УДК 330.45:519.816:330.322.5

ОСОБЕННОСТИ АНАЛИЗА ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ С МАЛОДОСТОВЕРНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

М.Б. Петров, д.т.н.,
ИЭ УрО РАН,
С.Л. Садов, к.э.н., с.н.с.
ИСЭиЭПС Севера КНЦ УрО РАН

Ключевые слова: эффективность инвестиционных проектов, высокая неопределённость, теория нечётких множеств.

Анотация

В статье рассматриваются особенности оценки эффективности инвестиционных проектов, параметры которых определены в условиях высокой неопределённости. Показано, что традиционные методы в таких случаях могут привести к ошибочным решениям. Для подобных проектов предложен подход к оценке, основанных на математическом аппарате теории нечётких множеств.

Практика экономического планирования подразумевает анализ и оценку перспектив эффективности экономических агентов, не исключая случаев, когда многие факторы, определяющие результативность их деятельности, носят недетерминированный, неопределённый характер. Существуют различные интерпретации понятия неопределённости. В самом широком смысле это синоним недостоверности, недостаточности знаний по причине нехватки информации. Информация, опять же в широком понимании, – это категория, снижающая неопределённость. Неопределённость по А.В. Алексееву [1] можно подразделить на неизвестность, неполноту (или недостаточность) и недостоверность. Недостоверность обычно возникает в результате неоднозначности, многозначительности, обобщённости. Нередки ситуации, когда неоднозначность вызывается наличием нескольких смыслов у одного понятия или расплывчатостью его определёния. Даже получив всю возможную информацию, исследователь может остаться в ситуации недостоверности, источниками которой служат внешняя среда и недостаточность (или равным образом избыточность) используемого языка. Как правило, неопределённость возрастает с увеличением роли человеческого фактора и часто приобретает вынужденный характер, чтобы согласовать между собой несколько требований, например, целей и ограничений, которые зачастую бывают взаимно противоречивы и плохо согласуются друг с другом.

Нет необходимости доказывать, что неопределённость является серьёзным препятствием при решении задач инвестиционного характера, в силу чего её объективная оценка является важным отправным моментом при принятии руководящих решений [7]. Неопределённость зачастую приводит к результатам, отличным от предполагавшихся, что означает наличие риска, величина которого представляется едва ли не решающей категорией при выборе эффективного действия [13]. Поэтому оценка проектов, существенные параметры которых невозможно определить однозначно, должна иметь свою специфику.

Согласно методических рекомендаций по оценке эффективности инвестиционных проектов, неопределённость проявляется в неполноте и неточности информации об условиях реализации проекта [9, с. 74]. Для её учёта в целях оценки устойчивости результатов оценки эффективности проекта в них предлагается использовать следующие методы, перечисленные по мере повышения их точности и трудоёмкости:

- укрупнённая оценка устойчивости;
- расчёт уровней безубыточности;
- метод вариации параметров;
- оценка проекта с учётом количественных характеристик неопределённости.

Разработчики методических рекомендаций сделали, как представляется, максимум возможного для решения проблемы оценки проектов в общем случае. За формулировками методических приёмов стоят знание обширной практики оценки инвестиционных проектов, много тонких рассуждений о премии за риск, о выборе коэффициента дисконтирования. Но сферой применения предложенных методов является относительно устойчивая ситуация, когда диапазоны возможных изменений параметров находятся в пределах 10-20%. А, например, при разработке месторождений углеводородов (УВ) ошибка в определении объёмов полезного ископаемого – важнейшего показателя – может быть кратной. Тем не менее, перед принятием решения об их разработке требуется предварительная оценка экономических последствий. Представляется, что учёт отраслевой специфики поможет выработке более адекватных реальной ситуации методов оценки такого рода проектов, которые, отличаясь от обычных повышенной неопределённостью, всё же требуют анализа их инвестиционной привлекательности. Следует согласиться с С.А. Смоляком и Г.И. Микериным в том, что «…реальный инвестиционный проект (в отличие от финансового) с самого начала рассматривается как уникальный, эксклюзивный, требующий индивидуального подхода» [11, с. 2].

В «Методических рекомендациях…» ввиду непроработанности вопроса об установлении количественных характеристик неопределённости её влияние предложено учитывать посредством оценки отклонений от некоего базисного варианта условий реализации проекта, осуществимость

которого признаётся наиболее вероятной. Это подразумевает знание вариантов внешних и внутренних параметров проекта и вероятность их реализации. Точность оценок таких параметров непосредственно зависит от уровня неопределённости наших знаний. Таким образом, каждая оценка фактически приобретает вероятностное распределение, диктуемое неопределённостью наших знаний. Параметры распределения опять-таки не могут в реальности иметь точное значение, зависят от адекватности наших знаний и, таким образом, процесс можно продолжать в принципе до бесконечности. В ходе такого процесса «уточнения» будет происходить схождение первоначального распределения эффективности проекта (как правило, в виде ступенчатой гистограммы) к некоей окончательной гладкой непрерывной кривой вероятностного распределения этого показателя. При этом за первоначальной аппроксимацией в действительности могут стоять существенно различные распределения. На рис. 1 приведён пример, когда при высокой неопределённости первоначальное приближение (а) может на самом деле являться искажённым отражением как двухмодального (б), так и одномодального (в) распределения. А это подразумевает существенные различия между принимаемыми по поводу реализации проекта решениями. Вариативность окончательного вида распределения непосредственно зависит от уровня неопределённости информации, на основе которой оно строится.

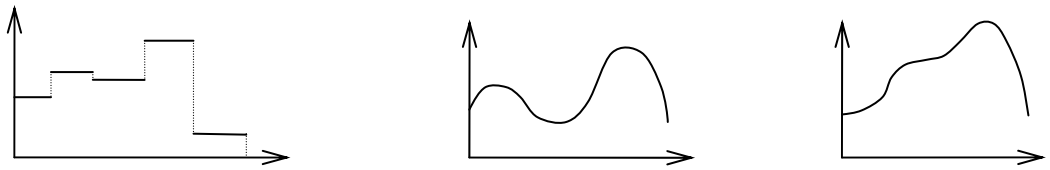


Рис. 1. Приближённое (а) и варианты (б,в) истинного вероятностного распределения показателя эффективности проекта

Рассмотрим путь решения проблемы учёта неопределённости применительно к такой важной бюджетообразующей отрасли экономики, как нефтегазовая, в плане оценки перспектив эффективности разведки и освоения потенциала недр нефтегазоносных территорий. Природные системы (а земные недра являются таковыми) относятся к категории плохо организованных. Главное отличие последних от хорошо организованных заключается в том, что они формируются и управляются одновременно многими факторами различной физической природы. Для отражения этого обстоятельства Л.Ф. Дементьевым [5] введено понятие геологического пространства как части физического пространства Земли, определяемого как бесконечно большая совокупность элементов – точек, для каждой из которых исследователю предоставляется возможность зарегистрировать сколь угодно много свойств. В реальном геологическом пространстве может быть

много пространств, отражающих то или иное физическое состояние с присущими ему характеристиками. Такие пространства принято называть формальными. Они представляют собой конечное множество точек, т.е. являются дискретными. Например, при разведке залежей нефти и газа наблюдения выполняются в скважинах, разделенных достаточно большими расстояниями, и в каждой из них исследуется лишь некоторое число параметров. Кроме того, между геофизическими профилями всегда имеются интервалы, где наблюдения отсутствуют. Но известно, что любая практическая задача преследует цель установить свойства не только в точках формального, но и реального геологического пространства, что предполагает построение последнего по неполно определённому формальному пространству. Такая процедура выполняется при помощи интерполяции и экстраполяции, для чего необходим переход от подлинного геологического пространства к некоей его модели.

Известно, что модель отражает специфический подход, при котором в ходе исследования системы предпочтение отдается некоторым важнейшим, с точки зрения исследователя, чертам объекта, а второстепенные черты намеренно игнорируются либо затушевываются. Очевидно, что реальные системы всегда сложнее их моделей. Модель может быть реализована мысленно, материально или визуально, но в любом случае она обязана воспроизвести объект исследования. Интерпретация геологических данных невозможна без соответствующего моделирования, и при этом исследователь стремится к максимальной адекватности своих построений параметрам изучаемого объекта. По мере накопления данных степень адекватности, как правило, возрастает, достигая такого уровня, когда можно ставить вопрос об их достаточности для получения надежных выводов.

Один их способов уменьшения неопределённости – получение дополнительной информации. При геологических исследованиях объёмы и разнообразие её огромны. Недра земли исследуются всеми доступными способами, поэтому количество имеющихся данных чрезвычайно велико. Совокупность сведений, полученных при изучении недр, есть геологическая информация, всегда неполная относительно такой сложной системы, как земная кора.

Геологическое исследование, какими бы методами оно ни выполнялось, носит пространственный характер. Оно имеет целью геометризацию природных геологических объектов и потому накладывает на процесс моделирования сугубо детерминистский оттенок. Но поскольку многим геологическим процессам присущ фактор случайности, правомернее рассматривать реальные геологические пространства как результат взаимодействия процессов, несущих черты случайного и детерминированного, когда каждая из этих сторон может проявляться в большей или меньшей степени.

При оценке уровня адекватности модели реальному геологическому

объекту необходимо учитывать специфику имеющейся информации. Вне зависимости от выбранного подхода, детерминистского или стохастического, исследователь будет всегда испытывать дефицит сведений, ведущий к неполноте его знаний относительно изучаемого объекта, и делать попытки определить степень приближения созданной модели к реальному геологическому пространству. А состояние, характеризующееся неполнотой знаний относительно исследуемого объекта, как уже указывалось ранее, является неопределённостью. Применительно к исследованию реального геологического пространства последняя будет означать отсутствие однозначной характеристики его свойств, но, тем не менее, наличие возможности указать принадлежность их некоторому множеству – $x \in X$, – что характерно для нечётких множеств.

При стохастическом подходе для некоторого вида моделей открывается возможность описать неопределённость, используя вероятностные законы. То, что неопределённость может приобретать меру, выраженную некоторым числом, представляет для исследователей особый интерес, потому что открывает возможность оценивать модели объектов по степени их приближения к реальности, в зависимости от поступающей информации. А как заметил Д.И. Менделеев, точной наука становится лишь с тех пор, когда начинаются измерения. При использовании вероятностных законов в качестве такой меры традиционно выступает энтропия.

Применение вероятностных законов при оценке неопределённости заслуживает краткого пояснения. У.Р. Эшби показал [14], что в естествознании энтропию в некоторых случаях целесообразно рассматривать в качестве меры разнообразия или сложности системы, эквивалентной понятию неопределённости. Геологические данные, позволяющие исследователю путем моделирования воспроизводить ситуации в реальном геологическом пространстве, – это информация в широком смысле с произвольной количественной оценкой, которая, к сожалению, не даёт ответа на вопрос о её достаточности. После введения понятия энтропии становится возможным его рассмотрение на математическом уровне.

Начнём с того, что большее или меньшее значение энтропии H отвечает большей или меньшей проблематичности результатов опыта. Последнее означает: если результат некоторого опыта (β) известен, то исход вспомогательного опыта (α) должен привести к уменьшению энтропии или, в худшем случае, оставить её на прежнем уровне. Как крайний случай, если опыт α полностью предопределяет исход β, то энтропия уменьшится:

$$\int(\alpha, \beta) = H(\beta) - H_{\alpha}(\beta),$$

где $H_{\alpha}(\beta)$ – условная энтропия. Формула показывает уменьшение неопределённости состояния β после опыта α и называется количеством информации, содержащейся в опыте α относительно β, что позволяет сформули-

ровать утверждение: информация при использовании вероятностных законов есть мера уменьшения неопределённости (энтропии) при проведении дополнительных опытов [15].

Энтропия – эффективный инструмент для оценки неопределённости, которым можно воспользоваться, если исследователь убежден, что полученные им данные укладываются при их интерпретации в рамки *вероятностных законов*. Но статистические модели – сравнительно редкое явление в геологической практике. Значительно чаще геологам приходится иметь дело с ситуациями смешанного характера, когда случайные проявления того или иного свойства накладываются на закономерности, предопределённые детерминированными процессами. В подобных случаях воспользоваться правилами, используемыми при вычислении энтропии, порой просто невозможно.

Выход из положения предоставляет теория нечётких множеств, элемент которой – функция принадлежности $\mu(x)$ – отражает состояние оценок исследуемой системы с точки зрения представлений исследователя о её реальном состоянии. Свойство неоднозначности в функции принадлежности также находит очевидное проявление, достигая своего наивысшего значения при $\mu(x)$=0.5; значение 0 обозначает отсутствие информации относительно объекта и равносильно высказыванию «этот элемент множества не имеет характеристики». Рассматривая функцию принадлежности в информационном аспекте, можно констатировать её способность в сравнительной форме адекватно отражать наличие у реального геологического пространства тех или иных свойств, свидетельствующих о присутствии или отсутствии залежей углеводородов.

Возможен вопрос: чем теория нечётких множеств отличается от операций с использованием теории вероятности? В самом деле, у первой и второй теорий имеются черты, по крайней мере, внешнего сходства. Взять хотя бы то, что вероятность и функция принадлежности имеют одну и ту же область значений – от 0 до 1. В некоторых случаях операции с использованием функции принадлежности напоминают решение задач с применением принципов теории вероятности в интуитивистской интерпретации. И, тем не менее, между теориями вероятности и нечётких множеств существует различие. Классические свойства, не позволяющие их отождествлять, приведены А. Кофманом [8]. Доказательства различия упомянутых теорий не являются предметом данной статьи, поэтому ограничимся краткой констатацией: аксиоматика теории вероятности предполагает, что вероятностное множество (семейство) связывается с дистрибутивной (булевой) решеткой, имеющей дополнение, в то время как теория нечётких множеств имеет дело с теорией векторной решетки, которая, в свою очередь, восходит к более общему понятию упорядоченной структуры.

Осуществляя операции над нечёткими множествами, исследователь неизбежно сталкивается с вопросами о степени близости или различия ме-

жду ними. Близость или различие обычно определяется с помощью расстояния, которое в статистике понимается как разница между средними значениями признаков $\overline{X}_1$ и $\overline{X}_2$. Разность должна выражаться в одних единицах, поэтому в таких случаях приходится прибегать к стандартизации величин. В случае с нечёткими множествами в этой операции нет необходимости, поскольку значение функции принадлежности не имеет размерности. Критериями оценок близости служат расстояния, в частности, расстояние Хемминга и Евклидово (квадратичное):

расстояние Хемминга между нечёткими множествами *A* и *B* определяется по формуле $d(A,B) = \sum_{i=1}^{n} \left|\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)\right|$, а *Евклидово* – по формуле $e(A,B) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i))^2}$.

Как уже отмечалось, любое геологическое пространство характеризуется огромным количеством признаков различной природы. Однако при обследовании земель на предмет поисков залежей нефти и газа в расчёт принимаются в первую очередь факторы, которые по существу являются параметрами залежи, т.е. то, что делает месторождение месторождением. К их числу относятся наличие ёмкости, обусловленной геометрией напластований, флюидоупоров, обеспечивающих изоляцию нефтегазового флюида и препятствующих его рассеиванию и, наконец, существование самого скопления нефти и газа. В терминах теории множеств это – пересечение множеств геометрических форм, флюидоупоров, ёмкостей, нефтегазового флюида, результатом которого является множество месторождений (рис. 2). Теория нечётких множеств накладывает на такую операцию свою специфику. Процесс обследования нефтегазоносных территорий, в конечном счёте, сводится к выявлению комбинаций из четырёх основных признаков, что на языке теории множеств будет означать действия по моделированию поля «отношений», которые можно записать как <<*x,y,z*>,*u*>, где *x, y, z, u* – подмножества геометрических форм (ловушек), флюидоупоров, ёмкостей, скоплений нефти (множества месторождений).

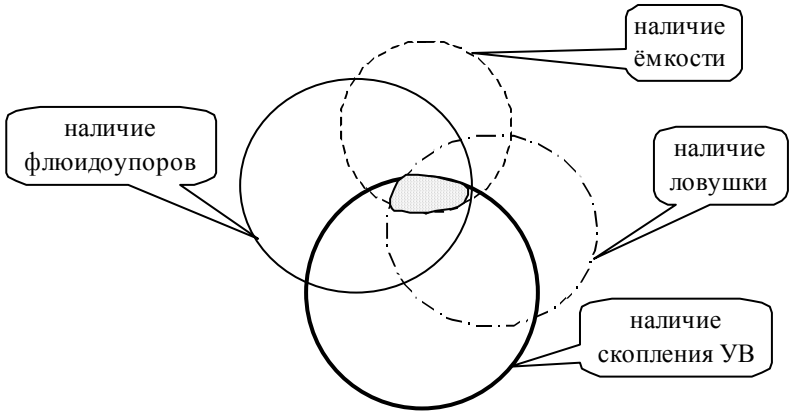


Рис. 2. Критерии, определяющие присутствие залежи УВ.

Обширная информация, получаемая на разных этапах геологоразведочных работ, свёртывается к своему конечному виду, что на языке математики и представляется как пересечение четырёх множеств. При этом, хотя данное пересечение включает четыре элемента, оно, являясь отношением, представляет собой пару, а образующее отношение множество существует тогда и только тогда, когда элементы пар равноправны. В условиях четкости если X=1, то и U=1, и наоборот, если X=0, то и U=0. В переводе на геологический язык это будет означать: если на элементарной площади элемент X есть ловушка (некоторая геометрическая форма для скопления флюида), то в элементе U ей должен соответствовать аналог. Аналогично геометрической форме в элементе X должна соответствовать геометрическая форма в U, а ёмкостной характеристике пористости – соответственно пористость, но никак не элемент иной физической природы.

Исходя из вышеизложенного, несложно прийти к выводу, что отношение $<<x,y,z>,u>$ определяет в геологическом пространстве подпространство залежей углеводородов и создаёт предпосылки для оценки степени его неопределённости. Использование принципа нечёткости не меняет существа проблемы. В отличие от чёткого подхода, когда значения элементов отношения принимают значения 1 или 0, при нечётком подходе они могут заключаться в интервале от нуля до единицы, но, как и в первом случае, на геологическом языке это будет означать наличие сравнимых понятий.

Создание шкалы для функции принадлежности – важнейшего инструмента теории нечётких множеств – есть ни что иное, как упорядочение значений функции принадлежности в интервале от 0 до 1. Шкала может быть визуализирована в виде некоторого графика. При всей кажущейся простоте эта задача сложна, а подходы к её решению имеют большие различия. Существующие мнения на этот счёт достаточно противоречивы, поскольку часть специалистов продолжают усматривать в функции принадлежности вероятностную природу. Полемизируя с ними, Л. Заде [3] указывает, что неточность, независимо от её природы, никак не может отождествляться со случайностью, поскольку последняя связана с неопределённостью, касающейся принадлежности или, наоборот, непринадлежности некоторого объекта к четкому (нерасплывчатому) множеству, а под нечёткостью следует понимать тип неопределённости, связанный с классами, в которых нельзя указать резкую границу. Подобную мысль развивает А.Н. Бугаец [4], указывающий, что измерения, необходимые для объективной оценки вероятности, зачастую либо невозможно провести, либо, как это бывает в геологии, требует слишком больших затрат времени и средств. Специалистами-геологами уже проделана большая работа, способствующая построению функции при-

надлежности, путём разделения запасов и ресурсов на категории от А до D_3 в зависимости от степени их изученности. На рис. 3 показан график такой функции, основанный на коэффициентах их приведения к извлечённым УВ [10].

Частотный подход к определёнию вероятности основан на эксперименте с повторяющимися испытаниями, в котором регистрируют отношение числа испытаний с желательным исходом к общему числу испытаний. Предельное значение данного отношения при неограниченном увеличении испытаний считают вероятностью события. Событие, происшедшее лишь однажды, в рамках такого подхода ровным счётом ни о чём не свидетельствует, а его вероятностное истолкование не имеет никакого смысла. Поскольку, как уже указывалось, каждый инвестиционный проект уникален, поэтому в задачах прогнозирования экономической эффективности нельзя рассчитывать на получение сколько-нибудь достоверных решений, основанных на использовании теории вероятности.

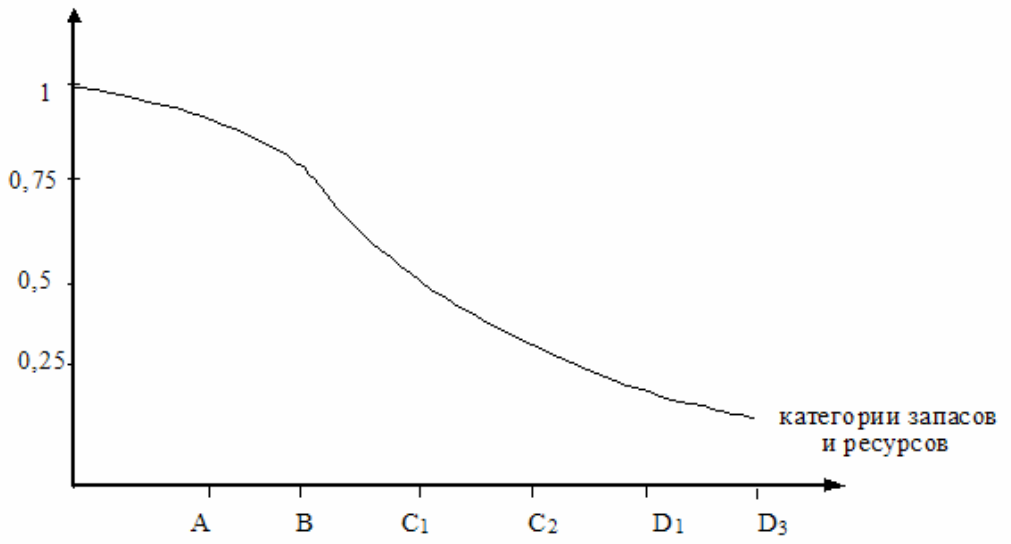


Рис. 3. График функции принадлежности приведения ресурсов и запасов УВ

К сказанному можно добавить, что в реальных обстоятельствах неточность достаточно часто обусловлена не только наличием случайных переменных, но и принципиальной невозможностью получения точных сведений из-за сложности системы или неточности ограничений и целей. И, тем не менее, противопоставление понятий вероятности и принадлежности совершенно не носит фатального характера: степень принадлежности, в конечном счёте, является субъективной оценкой некоторой характеристики. Для решаемой задачи эффективности ресурсов УВ предложен алгоритм трансформации показателей функции принадлежности в вероятностные

параметры [12], что позволяет использовать традиционные методики оценки инвестиционных проектов.

Существует авторитетное суждение [6], что в случае практического использования при задании функции принадлежности не следует придавать числовым значениям (кроме 0 и 1) какого-то особого смысла – значительно важнее упорядочение указанных значений. И это понятно: функция принадлежности – не инструмент для количественного измерения тех или иных свойств изучаемого объекта. Однако по мере оценки свойств она может убывать или, наоборот, возрастать, и может быть описана при визуализации уравнением кривой того или иного вида. В тех областях, где использование функций принадлежности, например, в экономике, – явление обыденное, количество её видов, графически визуализированных и имеющих аналитическое описание, достигает нескольких десятков, а привязка того или иного вида к конкретным оценкам осуществляется по принципу «навешивания» [2]. В геологической практике по причине огромного разнообразия наблюдаемых ситуаций такой подход осуществить затруднительно. Даже в случаях, когда оценку принадлежности удается выполнить по-возможности объективно, из-за неясности соотношений объективного и субъективного исследователи зачастую не решаются выходить за пределы троичной модели [16]:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, \ \textit{если} \ \ x \in A_1 \\ 0.5, \ \textit{если} \ \ x \in A_1 \ \textit{или} \ \ x \in A_2 \\ 0, \ \textit{если} \ \ x \in A_2 \ , \end{cases}$$

где A_1 – утверждение «да», A_2 – утверждение «нет». Она предназначена для ответа на вопрос: имеется ли в некоторой элементарной ячейке исследуемой территории достоверная информация относительно отношения $<<x,y,z>,u>$? или, возможно, неполная, вызывающая сомнение? или таковая информация отсутствует?

Для решения поставленной в статье задачи в ряде случаев также целесообразно использовать троичную модель. Это касается формализации положения дел с информацией о втором и третьем компонентах модели месторождения – о наличии флюидоупоров и ёмкостей (рис. 2). Для первого компонента (наличие ловушек) будет продуктивно использование типовой функции принадлежности вида

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, \ \ 0 \le x \le a \\ 1 - e^{-\kappa(x-a)^2}, x \ge a, \kappa > 0, \end{cases} \qquad (*)$$

где по оси абсцисс откладывается показатель объёма проведённых геофизических работ – плотности сейсморазведочных профилей на оцениваемой территории (рис. 4). Для четвёртого параметра – суждений о наличии нефтегазового флюида – практичным будет использование специальной шкалы (как аналога функции принадлежности).

Использование функции вида (*) можно считать оправданным, поскольку она соответствуют эмпирическим фактам – малое количество информации об исследуемом геологическом объекте допускает существование сколь угодно большого числа его моделей, в том числе принципиально различных. Дополнительная же информация постепенно сужает альтернативность при моделировании, а после достижения некоторого порогового уровня достаточности новые порции информации вносят лишь несущественные изменения в модель объекта. Располагая оцененными в численном виде объёмами информации относительно объекта исследования и отложив их на оси *x* графика функции принадлежности в рамках понятия нечётких отношений, исследователь получает возможность оценить величину функции принадлежности.

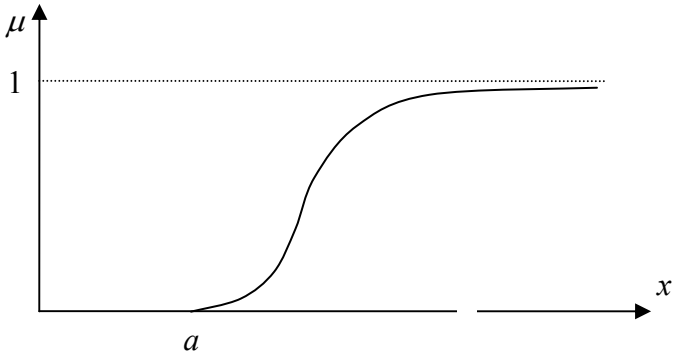


Рис. 4. График функции принадлежности, отвечающий условиям задачи оценки эффективности освоения ресурсов УВ

Количественный показатель объёма информации, накопленной на исследуемой нефтегазоносной площади, в самом общем виде складывается из двух параметров: протяженности сейсмопрофилей на единицу площади (составляющая, характеризующая геометрию напластований) и количества метров бурения глубоких скважин на единицу площади (составляющая, характеризующая вещественный состав пород).

По объектам, где бурение не проводилось, или там, где предполагаемая залежь скважинами не вскрыта (категория C_3 или, по новой классификации, D_1), информация ограничивается первым показателем. Однако при наличии второго возникает необходимость их агрегирования. Но в силу того, что эти показатели характеризуют различные свойства геологической среды, операция агрегирования лишена смысла даже если рассматриваемые параметры будут подвергнуты нормированию и трансформированы в безразмерные величины.

Преодоление отмеченной трудности возможно в рамках теории нечётких множеств, если каждый параметр, выраженный в виде физических показателей или каким-то другим способом, рассматривать в отдельности, используя принятый для него график функции принадлежности. Проблема

построения шкалы достаточности накопленной на исследуемой территории информации не так проста, как может показаться на первый взгляд, поскольку в рассматриваемом случае предполагается существование не только нуля, но и конечного предела. Стремление к накоплению информации, характеризующей геологическое пространство, в практическом плане должно иметь разумные ограничения, вытекающие из высказанных выше соображений: количество накопленной информации должно сводить к минимуму различия при выборе вариантов модели.

Учитывая уникальность свойств природных объектов, степень приближения модели к их реальным параметрам будет зависеть от сложности строения, и потому нет никаких резонов для создания некоей универсальной шкалы. С учётом этого обстоятельства, построение шкалы объёмов информации с использованием физических показателей целесообразно только для территорий ограниченных размеров, характеризующихся сходными чертами геологического строения. Причём для создания такой шкалы достаточно задаться верхним порогом показателя, определив его как показатель "информационной достаточности", исключающий существенные отклонения модели от реальной геологической ситуации. В этом случае объёмы информации, характеризующие уровень неопределённости, выраженный через значение функции принадлежности, распределятся на оси абсцисс в порядке убывания от заданного верхнего предела, который в силу практической недостижимости состояния полной определённости ($\mu(x)=1$) может быть оценен величиной, близкой к единице (например, 0.95), до нуля по вышеприведенному закону.

Литература

1. Алексеев А.В. Интерпретация и определёние функции принадлежности нечётких множеств // Методы и системы принятия решений. – Рига, 1979. – Вып. 6. – С. 42-50.
2. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 368 с.
3. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедура принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С. 172-215.
4. Бугаец А.Н. Методы теории размытых множеств и группового выбора при поисках и оценке месторождений полезных ископаемых // Междунар. геол. конгресс. XXVI сессия. Докл. сов. геологов. – М., 1980. – С. 114-124.
5. Дементьев Л.Ф. Математические методы и ЭВМ в нефтегазовой геологии. – М.: Недра, 1983. – 189 с.
6. Кандель А., Байотт У.Дж. нечёткие множества, нечёткая алгебра, нечёткая статистика // Тр. американского общества инженеров-радиоэлектроников, 1978. – Т. 66, № 12. – С. 37-61.
7. Качалов Р.М. Управление хозяйственным риском. – М.: Наука, 2002. – 191 с.
8. Кофман А. Введение в теорию нечётких множеств. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
9. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (вторая редакция). Официальное издание. – М.: ОАО «НПО «Изд-во «Экономика», 2000. – 421 с.

10. Орлов В.П., Немерюк Ю.В. Государство и минерально-сырьевая база. – М.: Геоинформмарк, 2001. – 60 с.

11. Смоляк С.А., Микерин Г.И. Оценка эффективности инвестиционных проектов в сравнении с оценкой стоимости имущества: сходства, различия и перспективы. – http://www.valuer.ru/files/ds/IPvsPV.doc

12. Тарбаев Б.И., Садов С.Л. Неопределённость и риск на примере освоения нефтегазоносного объекта / Экономика и математические методы, 2005, том 41, № 3. – С. 138-139.

13. Циммерзон А.И. О возможности решения классификационных задач нефтегазовой геологии на основе теории нечётких множеств // Изв. ВУЗов. Нефть и газ, 1980. – № 8. – С. 7-13.

14. Эшби У.Р. Введение в кибернетику. – М.: ИЛ, 1959. – 206 с.

15. Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. – М.: Наука, 1973. – 511 с.

16. Cheng Q., Agterberg F.P. Fuzzy weights of evidence method and its application in mineral potential mapping // Natural resources research, vol. 8, № 1, 1999. – Pp. 27-35.