^{(1)} = \delta_m M$ рублей. Они могут быть потрачены на приобретение других благ. Будем считать, что они потрачены на приобретение взаимозаменяемого блага по его новой цене. При этом его количество ($x_n^{(2)}$) будет определяться соотношением:

$$x_n^{(2)} = \frac{\delta_n M + \delta_m M}{c_n + \Delta c_n} = \frac{(\delta_n + \delta_m) M}{c_n + \Delta c_n}. \qquad (14)$$

Это соотношение можно рассматривать как свидетельство изменения потребительских

[1] Отражено верхним индексом (1).

[2] Отражено верхним индексом (2).

предпочтений в отношении n-блага и m-блага при повышении их цен. Сумму коэффициентов выбора ($\delta_n + \delta_m$) в (14) можно рассматривать как новый коэффициент выбора n-блага (δ_n^{new}), т. е. считать, что $\delta_n^{new} = \delta_n + \delta_m$. При этом новый коэффициент выбора m-блага $\delta_m^{new} = 0$. Если учесть связь между коэффициентом выбора и коэффициентом удовлетворения, представленную соотношением (10), то можно говорить об изменении коэффициентов удовлетворения: $k_n^{new} = k_n + k_m$, $k_m^{new} = 0$.

При отказе от потребления m-блага приращение потребления n-блага (Δx_n) составит:

$$\Delta x_n = x_n^{(2)} - x_n^{(1)} = \frac{(\delta_n + \delta_m)M}{c_n + \Delta c_n} - \frac{\delta_n M}{c_n}, \qquad (15)$$

что после тождественных преобразований приводит к соотношению:

$$\Delta x_n = \frac{\delta_n M}{c_n + \Delta c_n}\left(\frac{\delta_m}{\delta_n} - \frac{\Delta c_n}{c_n}\right). \qquad (16)$$

Из (16) видно, что увеличение потребления n-блага ($\Delta x_n > 0$) при росте его цены ($\Delta c_n > 0$) будет иметь место при условии, что:

$$\frac{\Delta c_n}{c_n} < \frac{\delta_m}{\delta_n}, \qquad (17)$$

т. е. относительное увеличение цены покупаемого блага не превышает отношения коэффициента выбора блага, от которого потребитель отказался из-за чрезмерной его цены, и коэффициента выбора блага, которое он продолжает покупать, несмотря на возрастание его цены.

Этот результат нетрудно трансформировать на случай, когда взаимозаменяемые блага, призванные удовлетворить некоторую потребность, составляют группу из L благ. В этом случае, когда цена одного из них (m-блага) превысит критическую возможно увеличение потребления всех остальных, несмотря на рост их цен.

Условия появления эффекта Гиффена в этом случае получить несложно, если считать, что высвободившаяся сумма денег будет потрачена на приобретения всех остальных благ в той или иной пропорции. Пусть некоторая доля (β) высвободившейся суммы ($\delta_m M$) будет потрачена на приобретение некоторого (l-го) блага, что составит $\beta_l \delta_m M$ рублей, то после выкладок, аналогичных приведенным выше, придем к условиям:

$$\frac{\Delta c_l}{c_l} < \beta_l \frac{\delta_m}{\delta_l}, \text{ где } l = 1; 2; \ldots L;$$

$$l \neq m; \sum_{l=1, l\neq m}^{L} \beta_l = 1. \qquad (18)$$

С учетом (13) условия появления эффекта Гиффена можно записать в виде:

$$\frac{\Delta c_l}{c_l} < \beta_l \frac{k_m}{k_l}, \text{ где } l = 1; 2; \ldots L;$$

$$l \neq m; \sum_{l=1, l\neq m}^{L} \beta_l = 1. \qquad (19)$$

Отметим, что при $L = 2$ соотношение (18) переходит в (17).

Соотношения (18) и (19) показывают, что при росте цен увеличение потребления некоторого блага из группы взаимозаменяемых возможно, если относительное увеличение его цены не превышает отношения коэффициентов выбора (удовлетворения) блага, от которого потребитель отказался, и блага, которое потребитель продолжает покупать.

Полученные результаты показывают, что повышение спроса на некоторое благо при росте его цены не является ни гипотезой, ни парадоксом, ни теоретическим курьезом, о чем упоминалось в начале данной работы, а представляет собой вполне реальную ситуацию, обусловленную поведением покупателя. Причем этот эффект может проявиться одновременно в отношении нескольких благ. По этой причине использовать термин «товар Гиффена» нецелесообразно, поскольку в отношении каждого из группы взаимозаменяемых благ может обнаружиться эффект увеличения спроса с ростом цены. Причем из одной и той же группы благ эффект Гиффена может обнаруживаться в отношении разных подгрупп этих благ. Все будет определяться индивидуальными коэффициентами выбора (удовлетворения) и индивидуальным уровнем нейтрального потребления того или иного блага.

В заключение отметим, что величины, входящие в (18) и (19), могут быть получены эмпирически по результатам соответствующего обследования домохозяйств путем сопоставления долей дохода, выделяемых на покупку отдельных благ при изменении их цен. Уровень нейтрального потребления x_{0_i}, входящий в уравнение полезности (3) и определяющий критическую цену блага c_i^{cr}, также может быть установлен эмпирически. Для этого в соответствии с концепцией экспериментальной экономики Вернона Смита можно в рамках специального эксперимента повышать цену некоторого блага и зафиксировать ее значение, при котором индивид перестает его покупать.

Список литературы

1. *Блауг М.* Методология экономической науки, или как экономисты объясняют : пер. с англ. / науч. ред. и вступ. ст. В. С. Автономова. М. : НП «Журнал Вопросы экономики», 2004. 416 с.

2. *Горбунов В. К.* Математическая модель потребительского спроса. М. : Экономика, 2004, 176 с.

3. *Смит В.* Экспериментальная экономика. М. : ИРИСЭН-Мысль, 2008. 805 с.

4. *Тарасевич Л. С., Гребенников П. И., Леусский А. И.* Микроэкономика : электронный учебник. СПбГУЭФ, 2004. [Электронный ресурс] URL : http://old.finec.ru/rus/parts/microeconomics/chap3/3_3/3_3_2.html.

5. *Jensen R., Miller N.* Giffen behavior. Theory and evidence. // NBER Working Paper. 2007. № 13243. Jul.

6. *Stigler G. J.* Essays in the History of Economics. Chicago : University of Chicago Press, 1965. p.379.