ТЕОРИЯ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА: О СОВМЕСТИМОСТИ АКСИОМ ПОРЯДКОВОГО ПОДХОДА♥

УДК 330.1

Т.А.КОЗЕЛЕЦКАЯ,
К.э.н., доцент,
СПбГПУ;
А.Г.ДМИТРИЕВ,
Д.ф.-м.н., профессор,
СПбГПУ, профессор;
Е.А.ГЕРМАН,
Магистр, СПбГПУ
Санкт-Петербург

«…рассмотрение предпосылок теории никогда не бывает излишним
Кроме того, даже на таком позднем этапе подобное обращение к предпосылкам может выявить неожиданные ограничения…».
М. Блауг [1]

Ключевые слова: gпорядковый подход, теория потребительского спроса, теория измерений

Аннотация

С помощью оригинального инструментария – графов бинарных отношений предпочтения и безразличия для наборов благ, введенных в соответствии с утверждениями аксиом упорядоченности и ненасыщения, проведен анализ утверждений аксиомы транзитивности на предмет их совместимости с первыми. Установлено что, в общем случае для любых наборов благ три из четырех утверждений аксиомы транзитивности не совместимы с утверждениями аксиом упорядоченности и ненасыщения.

Развитие теории потребительского спроса

Как известно, одной из базовых в микроэкономике является теория потребительского спроса. Основана она на модели рационального потребления, в соответствии с которой потребитель, располагая некоторым доходом, совершает покупки товаров и услуг, стремясь максимально удовлетворить свои многочисленные потребности.

♥ *Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда; проект №06-02-04013а «Система показателей и методов их измерения в инновационной экономике».*

Этот психологический принцип поведения людей (принцип пользы) был сформулирован И. Бентамом и привел к появлению понятия «полезность» как названия (имени, идентификатора) некоторой величины, предназначенной для сопоставления пользы от потребления разных благ. На его основе возникла и развивалась теория потребительского спроса.

Следуя Р.М. Энтову [2] и Дж.Р. Хиксу [3] отметим ключевые моменты её развития.

В начале XX века была популярна теория А. Маршалла. Строилась она на концепции, в соответствии с которой потребитель максимизирует общую полезность, обусловленную потреблением многих благ.

В своих суждениях Маршалл, опирался на закон убывающей предельной полезности и пришел к выводу, что предельные полезности благ должны быть пропорциональны их ценам. Однако, по мнению Хикса (см. [3], стр. 104), Маршалл оставил без удовлетворительного ответа важные вопросы теории: «что представляет собой та полезность, которую максимизирует потребитель и каково точное обоснование закона убывания предельной полезности?».

Упомянутая концепция Маршалла составляет основу кардиналистского подхода в теории. Однако в то время не удалось найти математическую модель, в которой связывались бы количество полезности с количеством потребляемых благ, что привело в тупик это направление теории. В учебной литературе в качестве причины этого тупика указываются ещё и метрологические трудности – неопределенности с методом измерения полезности и выбором единицы для её измерения. Отметим, что эти трудности относятся лишь к прямым методам измерения. Если же иметь уравнение, связывающее полезность с другими измеряемыми величинами, то, используя опыт физики и метрологии, не трудно определиться и с единицей измерения полезности и выполнить косвенные её измерения.

Значительный вклад в развитие теории потребительского спроса внес В.Парето. Оставаясь в рамках концепции Маршалла, он исследовал проблему потребления взаимодополняющих и конкурирующих (взаимозаменяемых) благ. При этом он использовал графический метод, предложенный Эджуортом (см. [3], стр. 105), суть которого, как известно, состоит в следующем.

Если первоначально рассматривать потребление лишь одного блага, то можно изобразить гипотетическую кривую полезности, откладывая количество блага по одной оси, а величину полезности по другой. Если же рассматривать потребление двух благ, и откладывать их количества на плоскости благ по двум перпендикулярным осям, а полезность по третьей, то, в трехмерном пространстве можно построить поверхность полезности. На ней можно указать множество точек, соответствующих некоторому фиксированному значению полезности (линию пересечения поверхности

полезности плоскостью, параллельной плоскости благ). Таких линий на поверхности полезности можно нарисовать огромное множество. Их проекции на плоскость благ будут представлять собою так называемые линии уровня или линии постоянной полезности. Каждая точка на такой линии будет определять некий набор благ, а потребление любого из наборов, принадлежащего этой линии соответствует одинаковой полезности.

Линии постоянной полезности в случае потребления двух взаимозаменяемых благ Парето назвал кривыми безразличия. Отметим, что такие блага предназначены удовлетворять одну и ту же потребность[1]. Применительно к ним использование понятия «безразличие» весьма удачно, т.к. тем самым вполне адекватно отражается отношение потребителя к наборам, представленным точками на той или иной кривой безразличия.

В 1934 г. Дж. Хикс предложил, по его словам, пересмотр сложившихся представлений теории полезности (см. [3], стр. 111) – предложил использовать инструментарий кривых безразличия для наборов, состоящих из *любых* благ[2] (см. [3], стр. 140), а не только для наборов из конкурирующих (взаимозаменяемых) благ, как это делал Парето. При этом Хикс предполагал, что потребитель в состоянии некоторым образом ранжировать *любые* наборы по некоторой шкале предпочтений, заложив тем самым фундамент, так называемого, ординалистского подхода в теории потребительского спроса. Если учесть, что в хиксовских наборах, в отличие от паретовских, могут присутствовать блага призванные удовлетворять разные потребности, то предположение Хикса не представляется бесспорным.

Трудности на пути реализации количественного подхода, с одной стороны, и кажущееся вполне приемлемым предположение Хикса, с другой, привели к формированию порядковой теории, построенной по аксиоматическому принципу.

Для отображения предпочтений потребителя используются порядковые функции полезности, которые вводятся на основе бинарных отношений предпочтения и безразличия. Свойства бинарных отношений и свойства порядковых функций полезности постулируются системой аксиом.

В настоящее время порядковый подход занимает господствующие позиции[3]. Порядковая теория по своей структуре является

---

[1] Такие наборы будем называть паретовскими.

[2] Такие наборы будем называть хиксовскими.

[3] Этому, по нашему мнению, способствовал так же авторитет Парето и Слуцкого, чьи работы были высоко оценены Хиксом, и который считал себя проводником их идей, прямо указывая на это в своей работе «Стоимость и капитал» [3] на стр. 104 и стр. 112.

аксиоматической. Современное её состояние и трудности, в частности, непродуктивность в решении прикладных задач, отражены в работе [4]

Известно, что успешность любой аксиоматической теории в прикладной области определяется, прежде всего, адекватностью аксиом, лежащих в основе математических построений. Принятая в порядковой теории потребительского спроса система аксиом, касающаяся любых наборов благ, ниже будет подвергнута анализу на предмет выявления допустимости их *совместного* использования в этой теории. При этом будем использовать оригинальный инструментарий – *графы бинарных отношений*, о которых будет сказано ниже.

Первоначально приведем основные аксиомы порядковой теории и на их основе введем в рассмотрение графы бинарных отношений.

Аксиомы порядкового подхода

Набор, состоящий из N разных благ, каждое из которых потребляется в некотором количестве x_i, будем обозначать символом X, т.е. $X = (x_1; ...x_i; ...x_N)$. Другие наборы, состоящие из тех же благ, будем обозначать другими символами *Y* или *Z*. Бинарное отношение *безразличия (эквивалентности)* наборов, например, наборов *X* и *Y* ($X \sim Y$), показывает, что индивиду *безразлично*, какой из этих наборов потреблять, а отношение предпочтения одного набора другому, (например, $X \succ Z$), показывает, что набор *X* *предпочтительнее* набора *Z*. Основные свойства наборов постулируются следующими аксиомами, например [5].

Аксиома № 1 – аксиома упорядоченности. Она утверждает, что потребитель способен упорядочить все возможные наборы благ с помощью отношений предпочтения ($\succ$) и безразличия ($\sim$). Это означает, что для любой пары наборов X и Y можно указать: либо $X \succ Y$, либо $Y \succ X$, либо $X \sim Y$. Заметим, других вариантов не существует.

Аксиома № 2 – аксиома ненасыщения. Она утверждает, что если один набор (X) содержит не меньшее количество каждого блага, а хотя бы одного из них большее, чем другой набор (Y), то $X \succ Y$. Отметим, эта аксиома дает четкую дефиницию бинарного отношения предпочтения[4].

Аксиома № 3 – аксиома транзитивности. Она утверждает, что для любой пары, например, для пары наборов X и Z, из числа трех наборов X, Y и Z, будем иметь, $X \succ Z$, если: либо $X \succ Y \succ Z$; либо $X \succ Y \sim Z$; либо $X \sim Y \succ Z$. Кроме этого аксиома транзитивности утверждает так же,

[4] Иногда отношения предпочтения подразделяют на сильные и слабые, не вводя строгих дефиниций. Из-за их отсутствия мы не будем рассматривать эти разновидности отношения предпочтения. Для целей нашего рассмотрения их объединения будет вполне достаточно.

что $X \sim Z$, если $X \sim Y$ и $Y \sim Z$. Аналогичное можно сказать и применительно к другим парам наборов.

В рамках порядковой теории принято считать, что функция полезности отражает предпочтения индивида, если она удовлетворяет следующим условиям:

а) $U(X) = U(Y)$, тогда, и только тогда, когда $X \sim Y$;

б) $U(X) > U(Y)$, тогда и только тогда, когда $X \succ Y$.

При таком способе задания функция полезности определяется неоднозначно. Любая *возрастающая* функция F от аргумента U, т.е. $F(U(X))$, обладает теми же свойствами и поэтому тоже будет функцией полезности [6].

Графы бинарных отношений

Представим отношения предпочтения и безразличия в виде графов на поле благ потребления и с их помощью проведем анализ совместимости системы приведенных выше аксиом.

Рассмотрим случай дуального потребления, когда хиксовские наборы X, Y и Z содержат только по два блага x_1 и x_2, но в разных количествах, т.е. $X = \left(x_1^{(x)}; x_2^{(x)}\right)$, $Y = \left(x_1^{(y)}; x_2^{(y)}\right)$ а $Z = \left(x_1^{(z)}; x_2^{(z)}\right)$. Опираясь на аксиомы № 1 и № 2 бинарные отношения предпочтения и безразличия этих наборов можно представить в виде *графов*, если поступить следующим образом.

На поле благ потребления изобразим два набора в виде точек с соответствующими координатами, отложив на взаимно перпендикулярных осях (осях благ) соответствующие количества благ x_1^x и x_2^x для набора X, а также x_1^y и x_2^y для набора Y. Если соединить эти точки отрезком прямой, то получится *граф бинарного отношения*. Аналогично можно поступить и с любой другой парой наборов, построив графы их бинарных отношений.

Используя аксиомы № 1 и № 2 нетрудно связать *наклон* ребра такого графа относительно осей благ с типом бинарного отношения (рис. 1).

Для этого выберем некоторый набор X в качестве опорного и через точку, изображающую его на поле благ потребления, проведем две вспомогательные линии, параллельные выбранным осям благ. Вертикаль будет отражать уровень потребления блага x_1, а горизонталь – блага x_2. Эти линии разделят поле благ на четыре квадранта (I) ÷(IV).

Точка, изображающая другой набор Y может находиться в любом из этих квадрантов, включая и границы между ними.

Если точка, изображающая набор Y, располагается на вертикали выше точки, изображающей набор X, то в соответствии с аксиомой №2 $Y \succ X$, т.к. в наборе Y количество блага x_2 больше, чем в наборе X. Граф

бинарного отношения таких наборов будет принадлежать к типу «предпочтение».

Аналогичным образом нетрудно убедиться, что если изображающая набор Y точка располагается в (I) квадранте или на горизонтали правее точки, изображающей набор X, то в соответствии с аксиомой № 2 по-прежнему $Y \succ X$ и граф их бинарного отношения также относится к типу «предпочтение».

С помощью ориентированного графа можно указать на предпочтительный набор, если изображать граф в виде стрелки, указывающей на него.

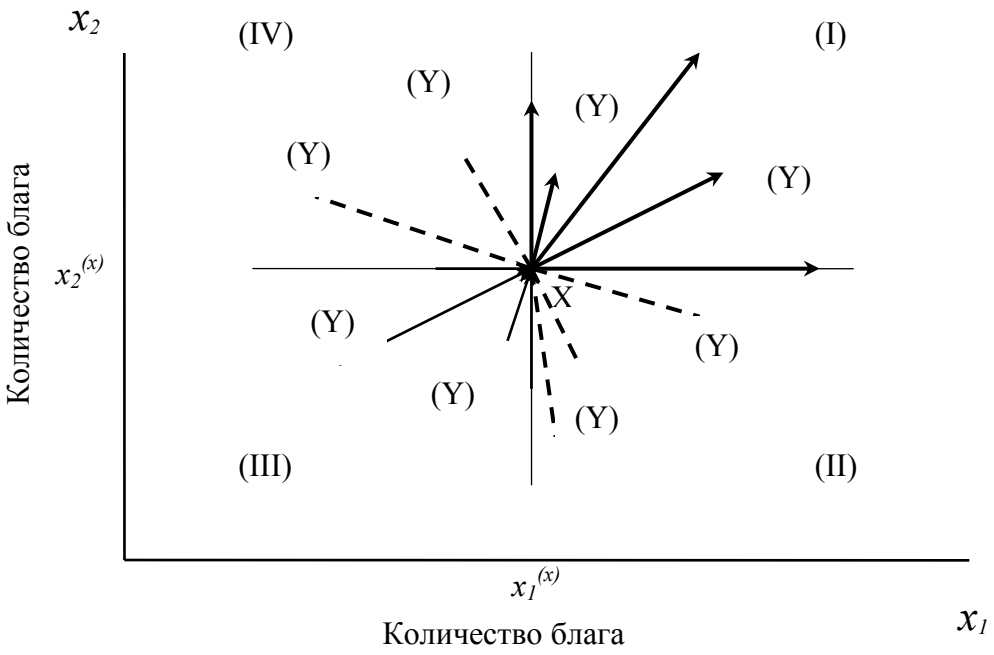


Рис. 1. Возможные графы бинарных отношений.
(*сплошные* стрелки в I и III квадрантах – возможные графы отношений предпочтения;
пунктирные отрезки во II и IV квадрантах – возможные графы отношений безразличия).

Нетрудно видеть, что в случае, когда точки, изображающие набор Y располагаются в квадранте (III) или на его границах с соседними квадрантами (II) и (IV), то граф бинарного отношения наборов X и Y также (в соответствии с аксиомой № 2) будет принадлежать к типу «предпочтение». Но, в отличие от предыдущего случая, будет $Y \prec X$. Стрелка при этом будет указывать на предпочтительный набор X.

Обобщением рассмотренных выше случаев будет следующее утверждение. Ребро графа бинарного отношения *предпочтения* представляет собой ориентированный отрезок – стрелку, располагающуюся на поле благ потребления либо вертикально, либо горизонтально, либо с положительным наклоном[5]. Направление предпочтения отображается направлением ребра (ориентированный граф) – стрелкой, указывающей на предпочтительное благо (см. рис. 1).

Если вновь обратиться к аксиоме № 1, то из неё следует, что возможен ещё только один тип бинарного отношения – отношение *безразличия.* Ребро графа этого отношения может быть только с отрицательным наклоном[6] (на рис. 1 – пунктирные отрезки), т.к. ребра с другими наклонами из числа возможных (нулевым, положительным и бесконечным), отображают бинарные отношения предпочтения.

Отметим, что такой вид графа безразличия совпадает с видом графа безразличия для *паретовских* наборов. Действительно, если на кривой безразличия Парето взять две произвольные точки и соединить их отрезком, то полученный граф отношения безразличия будет иметь отрицательный наклон.

Анализ совместимости аксиом

С помощью графов бинарных отношений предпочтения и безразличия, введенных на основании аксиом № 1 и № 2, проверим транзитивность хиксовских наборов, декларируемую аксиомой № 3. Другими словами, проверим совместимость аксиом полной упорядоченности (№ 1) и ненасыщения (№ 2), с одной стороны, и аксиомы транзитивности (№ 3), с другой стороны.

В соответствии с аксиомой транзитивности для двух любых наборов, например X и Z, при наличии третьего набора Y, можно записать следующие четыре утверждения:

1. $X \succ Z$, если $X \succ Y$, а $Y \succ Z$. (1)
2. $X \succ Z$, если $X \succ Y$, а $Y \sim Z$. (2)
3. $X \succ Z$, если $X \sim Y$, а $Y \succ Z$. (3)
4. $X \sim Z$, если $X \sim Y$, а $Y \sim Z$. (4)

Проверим их выполнимость для хиксовских (любых) наборов.

Последовательность построения графов выберем следующей. В качестве опорного выберем набор Y, т.к. он находится в бинарном отношении и с набором X, и с набором Z. Изобразим набор Y в виде

---

[5]Положительный наклон отрезка на поле потребления соответствует ситуации, когда на этом отрезке производная $dx_2 / dx_1 > 0$.

[6]Отрицательный наклон отрезка на поле потребления соответствует ситуации, когда на этом отрезке производная $dx_2 / dx_1 < 0$.

точки на поле благ потребления[7] и проведем через эту точку вертикаль и горизонталь, разделив тем самым поле потребления на четыре квадранта. Затем, нанесем на поле благ потребления точку, изображающую набор X в соответствии с его отношением к набору Y (или набор Z, в зависимости от рассматриваемого утверждения). Далее, построим возможные графы бинарных отношений наборов X и Z, и, руководствуясь наклоном их ребер, выскажем суждения, касающиеся истинности или ложности утверждений (1), (2), (3) и (4) аксиомы транзитивности, рассматривая их поочередно.

1. Для утверждения (1), т.е. $X \succ Z$, если $X \succ Y$, а $Y \succ Z$ будем иметь следующее (рис. 2).

Ориентированный граф отношения $X \succ Y$ будет представлять собою стрелку с неотрицательным наклоном, конец которой располагается в первом квадранте, либо на его границах с соседними.

Ориентированный граф отношения $Y \succ Z$ будет представлять собою стрелку, так же с неотрицательным наклоном, конец которой указывает на набор Y, а начало располагается где-то в (III) квадранте, либо на его границах с соседними. Тогда не трудно видеть, что возможные графы бинарных отношений для наборов X (первый квадрант) и наборов Z (третий квадрант) будут стрелки с положительным наклоном (некоторые из них на рис. 2 показаны пунктирными стрелками), т.е. будут отображать отношение предпочтения $X \succ Z$. Это означает, что утверждение (1) является *истинным*.

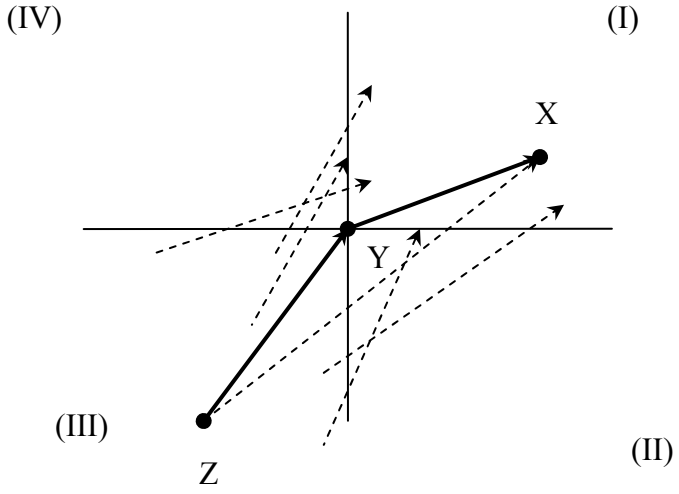
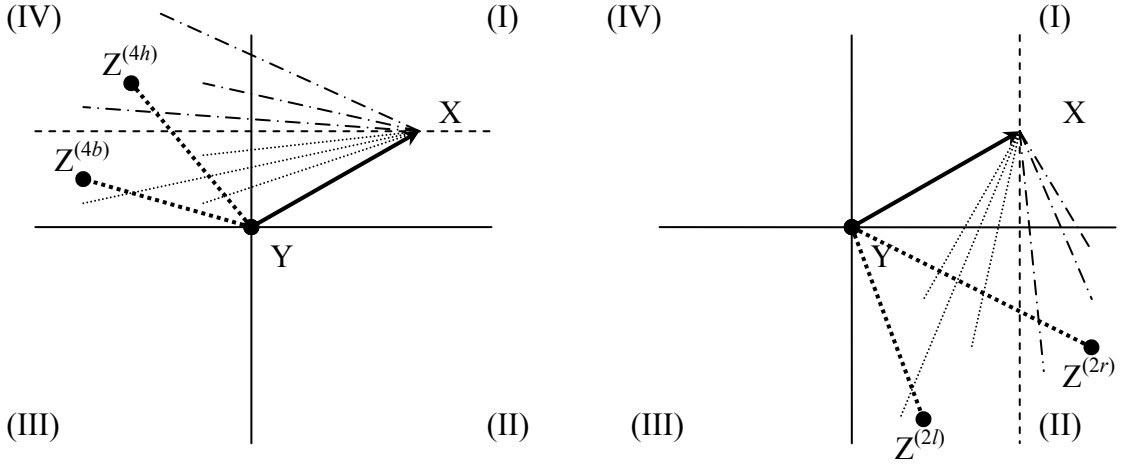


Рис. 2. Возможные графы бинарных отношений наборов X и Z для случая $X \succ Y$, и $Y \succ Z$ (пунктирные стрелки)

[7]Чтобы не загромождать рисунки, далее, в отличие от рис. 1, в последующих рисунках оси координат (оси количества благ) изображать не будем, полагая, что они находятся за пределами поля рисунка.

2. Для утверждения (2) аксиомы транзитивности, т.е. $X \succ Z$, если $X \succ Y$, а $Y \sim Z$ будем иметь следующее (рис. 3).

Как и в предыдущем случае, ориентированный граф отношения $X \succ Y$ будет представлять собой стрелку с неотрицательным наклоном, конец которой располагается где-то в первом квадранте, либо на его границах. Графами отношения безразличия $Y \sim Z$ могут быть только отрезки с отрицательными наклонами, расположенные либо в четвертом квадранте (на рис. 3а изображены жирными точками), либо во втором квадранте (на рис. 3б изображены также жирными точками).



а) б)

Рис.3. Возможные графы бинарных отношений наборов X и Z для случая $X \succ Y$, а $Y \sim Z$. (штрихпунктирные и точечные линии)

Рассмотрим каждый вариант отдельно.

2.1. Вариант, когда набор Z находится в квадранте (IV) (рис. 3а).

Проведем вспомогательную горизонталь через точку, изображающую набор X (на рис. 3а – горизонтальный пунктир). Если теперь строить графы бинарных отношений наборов X и Z, то не трудно видеть следующее.

С одной стороны, если точка, изображающая набор Z, располагается в четвертом квадранте *на* вспомогательной горизонтали или *ниже* её (например, $Z^{(4b)}$[8]), то возможные графы бинарных отношений X и Z будут иметь *нулевой* или *положительный* наклон (на рис.3а показаны точечными

[8] Здесь и далее цифра верхнего индекса указывает номер квадранта, а буква указывает расположение набора относительно вспомогательной линии. На рис. 3а: *b* –ниже горизонтали, *h* – выше горизонтали.

линиями). Это означает, что такие графы будут отражать отношения предпочтения, т.е. утверждение (2) будет *истинным*.

С другой стороны, если же точка, изображающая набор Z, располагается *выше* вспомогательной горизонтали (например, $Z^{(4h}$), то возможные графы бинарных отношений X и Z будут иметь *отрицательный* наклон (на рис.3а показаны штрихпунктирными линиями). Это означает, что они будут отражать их отношение *безразличия*, а не предпочтения, т.е. утверждение (2) будет *ложным*.

В общем же случае для *любых* наборов Z, отображаемых точками в четвертом квадранте, утверждение (2) аксиомы транзитивности будет *ложным*.

2.2. Вариант, когда набор Z находится в квадранте (II) (рис. 3б).

Теперь через точку, изображающую набор X проведем вспомогательную вертикаль (на рис. 3б вертикальный пунктир). Если строить возможные графы бинарных отношений наборов X и Z, то не трудно видеть следующее.

С одной стороны, если точка, изображающая набор Z, располагается во втором квадранте на вспомогательной вертикали или *левее* (например, $Z^{(2l}$) [9], то возможные графы бинарного отношения X и Z будут иметь бесконечный или *положительный* наклон (на рис.3б показаны точечными линиями). Это означает, что они будут отражать их отношение *предпочтения*, т.е. утверждение (2) является *истинным*.

С другой стороны, если же изображающая точка набора Z располагается во втором квадранте *правее* вспомогательной пунктирной вертикали (например, $Z^{(2r)}$), то возможные графы бинарных отношений X и Z будут иметь *отрицательный* наклон (на рис. 3б показаны штрихпунктирными линиями). Это означает, что они будут отражать отношения *безразличия*, а не предпочтения, т.е. утверждение (2) аксиомы транзитивности будет *ложным*.

В общем же случае для *любых* наборов Z, отображаемых точками во втором квадранте, утверждение (2) аксиомы транзитивности *ложно*.

3. Для утверждения (3) аксиомы транзитивности, т.е. $X \succ Z$, если $X \sim Y$, а $Y \succ Z$ будем иметь следующее (рис. 4).

Ориентированный граф, отражающий предпочтение $Y \succ Z$ будет представлять собою стрелку, начало которой располагается где-то в третьем квадранте или на его границах, а конец указывает на Y. Отношение безразличия $X \sim Y$ приводит к необходимости рассматривать два варианта формирования возможных графов бинарных отношений для наборов X и Z.

---

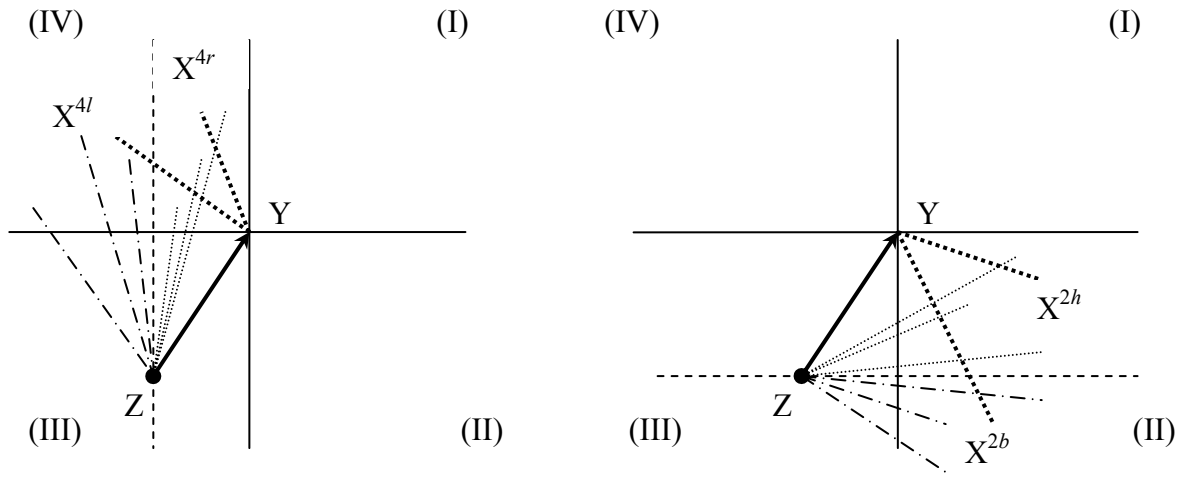
[9] Здесь и далее буква *l* в вернем индексе указывает на расположение набора левее вертикали; далее будет буква *r* – правее вертикали.

3.1. Вариант, когда точка, изображающая набор X, находится где-то в четвертом квадранте (рис. 4а).

Проведем вспомогательную вертикаль через точку, изображающую набор Z. Если строить возможные графы бинарных отношений наборов X и Z, то получим.

С одной стороны, для наборов X в четвертом квадранте на вертикали или *правее* её (например, X^{4r}) возможные графы будут иметь бесконечный или положительный наклон, т.е. будут отражать *предпочтение* $X \succ Z$ (на рис. 4а показаны точечными линиями). В этом случае, утверждение (3) будет *истинным*.

С другой стороны, для наборов X в четвертом квадранте *левее* вспомогательной вертикали (например, X^{4l}) возможные графы будут иметь отрицательный наклон, т.е. будут отражать отношение *безразличия* $X \sim Z$, а не предпочтения (на рис. 4а показаны штрихпунктирными линиями), т.е. утверждение (3) будет *ложным*.



а) б)

Рис.4. Возможные графы бинарных отношений наборов X и Z для случая $X \sim Y$, а $Y \succ Z$.
(штрихпунктирные и точечные линии)

В общем же случае для *любых* наборов X отображаемых точками в четвертом квадранте утверждение (3) *ложно*.

3.2. Вариант, когда точка, изображающая набор X, находится где-то во втором квадранте (рис. 4б).

Проведем вспомогательную горизонталь через точку, изображающую набор Z. Если теперь строить возможные графы бинарных отношений наборов X и Z, то, с одной стороны, для наборов X во втором квадранте на горизонтали или *выше* её (например, X^{2h}) возможные графы будут иметь нулевой или положительный наклон, т.е.

будут отражать *предпочтение* $X \succ Z$ (на рис. 4б показаны точечными линиями), т.е. утверждение (3) будет *истинным*.

С другой же стороны, для наборов X во втором квадранте *ниже* вспомогательной горизонтали (например, X^{2b}) возможные графы будут иметь отрицательный наклон, т.е. будут отражать *безразличие* $X \sim Z$ (на рис. 4б, показаны штрихпунктирными линиями), т.е. утверждение (3) будет *ложным*.

В общем же случае для *любых* наборов X, отображаемых точками во втором квадранте утверждение (3) аксиомы транзитивности является *ложным*.

4. Рассмотрим последнее утверждение (4), т.е. $X \sim Z$, если $X \sim Y$, а $Y \sim Z$ (рис. 5).

Как и в предыдущих случаях, отношения безразличия $X \sim Y$ и $Y \sim Z$ приводят к необходимости рассматривать два варианта формирования возможных графов бинарных отношений для наборов X и Z.

4.1. Точка, изображающая набор X располагается в четвертом квадранте (рис. 5а, точка $X^{(4)}$). Проведем вспомогательную вертикаль и вспомогательную горизонталь через эту точку (на рис. 5а – пунктирные линии). Они разделят четвертый квадрант на четыре области (IV-1), (IV-2), (IV-3) и (IV-4).

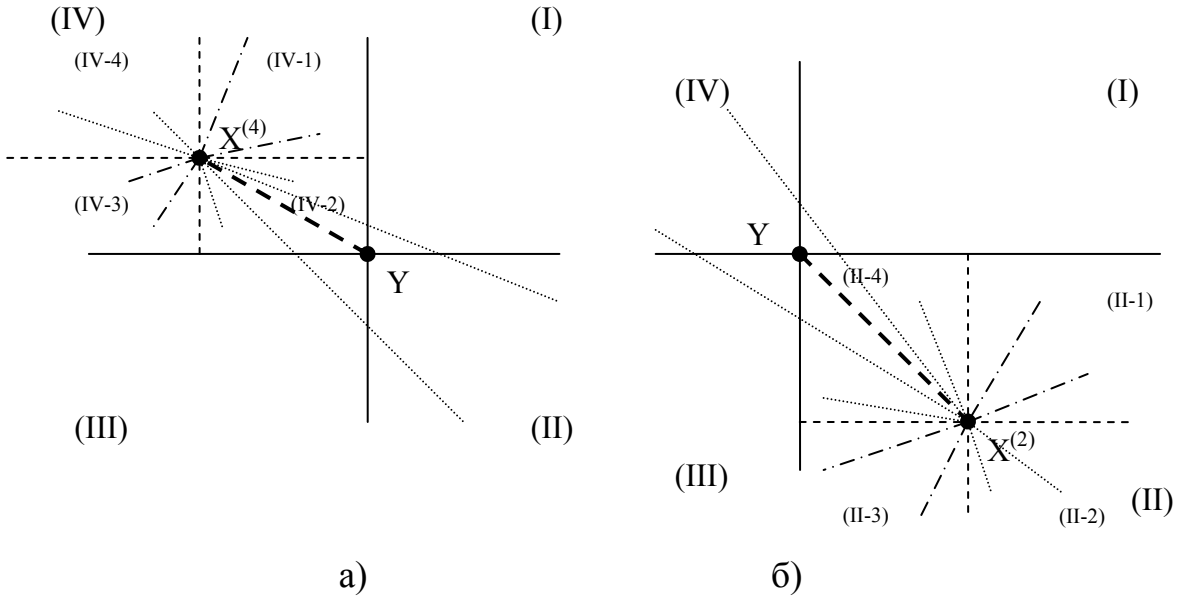


Рис. 5. Возможные графы бинарных отношений наборов X и Z для случая $X \sim Y$ и $Y \sim Z$ (штрихпунктирные и точечные линии)

В этом случае, если точки, изображающие наборы Z, оказываются[10] либо в областях (IV-2) или (IV-4) четвертого квадранта, либо во втором квадранте (II), то возможные графы отношений X и Z будут иметь отрицательный наклон (на рис.5а показаны точечными линиями), т.е. будут отображать отношения *безразличия* $X \sim Z$. В этих случаях утверждение (4) является *истинным*.

С другой же стороны, если точки, изображающие наборы Z оказываются в областях (IV-1) или (IV-3) четвертого квадранта, то возможные графы бинарных отношений X и Z будут иметь положительный наклон (на рис. 5а показаны штрихпунктирными линиями), т.е. будут отображать отношения *предпочтения*, а не безразличия $X \sim Z$. В этих случаях утверждение (4) будет *ложным*.

В общем же случае для *любых* наборов Z отображаемых точками в четвертом квадранте утверждение (4) *ложно*.

4.2. Точка, изображающая набор X располагается во втором квадранте (рис. 5б, точка $X^{(2)}$). Проведем вспомогательную вертикаль и вспомогательную горизонталь через эту точку. Они разделят второй квадрант на четыре области (II-1), (II-2), (II-3) и (II-4).

В этом случае, если точки, изображающие наборы Z оказываются либо в четвертом квадранте (IV), либо в областях (II-4) или (II-2) второго квадранта, то возможные графы бинарных отношений X и Z будут иметь отрицательный наклон (на рис. 5б показаны точечными линиями), т.е. будут отображать отношения *безразличия* $X \sim Z$. В этих случаях утверждение (4) будет *истинным*.

С другой же стороны, если точки, изображающие наборы Z оказываются либо на вертикали, либо на горизонтали, либо в областях (II-1) или (II-3) второго квадранта, то возможные графы бинарных отношений X и Z будут иметь положительный наклон (на рис. 5б показаны штрихпунктирными линиями), т.е. будут отображать отношения *предпочтения,* а не безразличия $X \sim Z$. В этих случаях утверждение (4) будет *ложным*.

В общем же случае для *любых* наборов Z отображаемых точками во втором и четвертом квадрантах, утверждение (4) аксиомы транзитивности *ложно*.

Итак, подведем итоги проведенного анализа.

Если в соответствии с аксиомами упорядоченности и ненасыщения ввести в рассмотрение графы бинарных отношений предпочтения и безразличия и с их помощью проанализировать утверждения аксиомы транзитивности, то обнаруживается, что только одно из них ($X \succ Z$, если $X \succ Y$ а $Y \succ Z$) ***истинно***. Все же остальные, содержащие хотя бы одно

[10] Чтобы не загромождать рис. 5 символы Z на нем не указаны.

условие, содержащее отношение *безразличия*, могут быть истинными лишь для некоторых наборов. В общем же случае для любых наборов они ***ложны.***

Это означает, что аксиома транзитивности в случае хиксовских (любых) наборов благ в общем случае не совместима с аксиомами полной упорядоченности и ненасыщения. В этой связи гипотеза Хикса о способности потребителя ранжировать по предпочтению наборы благ, состоящие из *любых*, а не только из взаимосвязанных благ, как это полагал Парето, не может рассматриваться адекватной и служить базисом для построения теории потребительского спроса.

Видимо не случайным является тот факт, что порядковая теория оказалась неэффективной, о чем уже говорилось выше, для решения задач, касающихся индивидуального и совокупного спроса, а многие из порядковых функций полезности просто не удовлетворяют требованиям корректной записи математических выражений с именованными величинами.

Следует отметить, что на языке репрезентативной теории измерений [7] порядковый подход к построению функций полезности, вопреки распространенному мнению, все же подразумевает измерение полезности, но по шкале более низкого (лишь второго) уровня - шкале порядка. Кардиналистский же подход, подразумевает измерения по шкале четвертого уровня - по шкале отношений. Отметим так же, что с результатами измерений по шкале порядка допустимыми являются лишь ограниченное число математических операций.

В качестве альтернативы порядковой теории в настоящее время находит распространение другой подход к построению функций полезности - на базе анализа торговой статистики [8] (в рамках так называемой обратной задачи теории потребительского спроса). Однако, по нашему мнению, количественный подход не исчерпал всех своих возможностей. Психофизическому обоснованию *дифференциального* уравнения кардиналистской полезности, его решению и интерпретации посвящена наша следующая работа [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блауг М. Методология экономической науки, или Как экономисты объясняют. Пер. с англ. / Науч. ред. и вступ. ст. В.С. Автономова. – М.: НП «Журнал Вопросы экономики» 2004. – 416 с. (стр.239).

2. Энтов. Р.М. Экономическая теория Дж.Р. Хикса. // Вступ. ст. к кн. Дж.Р. Хикс. Стоимость и капитал: Пер. с англ. / Общ.ред и вступ. ст. Р.М. Энтова. – М., Издательская группа «Прогресс», 1993, 488 с. (Экономическая мысль Запада).

3. Хикс Дж.Р. Стоимость и капитал: Пер. с англ. / Общ. ред и вступ. ст. Р.М. Энтова. – М., Издательская группа «Прогресс», 1993, 488 с. (Экономическая мысль Запада)

4. Горбунов В.К. Математическая модель потребительского спроса. М., «Экономика», 2004, 176 с.

5. Гальперин В.М., Игнатьев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика: в 2-х томах / Общая редакция В.М. Гальперина. СПб, Экономическая школа, 1994. Т. 1. 349 с..

6. Debreu G., Theory of Value, Cowles Foundation Monograph, 17, New York, John Wiley and Sons, Inc., 1959.

7 Stevens S.S. On the theory of scales of measurement.. \\ Science, 1946, v.103. p.677-680. Кнорринг В.Г. Развитие репрезентативной теории измерений. // Измерения, контроль, автоматизация. №11-12, (33-34), 1980 г. Hall A.D. A methodology for systems engineering. D. Van Nostrand Company, Inc. 1965, 440 p. (Перевод. А.Д.Холл. Опыт методологии для системотехники. М. Изд. “ Сов.радио”, 1975 г. 449 с.)

8. Afriat S.N. The construction of utility function from expenditure data // International Economic Reviev/ 1967. V.8. Varian H. The nonparametric approach to demand analysis. // Econometrics, 1982,V. 50, № 4. Non-parametric test of consumer behaviors. // The Review of Economic Studies. 1983, № 50.

9. Дмитриев А.Г., Козелецкая Т.А., Герман Е.А. Теория потребительского спроса: Психофизическое обоснование дифференциального уравнения кардиналистской полезности; интерпретация решения. // *Журнал экономической теории (в редакции).*