МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ СИГНАЛОВ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ БАНКОВСКОЙ ПАНИКИ

О.С. Мариев,
к.э.н., ИЭ УрО РАН
О.В. Лаптева,
УрГУ.

В статье рассматривается модификация модели Ф.Аллена и Д.Гейла (1998), которая позволяет найти граничное значение получаемого вкладчиками внешнего сигнала, при котором они делают выбор: забрать свои средства из банков досрочно, спровоцировав банковскую панику, или рисковать в надежде получить свои средства вместе с причитающимися им процентами по вкладу.

Банковские кризисы – неотъемлемая черта рыночной экономики, они неизбежно сопровождают процесс поступательного развития общества. Трудно назвать страну, которая не переживала в той или иной степени кризисные ситуации в банковской системе. Для хрупкого равновесия в развивающейся рыночной экономике любые потрясения в банковской сфере чрезвычайно опасны, поскольку способны парализовать платежную систему, губительно сказаться на курсе национальной валюты, вызвать обострение политической обстановки.

Системный банковский кризис[1] означает несостоятельность большей части банковской системы. Под несостоятельностью понимается неспособность банка выполнять условия контракта, заключенного с вкладчиками в силу невыполнения обязательства заемщиками банка, контракта с банком, либо в результате обесценения банковских активов. При открытой форме кризиса несостоятельность выражается в прекращении банками выдачи депозитов по требованию вкладчиков. Прекращение платежей по вкладам большим числом банков – наиболее явное проявление открытого системного кризиса. Банки берут на себя и управляют рисками, и некоторые банкиры умеют это делать лучше, а другие хуже.

Поэтому всегда будут существовать случайные банковские неудачи даже в здоровой и стабильной финансовой системе. Фактически, отдельные провалы банков положительно влияют на эффективность финансовой системы, так как они позволяют перераспределить ресурсы из плохо управляемых и неэффективных банков в эффективные. Даже если эффективные банки сталкиваются с проблемами в результате незащищенности от рисков случайных событий, хотя это и маловероятно, так как такие риски, как правило, учитываются банками до того, как происходят неблагоприятные события, такие случаи имеют ограниченное влияние на финансовую систему и на доверие людей банкам. В случае системного кризиса происходит множественное банкротство банков одновременно, что уменьшает общий капитал банковской

[1] См.: Emre E., Thompson J.B. Systemic Banking Crises // Policy Discussion Papers. 2005. № 9. P. 2.

системы и сильно влияет на экономическую систему в целом таким образом, что требуется вмешательство правительства.

Среди различных моделей банковского кризиса, нам хотелось бы обратиться к тем, которые моделируют кризис вследствие возникновения «банковской паники». «Банковская паника» (bank runs) - это отнюдь не «молодое» явление. Во все времена своего существования банки сталкивались с ними. При «банковской панике» многие или все вкладчики пытаются одновременно изъять свои средства из банков. Однако работа банков устроена так, что для получения прибыли банки должны размещать привлеченные средства, в том числе и в неликвидные активы, такие как, например, кредиты. Досрочный возврат вложений не может быть произведен без затрат (потери стоимости или времени), поэтому в случае непредвиденных шоков со стороны пассивов, таких как «банковские паники», банки не в состоянии удовлетворить все требования вкладчиков.

«Банковская паника» важна для моделирования и с точки зрения того, что она может привести к системному банковскому кризису и на «пустом» месте. Невыплаты по обязательствам одним неликвидным банком может привести к всеобщей банковской панике, если вкладчики не различают причин невыплат по обязательствам этим банком. Таким образом, если вкладчики не знают: только этот банк-банкрот или существуют проблемы во всем банковском секторе, они постараются изъять свои вклады и из других банков. И по «принципу домино» вся банковская система становится неплатежеспособной.

В литературе существует два традиционных взгляда на банковскую панику.

Согласно первому из них «банковская паника» обладает следующими характеристиками:

– это *случайное явление* (random events), происходящее независимо от изменений в реальной экономике.

– это результат «*философии толпы*» (mob psychology) или «*массовой истерии*» (mass hysteria)[1].

– это *самоподдерживающийся процесс*[2]. Если кто-то верит, что банковская паника произойдет, оптимальным действием для него будет изъять свои средства из банка. Так как каждый банк обладает недостаточным количеством ликвидных активов, чтобы удовлетворить все требования вкладчиков, он будет возвращать свои активы, но с потерями. Если банк расплачивается по обязательствам по принципу: кто первый потребовал свои средства, тот и должен первым получить их назад, то вкладчики, потребовавшие свои средства первыми – получат больше, чем те, кто ждал. Таким образом, вкладчиком выгодно изъять свои средства одновременно – провоцируя банковский кризис. С другой стороны, если никто не ожидает кризиса, то банки удовлетворяют потребности вкладчиков в возврате своих средств за счет ликвидных активов. И «банковской паники» не происходит. Такой механизм генерирования «банковской паники» рассмотрен в работе Э.Постлуайта и Х.Вайвса[3].

---

[1] Kindleberger C. Manias, Panics, and Crashes: A History of Financial Crises / C.Kinleberger. New York: Basic Books, 1978. 365p.

[2] Diamond D. Bank runs, deposit insurance, and liquidity / D.Diamond, P.Dybvig // Journal of Political Economy. 1983. Vol.91. № 3. P.401-419.

[3] Postlewaite A. Bank runs as an equilibrium phenomenon / A.Postlewaite, X.Vives // Journal of Political

2) Альтернативным взглядом является мнение о том, что основа «банковских паник» – это *бизнес-циклы* (business cycle).

Экономический спад уменьшает стоимость активов банка, увеличивая вероятность того, что банки не смогут ответить по своим обязательствам. Если вкладчики получают информацию о наступающем экономическом спаде, они будут ожидать финансовые трудности в банковском секторе и попытаются изъять свои средства, таким образом, форсируя наступления кризиса. В.Митчелл писал, что «когда процветание переходит в кризис… вероятнее всего произойдут тяжелые потери и никто не может сказать, какие именно предприятия получат от него травму. Однако определенность состоит в том, что банки, вложившие свои средства в эти обанкротившиеся предприятия, будут страдать от просрочки платежей и возможно серьезно увеличат свои потери»[1].

Безусловно, что право на жизнь имеют оба подхода, но подход, основанный на теории бизнес-циклов, выглядит более обоснованным. Поэтому остановимся на подходе, основанном на теории бизнес-циклов.

Отметим, что зависимость «банковской паники» от состояния экономики (бизнес-циклов) исследовало большое количество ученых. Классикой моделирования является модель Дугласа Даймонда и Филиппа Дюбвига (1983)[2]. Именно эта модель послужила основой для большинства экономико-математических моделей «банковских паник», основанных на бизнес-циклах.

Н.Велес (1988)[3], Н.Велес (1990)[4], В.Чари (1989)[5] и Б.Чамп, Б.Смит и С.Вильямсон (1996)[6] развили модель Д.Даймонда и Ф.Дюбвига предположением о случайности доли населения, нуждающимся в ликвидности и как следствие идущим в банк за своими средствами.

Ряд других исследователей рассматривали в качестве случайной величины доходность активных операций банков: М.Хелвиг (1994)[7], Ч.Джеклин и С.Бхаттахарья (1988)[8], Ф.Аллен и Д.Гейл (1998)[9], либо доходность по депозитам: В.Чари и Р.Джаганнатан (1988)[10].

Economy. 1987. Vol.95. №3. P.485-491.

[1] Mitchell W. Business Cycles and Their Cases / W.Mitchell // Journal of Political Economy. 1942. Vol.50. № 4. P.621-622.

[2] Diamond D. Bank runs, deposit insurance, and liquidity / D.Diamond, P.Dybvig // Journal of Political Economy. 1983. Vol.91. № 3. P.401-419.

[3] Wallace N. Another attempt to explain an illiquid banking system: The Diamond and Dybvig model with sequential service taken seriously/ N.Wallace // Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review. 1988. Vol.12. P.3-16.

[4] Wallace N. A banking model in which partial suspension is best / N.Wallace // Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review. 1990. Vol.14. P.11-23.

[5] Chari V. Banking without deposit insurance or bank panics: Lessons from a model of the U.S. National Banking System/ V.Chari // Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review. 1989. Vol.13. P.3-19.

[6] Champ B. Currency elasticity and banking panics: Theory and evidence / B.Champ, B.Smith, S.Williamson // Canadian Journal of Economics. 1996. Vol.29. №4. P.828-864.

[7] Hellwig M. Liquidity provision, banking, and the allocation of interest rate risk / M.Martin // European Economic Review. 1994. Vol.38. № 3. P.1363-1389.

[8] Jacklin C. Distinguishing panics and information-based bank rans: Welfare and Policy implications / C.Jacklin, S.Bhattacharya // Journal of Political Economy. 1988. Vol.96. № 3. P.568-592.

[9] Allen F. Optimal Financial crises / F.Allen, D.Gale // The Journal of Finance. 1998. Vol.53. № 4. P.1245-1284.

[10] Chari V. Banking panics, information, and rational expectations equilibrium / V.Chari, R.Jagannathan // Journal of Finance. 1988. Vol.43. №3. P.749-761.

Фрэнклин Аллен и Дуглас Гейл (1998) описали модель, показывающую, как циклические изменения в стоимости активов могут провоцировать «банковскую панику». Модель основывается на классической постановке задачи Д.Даймонда и Ф.Дюбвига (1983), но в отличие от последних, у Ф.Аллен и Д.Гейла доходность активов – случайная величина и информация о будущей доходности становится доступной только тогда, когда значение доходности реализовалось. Они рассмотрели две группы активов: ликвидные (т.е. могут быть реализованы быстро и без потери стоимости, безрисковые активы)) и неликвидные (рискованные активы). В их модели рассматривается три периода (T=0, 1, 2). Доходность ликвидных активов равна 1, а рискованных - R, где R – неотрицательная случайная величина с плотностью распределения равной f(R). Математическое ожидание доходности рискованных активов больше единицы, т.е. рискованные активы более доходны, чем безрисковые. В период T=1 вкладчики получают сигнал о значении R, которое реализуется в момент T=2.

Существует бесконечное число идентичных вкладчиков, положивших свои средства в банк в T=0 (никто не вкладывает средства в T=1 и в T=2). Рассматриваются вкладчики двух типов: «ранние» (early consumers), которые хотят изъять свои средства из банка в момент времени T=1 и «поздние» (late consumers) – в T=2. В T=0 вкладчики не имеют информацию о своем типе, но знают вероятность (P), с которой они могут быть «ранними» или «поздними» вкладчиками. В момент T=1, когда получен сигнал о доходности R, вкладчики знают свой тип.

Функция полезности вкладчиков для вероятности P=1/2 имеет следующий вид:

$$U(c_1, c_2) = \begin{cases} u(c_1)_c_вероятностью_1/2 \\ u(c_2)_c_вероятностью_1/2 \end{cases}, \qquad (1)$$

где c_t - сумма вклада, полученная агентом в период t=1,2.

В модели предполагается, что существует свободный вход на рынок банковских услуг. Таким образом, банки вынуждены максимизировать ожидаемую полезность вкладчиков и оптимально распределять активы между ликвидными и рискованными.

Сумма изъятия в момент времени T = 1, 2 зависит от случайной реализации R. Модель записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \max M[u(c_1(R)) + u(c_2(R))] \\ L + X \le E \\ c_1(R) \le L \\ c_1(R) + c_2(R) \le L + RX \\ c_1(R) \le c_2(R) \end{cases}, \qquad (2)$$

где *M[]* – математическое ожидание;
u[] – функция полезности вкладчиков;
E – пассивы банка;

L – безрисковые активы банка;
X – рискованные активы банка.

Первое ограничение означает, что активы банка не должны превышать пассивы, таким образом, объем привлеченных средств вкладчиков ограничивает инвестиционные возможности банка.

Второе ограничение говорит нам о том, что ликвидных активов должно быть достаточно для удовлетворения потребностей «ранних» вкладчиков.

Третье ограничение можно переписать в следующем виде:

$$c_1(R) \le (L - c_2(R)) + RX \qquad (3)$$

Его следует трактовать так: изъятие своих средств «поздними» вкладчиками не должно превышать суммы ликвидных активов, оставшихся после изъятия своих средств «ранними» вкладчиками и суммарной стоимости рискованных активов.

Последнее ограничение говорит о том, что для любого значения доходности R сумма изъятия своих вкладов «поздними» вкладчиками должна быть не меньше, чем сумма изъятия «ранними». Так как «ранние» вкладчики не могут подражать «поздним», а «поздние» могут, используя технологию, описанную Д.Даймонда и Ф.Дюбвига (1983)[1]. «Поздние» вкладчики могут потребовать $C_1(R)$ в момент T=1, таким образом и в момент T=2 у них останутся эти же $C_1(R)$.

Решение задачи (2) выглядит следующим образом (рисунок 1).

На рисунке показаны оптимальные объемы изъятия средств из банка вкладчиками $C_1(R)$ и $C_2(R)$ в зависимости от значения доходности активных операций банка R, реализовавшейся в момент T=2. Таким образом, при реализации R=0 оптимальным будет поровну поделить ликвидные активы L между двумя группами вкладчиков.

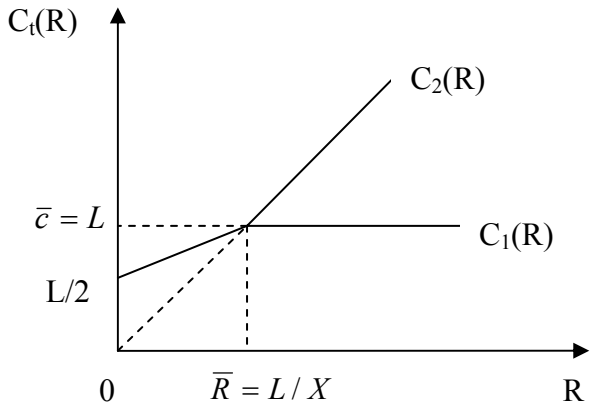


Рис.1. Решение максимизационной задачи (2)[2].

[1] Diamond D. Bank runs, deposit insurance, and liquidity / D.Diamond, P.Dybvig // Journal of Political Economy. 1983. Vol.91. № 3. P.401-419.
[2] Allen F. Optimal Financial crises / F.Allen, D.Gale // The Journal of Finance. 1998. Vol.53. № 4. P.1255.

Когда вкладчики наблюдают за экономическими индикаторами и чувствуют, что денежные поступления банков будут маленькими – начинаются «банковская паника». Оптимальным распределением банком своих активов между ликвидными и рискованными будет такое, при котором достигается максимум ожидаемой полезности вкладчиков при различных возможных реализациях доходности R: $\overline{R} = L / X$.

Для того чтобы оценить взаимное влияние системного банковского кризиса и «банковской паники», рассмотрим случай, когда вкладчики получают сигнал о риске. В этом случае активы необходимо рассматривать с точки зрения рискованных и безрисковых. Основой для моделирования будет модель Ф.Ален, Д.Гейл (1998), в которой все активы банка разделены на 2 группы с точки зрения риска.

Решение задачи Ф.Ален, Д.Гейл (1998) – это оптимальный уровень ликвидных активов, максимизирующий функцию полезности вкладчиков.

Рассмотрим влияние внешних сигналов на возникновение «банковской паники», при *заданной структуре* рискованных и безрисковых активов – это модификация модели Ф.Ален, Д.Гейл (1998) с некоторыми особенностями.

1) Под отдельным банком в модели Ф.Ален, Д.Гейл (1998) будем понимать всю банковскую систему. Ликвидные активы L - это суммарный объем ликвидных активов в банковской системе.

2) Каждый вкладчик i не имеет информации о будущей реализации доходности рискованных вложений «своего» банка n. Но в период T=1 он получает агрегированный сигнал о риске P, под которым мы будем понимать вероятность системного банковского кризиса. Если в момент T=2 произошел дефолт, то доходность активов составит $0<R_1<=1$, если дефолта не будет, то доходность активов будет равна $R_2>1$.

Отказ от предположения о том, что вкладчики получают сигнал о доходности связан с тем, что, на практике население, как правило, не знает как и куда размещают свои активы банки, которым оно доверило свои деньги. Население может оценить общее состояние экономики некоторым параметром, под которым подразумевается агрегированный показатель вероятности дефолта банковской системы P. В случае дефолта банки не могут получить запланированную доходность по активам $R_2>1$, они возвращают свои активы с потерями, так что $R_1<=1$ в случае кризиса.

3) В момент T=0 вкладчики отдают E единиц банковской системе до момента T=2 под фиксированную ставку r>1. Досрочное изъятие вклада возможно в момент T=1, но с нулевой доходностью.

Таким образом, вкладчики при принятии решения о досрочном изъятии вклада взвешивают риски (P) и обещанную доходность по вкладу (r) в момент времени T=2. Так как они в T=2 могут получить больше, то им не все равно в какой период забрать свои средства.

В качестве функции полезности рассмотрим функцию следующего вида:

$$U(c_1, c_2) = \begin{cases} c_1(p), дефолт \\ rc_2(p), нет_дефолта \end{cases}, \qquad (4)$$

где $c_1(-)$, $c_2(-)$ – сумма изъятия средств вкладчиками в момент времени T=j (j=1,2).

Математическую модель можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} &\max_{c_j} pc_1(p) + (1-p)rc_2(p) \\ &(1)X + L = E \\ &(2)c_1(p) \le L \\ &(3)c_1(p) + rc_2(p) \le L + R(p)X \end{aligned}, \qquad (5)$$

где $C_j(P)$ – сумма изъятия средств вкладчиками в момент времени T=j (j=1,2);

E – объем вложений (пассивы банков) в момент T=0;

X- объем рискованных вложений;

L – уровень ликвидных активов в банковской системе.

В модели максимизируется ожидаемая полезность вкладчиков. Ограничения трактуются так же как и в модели Ф.Ален, Д.Гейл (1998). В момент времени T=1 банк не может выплатить более размера ликвидных активов в банке. В T=2 банк расплачивается по своим обязательствам за счет остатка ликвидных активов и стоимости рискованных активов.

Решим задачу (5) графическим способом (рисунок 2).

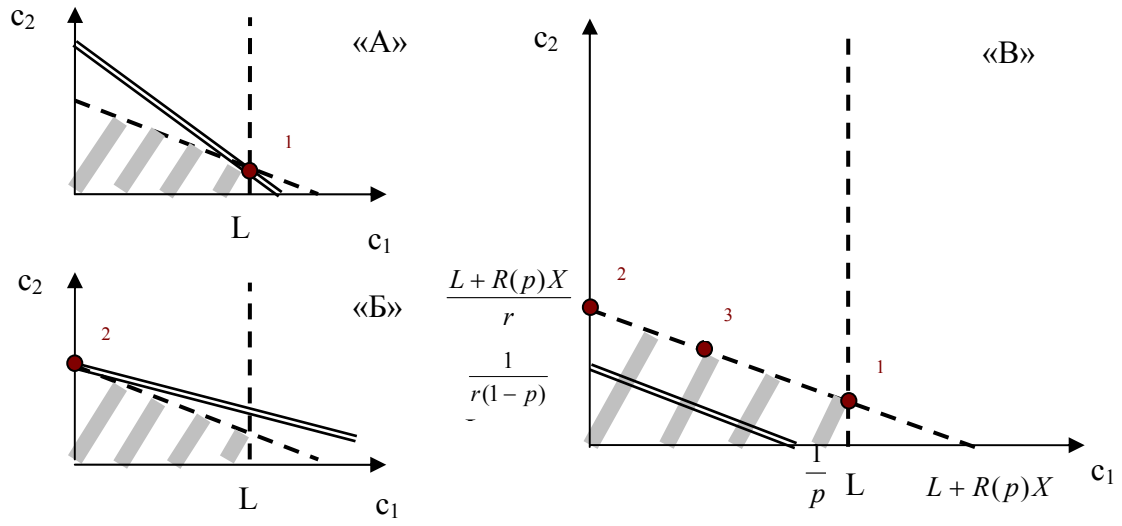


Рис.2. Графическое решение задачи (5)

Заштрихованная область показывает множество допустимых значений c_1, c_2. В зависимости от разных значений P, максимум ожидаемой полезности вкладчиков достигается в разных точках. На рисунке 2(А) максимум достигается в точке «1», на рисунке 2(Б) – в точке «2». Если прямая, определяемая целевой функцией, параллельна прямой, задаваемой ограничением (4) задачи (5) – множество решений – это весь отрезок прямой от точки «1» до точки «2».

Найдем значение вероятности дефолта, соответствующей этой ситуации.

Условие параллельности запишем через равенство тангенсов углов наклона этих прямых к оси абсцисс ($0c_1$)

$$\frac{\frac{L+R(p)*X}{r}}{L+R(p)X}=\frac{\frac{1}{r(1-p)}}{\frac{1}{p}} \quad \rightarrow \quad 1=\frac{p}{(1-p)} \quad \rightarrow \quad p=\frac{1}{2} \tag{6}$$

Таким образом, при P<0,5 мы оказываемся в ситуации, изображенной на рисунке 2(Б), вкладчики не забирают досрочно свои вклады. Когда же они получают сигнал о вероятности дефолта банков P>0,5 – забирают из банка все ликвидные активы, порождая «банковскую панику».

Далее предположим, что существует гарантия возврата части вложенных вкладчиками средств в случае дефолта. Например, сумма гарантии может определяться остаточной стоимостью активов банков при реализации дефолта, или под суммой гарантии можно понимать систему страхования вкладов. Тогда может ли существование гарантии по выплатам уменьшить вероятность возникновения банковской паники?

Пусть существует гарантия возврата α% ($0 \le \alpha \le 1$) средств каждого вкладчика на момент дефолта банковской системы. Тогда функцию полезности вкладчика можно записать в следующем виде:

$$U(c_1,c_2)=\begin{cases} c_1(p)+\alpha \cdot c_2(p), дефолт \\ rc_2(p), нет_дефолта \end{cases} \tag{7}$$

Тогда задача максимизации ожидаемой полезности вкладчиков перепишется так:

$$\begin{aligned} &\max_{c_j} p(c_1(p)+\alpha \cdot c_2(p))+(1-p)rc_2(p) \\ &(1)X+L=E \\ &(2)c_1(p) \le L \\ &(3)c_1(p)+rc_2(p) \le L+R(p)X \end{aligned} \tag{8}$$

Задача (8) решается по аналогии с задачей (5), для облегчения понимания расчетов, можно перегруппировать слагаемые в целевой функции максимизации.

$$p(c_1(p)+\alpha \cdot c_2(p))+(1-p)rc_2(p) = pc_1(p)+[p\alpha+(1-p)r]c_2(p) \tag{9}$$

Графическая интерпретация представлена на рисунке 3.

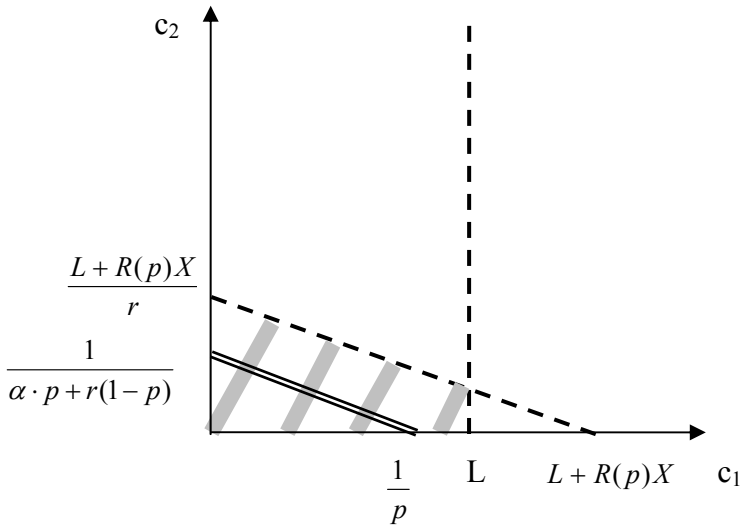


Рис.3. Графическое решение задачи (8)

Равенство тангенсов углов наклона дает:

$$\frac{\frac{L+R(p)*X}{r}}{L+R(p)X}=\frac{\frac{1}{\alpha\cdot p+r(1-p)}}{\frac{1}{p}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r}=\frac{p}{\alpha\cdot p+r(1-p)} \quad \rightarrow \quad p=\frac{r}{2r-\alpha} \qquad (10)$$

Проверим на адекватность и логичность полученный результат.

$$p=\frac{r}{2r-\alpha}\le 1 \leftrightarrow \begin{cases}2r-\alpha>0\\ r\le 2r+\alpha\end{cases} \leftrightarrow \begin{cases}2r-\alpha>0\\ r\ge \alpha\end{cases} \qquad (11)$$

Это всегда верно, так как r>1 (следовательно 2r>2) по условию постановки задачи и $\alpha\in[0,1]$

$$p=\frac{r}{2r-\alpha}\ge 0 \leftrightarrow \text{r>0} \qquad (12)$$

Таким образом, получено граничное значение агрегированного сигнала о риске, определенного на отрезке [0, 1]. Поэтому есть все основания трактовать этот сигнал как вероятность, а именно как вероятность системного банковского кризиса.

$$P^*=\frac{r}{2r-\alpha}\ , \qquad (13)$$

где P^* - граничное значение вероятности системного банковского кризиса;

r – ставка по депозитам;

α – гарантированный процент возвращаемой основной суммы.

Если существует гарантия возврата α=0% средств, то мы оказываемся в условиях задачи (5). При вероятности дефолта P>0,5 вкладчики побегут за своими деньгами.

Если α=100%, а ставка по депозитам 110%, то граничное значение вероятности дефолта составит P=11/12. Таким образом, при 100% гарантии возврата вложенных средств, «банковская паника» начнется при оценки вкладчиками вероятности дефолта выше 11/12.

В таблице 1 представлен расчет граничных значений вероятности системного банковского кризиса по формуле (12) для различных уровней гарантий возврата вложенных вкладчиками средств в банки и обещанной ставкой по депозитам.

Таблица 1

Расчет граничного значения вероятности дефолта для различных значений: ставки по привлеченным средствам (r) и размера гарантий (α)

r-1 / α	В процентом представлении				В представлении через простые дроби			
	5%	10%	50%	100%	5%	10%	50%	100%
0%	50,00%	50,00%	50,00%	50,00%	1/2	1/2	1/2	1/2
25%	56,76%	56,41%	54,55%	53,33%	21/37	22/39	6/11	8/15
50%	65,63%	64,71%	60,00%	57,14%	21/32	11/17	3/5	4/7
75%	77,78%	75,86%	66,67%	61,54%	7/9	22/29	2/3	8/13
100%	95,45%	91,67%	75,00%	66,67%	21/22	11/12	3/4	2/3

Полученные результаты непротиворечивы. При возрастании суммы, гарантированно получаемой вкладчиками при любом стечении обстоятельств, уменьшается их восприятие опасности от дефолта банков, таким образом, что сдвигается пороговое значение вероятности дефолта, при котором вкладчики поднимают «панику». Реакция вкладчиков на внешний сигнал о вероятности дефолта зависит также от обещанной банком процентной ставки по вкладам. Чем больше обещанная ставка, тем большие доходы теряют вкладчики (так как система страхования вклада в нашей модели распространяется только на сумму первоначально инвестированных средств в банк), тем меньше граничное значение вероятности дефолта.

В модели Ф.Ален, Д.Гейл (1998) осуществляется поиск оптимальной структуры размещения активов между ликвидными и рискованными, обеспечивающей максимум ожидаемой полезности вкладчиков для различных функций их полезности. Модифицированная в данной статье модель решает задачу поиска граничного значения некоторого получаемого вкладчиками внешнего сигнала, при котором они делают выбор: забрать свои средства из банков досрочно (тем самым подняв «панику» и, возможно, форсировать банковский кризис) или рисковать в надежде получить свои средства вместе с причитающимися им процентами по вкладу. Показано, что граничное значение внешнего сигнала (вероятности системного банковского кризиса) зависит от ставки, обещанной банками по вкладам, и от размера гарантированных выплат по вкладу (например, при существовании системы страхования вкладов).