

ТЕОРИЯ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА: ФУНКЦИИ РАСХОДОВ НА УДОВЛЕТВОРЕНИЕ КОНКРЕТНОЙ ПОТРЕБНОСТИ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМЫМИ БЛАГАМИ РАЗНОГО КАЧЕСТВА¹

Т. А. Козелецкая, Е. А. Герман, А. Г. Дмитриев

В качестве количественной меры предпочтений индивида введены коэффициенты предпочтений как доли расходов на качественный и низкокачественный товары. На основе предположения о существовании предельных расходов на удовлетворение конкретной потребности получены дифференциальные уравнения расходов. Их решения представлены в форме, удовлетворяющей требованиям корректной записи математических выражений с именованными величинами. Получены функции, отображающие зависимости расходов на взаимозаменяемые блага от дохода потребителя.

Данная работа продолжает исследования, касающиеся теории потребительского спроса, опубликованные в наших работах [2, 4-8].

Если говорить о рынке конечного потребления, об удовлетворении конкретной потребности, то каждая из них может быть удовлетворена частично или полностью потреблением взаимозаменяемых благ разного качества. Рассмотрим динамику расходов на их приобретение по мере роста дохода индивида.

Ограничимся случаем двух взаимозаменяемых благ, предназначенных для удовлетворения некоторой потребности. Будем говорить только о таких потребностях, для удовлетворения каждой из которых необходимое количество блага, а следовательно и затраты, ограничены некоторой максимальной их величиной (ограничены сверху). По своей природе такие потребности можно отнести к категории биогенных потребностей² (в отличие от потребностей психогенной природы, для удовлетворения которых подобных ограничений не существует [9]).

Уравнение расходов на удовлетворение конкретной потребности

Получим функцию $\varepsilon^*(M)$, описывающую изменение расходов на удовлетворение потребности с ростом дохода.

Будем считать, что расходы на удовлетворение любой потребности биогенной природы ограничены максимальной величиной ε_{\max}^* , соот-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №11-06-00319-а «Математические модели поведения агентов рыночных отношений».

² Ограничения обусловлены физическими возможностями человека. Пищи не съешь больше, чем способен вместить желудок. Не оденешь на себя больше одежды, чем нужно для достижения состояния комфорта, и т. д.

ветствующей расходам на полное удовлетворение этой потребности.

Коэффициент неудовлетворенности и дифференциальное уравнение расходов

Рассмотрим связь между бесконечно малым приращением дохода dM и приращением расходов $d\varepsilon^*$ на удовлетворение интересующей потребности.

Учитывая фундаментальную линейность связи между дифференциалами переменных [1, с. 305], можно записать:

$$d\varepsilon^* = \mu \cdot dM. \quad (1)$$

Очевидно, что разница между расходами, необходимыми для полного удовлетворения данной потребности (ε_{\max}^*), и текущими расходами на её удовлетворение ε^* будет служить стимулом к увеличению дополнительных расходов (к увеличению $d\varepsilon^*$), т. е. коэффициент μ в выражении (1) пропорционален их разности ($\mu \sim (\varepsilon_{\max}^* - \varepsilon^*)$). Его можно назвать коэффициентом неудовлетворенности потребности.

В соответствии с выражением (1), μ должно быть безразмерной величиной, так как $d\varepsilon^*$ и dM измеряются в одних и тех же денежных единицах (руб). Из соображений корректной записи математических выражений с именованными величинами представим μ в виде:

$$\mu = \alpha (\varepsilon_{\max}^* - \varepsilon^*), \quad (2)$$

где коэффициент α формально служит для выравнивания размерностей левой и правой частей этого выражения. Смысловой нагрузки он пока не несет.

Подставив (2) в (1), получим дифференциальное уравнение расходов на удовлетворение конкретной потребности:

$$d\varepsilon^* = \alpha(\varepsilon_{\max}^* - \varepsilon^*)dM. \quad (3)$$

Функция расходов на удовлетворение конкретной потребности

Интегрирование выражения (3), как известно, дает неопределенную константу. Она может быть получена из вполне очевидных граничных условий. Ясно, что при нулевом доходе расходы тоже будут нулевыми, т. е. $\varepsilon^*|_{M=0} = 0$.

В этом случае решение уравнения (3)¹ дает зависимость расходов на удовлетворение некоторой потребности биогенной природы от дохода в виде:

$$\varepsilon^*(M) = \varepsilon_{\max}^* \cdot (1 - e^{-\alpha M}). \quad (4)$$

Коэффициент α формально может быть представлен через измеряемые величины, имеющие ясный экономический смысл, если рассматривать текущие расходы на удовлетворение потребности как долю (δ) от дохода. Тогда можно записать:

$$\delta(M) = \frac{\varepsilon^*(M)}{M}. \quad (5)$$

Естественно, что $\delta(M) \ll 1$, поскольку свой доход покупатель расходует на удовлетворение многих потребностей.

С учетом равенства (4) получим:

$$\delta(M) = \frac{\varepsilon_{\max}^* (1 - e^{-\alpha M})}{M}. \quad (6)$$

Посмотрим, какой будет эта доля при очень малых доходах, обозначим её как δ_0 . Другими словами, найдем предельную долю при малых доходах, т. е. вычислим $\delta_0 = \lim_{M \rightarrow 0} \delta(M)$.

Воспользовавшись выражением (6) и правилом Лопиталья для раскрытия неопределенности типа $\frac{0}{0}$, получим:

$$\delta_0 = \varepsilon_{\max}^* \alpha. \quad (7)$$

Таким образом, функция расходов на удовлетворение конкретной потребности (4) может быть представлена в виде:

$$\varepsilon^*(M) = \varepsilon_{\max}^* \left(1 - e^{-\frac{\delta_0}{\varepsilon_{\max}^*} M} \right). \quad (8)$$

В показателе экспоненты произведение $(\delta_0 \cdot M)$ можно рассматривать как приведенный доход, а

¹ Методом разделения переменных и с учетом указанных граничных условий.

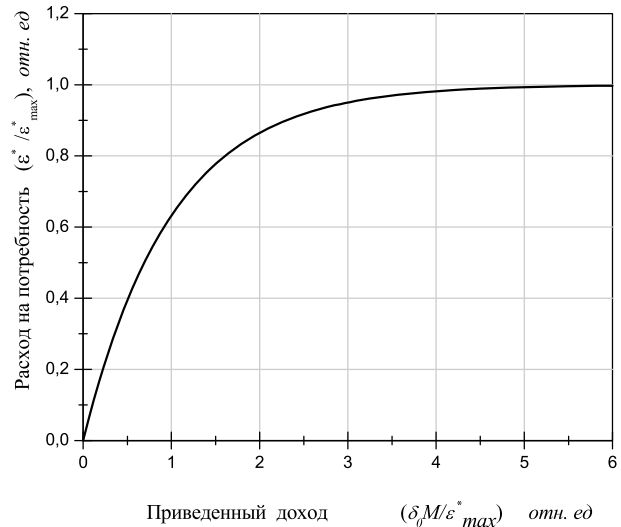


Рис. 1. Зависимость расходов на удовлетворение потребности от дохода

весь показатель, представленный в виде $\frac{\delta_0 \cdot M}{\varepsilon_{\max}^*}$, как приведенный доход, измеренный в единицах максимального расхода ε_{\max}^* .

График этой зависимости (кривая расходов на удовлетворение конкретной потребности) показан на рис. 1.

При любом доходе эти расходы распределяются между взаимозаменяемыми благами разного качества. Получим соответствующие функции.

Коэффициенты предпочтения

В экономической теории рассматривают, но только лишь на качественном уровне (вербально), возможность удовлетворения потребности за счет потребления товаров (благ) разного качества, подразделяя их на качественный товар и низкого качества (качественное благо и низкое благо). При этом классификационным признаком служит эластичность по доходу.

Под эластичностью одной величины по отношению к другой, как известно, понимают отношение их относительных приращений. Например, эластичность (ξ) изменяющейся величины y по отношению к другой изменяющейся величине Z (обозначим её $\xi\left(\frac{y}{Z}\right)$) определяется выражением:

$$\xi\left(\frac{y}{Z}\right) = \frac{dy/y}{dz/Z} = \frac{dy}{dz} \frac{Z}{y}. \quad (9)$$

Низкокачественным товаром обычно называют такой, для которого эластичность по доходу отрицательна, а качественным — такой, для которого эластичность по доходу положительна. По мере роста дохода индивид стремится заменить потребление низкого блага на качественное. Полагают, что с ростом дохода потребление низкого блага снижается (эластичность отрицательна), а качественного продукта — увеличивается (эластичность положительна).

При каких уровнях дохода это утверждение соответствует действительности? — вопрос, который в традиционной теории не обсуждается.

По нашему мнению, использование знака эластичности по доходу в качестве классификационного признака, по которому разделяют блага по их качеству, неправильно.

Не существует товара (блага) только с отрицательной эластичностью во всем интервале доходов. Так, при увеличении малого дохода (близкого к нулю) потребление любого, даже самого низкокачественного товара растет (эластичность по доходу положительна). Из-за малости дохода индивид не может позволить себе приобретать более качественный товар в нужном количестве. Только при достаточном уровне дохода и достижении некоторого уровня потребления низкокачественного товара может появиться реальная возможность потреблять более качественный товар, заменяя им потребление первого. В этом состоянии эластичность по доходу низкого блага изменяет знак и становится отрицательной.

Очевидно, что по эластичности один и тот же товар для одних покупателей будет низкокачественным, а для других — высококачественным. Для покупателей с низкими доходами любой товар будет высококачественным, а низкокачественных не будет вовсе.

В экономической теории спроса и предложения, характеризуя поведение покупателя на рынке товаров и услуг, используют понятие «предпочтение» (например, [11]) и понятие «выявленные предпочтения» (например, [10]). Рассматривая поведение покупателей с точки зрения продавца, использование этой терминологии вполне оправданно. Если покупают один товар и не покупают другой, значит, один предпочитают другому, принимая решение и о количестве купленного товара. Что при этом мотивировало сделать такой выбор каждым из покупателей — продавцов не интересует.

В отличие от продавцов (или выразителей их интересов) мы пытаемся осознать и количественно описать поведение покупателя исходя из его внутренних ощущений, касающихся свойств (качества) самого товара, и финансовых возможностей покупателя.

В нашем рассмотрении используем, быть может, и небесспорную, но более точную, на наш взгляд, терминологию. В частности, будем рассматривать предпочтения как проявление субъективных особенностей восприятия данного блага, обусловленных национальными и религиозными традициями и личными пристрастиями (подобно коэффициенту удовлетворения k в уравнении удовлетворенности) [6]. При этом введем в рассмотрение количественную меру предпочтений — коэффициент предпочтений для качественных и низкокачественных благ. Обозначать их будем символом β с соответствующим нижним индексом.

В отличие от принятого критерия разделения благ на качественные и низкокачественные по эластичности, мы будем разделять их, ориентируясь на стремление покупателя увеличивать или уменьшать долю расходов на данный товар среди предназначенных для удовлетворения данной потребности.

При таком подходе можно было бы выделить и такие блага, в отношении которых стремление изменять долю расходов на их покупку отсутствует. Их можно было бы называть нейтральными. Но привести пример такого товара мы не можем, поэтому останемся в рамках бинарной логики и будем разделять блага на две традиционные категории.

Как это и принято в экономической теории, одно из этих благ назовем низкокачественным (или низкое благо; L -благо), а другое — качественным (или высокое благо; H -благо). Очевидно, что текущие расходы на покупку каждого из них (ε_L^* и ε_H^* соответственно) связаны с расходами на удовлетворение данной потребности (ε^*) очевидным соотношением:

$$\varepsilon^* = \varepsilon_L^* + \varepsilon_H^*. \quad (10)$$

Посмотрим, каким образом будут зависеть расходы на покупку каждого из этих благ (ε_L^* и ε_H^*) от дохода, т. е. найдем функции $\varepsilon_L^*(M)$ и $\varepsilon_H^*(M)$.

Введем в рассмотрение коэффициенты предпочтений низкого блага (β_L) и качественного блага (β_H) как доли текущих расходов на их по-

купку от общих текущих расходов на удовлетворение данной потребности, т. е.:

$$\beta_L = \frac{\varepsilon_L^*}{\varepsilon^*} \quad (11)$$

и

$$\beta_H = \frac{\varepsilon_H^*}{\varepsilon^*}. \quad (12)$$

Естественно, что коэффициенты предпочтений могут изменяться с изменением дохода индивида.

Учитывая выражение (10), можно сказать, что:

$$\beta_L + \beta_H = 1. \quad (13)$$

Каждый из коэффициентов предпочтений меньше единицы. Любой из них может оказаться равным единице только в том случае, если другой равен нулю.

Зависимости коэффициентов предпочтения от дохода

Коэффициент предпочтения низкокачественного продукта β_L можно связать с текущими (ε^*) и предельными (ε_{\max}^*) расходами для удовлетворения конкретной потребности. Для этого рассмотрим предельные случаи малых ($M \rightarrow 0$) и больших ($M \rightarrow \infty$) доходов.

При малом (близком к нулю) доходе текущие расходы на удовлетворение конкретной потребности также близки к нулю (т. е. при доходе $M \rightarrow 0$ расходы $\varepsilon^* \rightarrow 0$). При этом конкретная потребность практически не удовлетворена. Малая величина дохода позволяет потреблять только низкокачественный (самый дешевый) продукт. Это означает, что коэффициент предпочтения β_L при малом доходе, а следовательно, и малом текущем расходе ε^* , близок к единице, т. е. при $\varepsilon^* \rightarrow 0$ имеем $\beta_L \rightarrow 1$, что можно представить и в такой форме $\beta_L|_{\varepsilon^* \rightarrow 0} \rightarrow 1$.

В другом крайнем случае доход велик, потребность близка к полному удовлетворению, а текущие расходы приближаются к максимальным $\varepsilon^* \rightarrow \varepsilon_{\max}^*$. Желание приобретать низкокачественный продукт пропадает, и коэффициент предпочтения низкого блага становится близким к нулевому значению $\beta_L \rightarrow 0$, т. е. $\beta_L|_{\varepsilon^* \rightarrow \varepsilon_{\max}^*} \rightarrow 0$.

Таким образом, при возрастании дохода (M), а следовательно, при росте текущих расходов ε^* , начиная от самого малого, коэффициент пред-

почтения низкого блага β_L уменьшается от единицы до нуля.

Указанными свойствами обладает функция, полученная исходя из следующих соображений.

Если рассмотреть разность предельных (максимальных) расходов ε_{\max}^* и текущих ε^* , т. е. $(\varepsilon_{\max}^* - \varepsilon^*)$, то она будет отображать стимул покупать блага обеих категорий. Чем меньше текущие расходы ε^* по сравнению с максимальными ε_{\max}^* , тем более предпочтительным, точнее сказать, экономически предпочтительным¹ становится низкое благо.

Учитывая, что коэффициенты предпочтения введены в рассмотрение как безразмерные величины (см. равенства (11) и (12)), следует удовлетворить и требование корректной записи математических выражений с именованными величинами [3], что можно сделать, записав:

$$\beta_L = \frac{\varepsilon_{\max}^* - \varepsilon^*}{\varepsilon_{\max}^*} = 1 - \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_{\max}^*}. \quad (14)$$

Используя выражение (12) для коэффициента предпочтения качественного блага, получим:

$$\beta_H = 1 - \beta_L = \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_{\max}^*}. \quad (15)$$

Из выражения (8) следует, что:

$$\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_{\max}^*} = \left(1 - e^{-\left(\frac{\delta_0 M}{\varepsilon_{\max}^*}\right)} \right), \quad (16)$$

Тогда в соответствии с выражением (14) имеем:

$$\beta_L = 1 - \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_{\max}^*} = e^{-\left(\frac{\delta_0 M}{\varepsilon_{\max}^*}\right)}, \quad (17)$$

а в соответствии с выражением (15) получим:

$$\beta_H = \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_{\max}^*} = 1 - e^{-\left(\frac{\delta_0 M}{\varepsilon_{\max}^*}\right)}. \quad (18)$$

Выражения (17) и (18) показывают, что предпочтения конкретного покупателя изменяются при изменении его дохода. С ростом дохода коэффициент предпочтения для низкокачествен-

¹ Здесь можно использовать и такой термин, как «платежеоправданное желание». Не будем путать с желанием. Все жаждут быть здоровыми и богатыми, но это в реальности далеко не так.

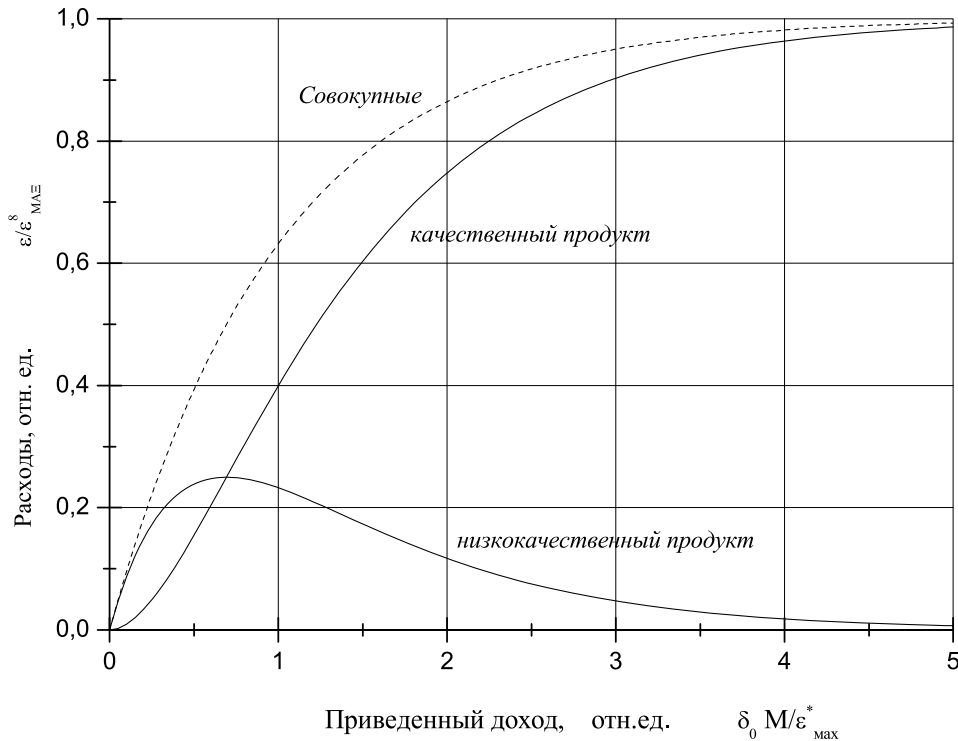


Рис. 2. Зависимость расходов на покупку качественных и низкокачественных благ от дохода

ного блага экспоненциально уменьшается (в пределе до нуля), а качественного блага — возрастает, стремясь к единице, что адекватно отражает стремление при наличии финансовой возможности отказаться от потребления низкокачественного продукта, заменив его качественным продуктом.

Функции расходов на низкое и качественное благо

Полученные выражения для коэффициентов предпочтения (17) и (18) совместно с равенствами (11) и (12) приводят к функциям расходов на покупку низкого (ϵ_L^*) блага и качественного (ϵ_H^*) блага.

Для низкокачественного товара получим:

$$\begin{aligned} \epsilon_L^*(M) &= \beta_L \epsilon^* = e^{-\left(\frac{\delta_0 M}{\epsilon_{\max}^*}\right)} \epsilon^* = \\ &= \epsilon_{\max}^* e^{-\left(\frac{\delta_0 M}{\epsilon_{\max}^*}\right)} \left(1 - e^{-\left(\frac{\delta_0 M}{\epsilon_{\max}^*}\right)}\right). \end{aligned} \quad (19)$$

Для качественного продукта получим:

$$\epsilon_H^*(M) = \beta_H \epsilon^* = \epsilon_{\max}^* \left(1 - e^{-\left(\frac{\delta_0 M}{\epsilon_{\max}^*}\right)}\right)^2. \quad (20)$$

Соответствующие кривые показаны на рис. 2.

Спадающий участок кривой для низкокачественного продукта есть не что иное, как кривая Энгеля, которую обычно схематично изображают в виде участка кривой с отрицательным наклоном. Уравнение для неё получено впервые.

Анализ выражения (19) показывает, что $\epsilon_L^*(M)$ достигает максимального значения при

доходе, когда $\frac{\delta_0 M}{\epsilon_{\max}^*} = \ln 2 = 0,693$. При мень-

ших доходах $\epsilon_L^*(M)$ — возрастающая функция дохода. Эластичность расходов по доходу на этом участке кривой положительна, так как приращения и $\delta \epsilon_L$ и δM оба положительные. И только на участке при $\frac{\delta_0 M}{\epsilon_{\max}^*} > 0,693$ эластичность отрицательна, так как $\delta \epsilon_L < 0$.

Таким образом, высказанное в начале статьи сомнение относительно правомерности классификации благ по знаку эластичности подтвердилось. Низкое благо имеет как положительную эластичность по доходу, так и отрицательную, в зависимости от величины дохода.

Из выражения (20) следует, что расходы на качественное благо $\epsilon_H^*(M)$ монотонно возрастают с увеличением дохода, стремясь к значению $\epsilon_H \rightarrow \epsilon_{\max}^*$. При высоком уровне дохода (формально при $M \rightarrow \infty$) потребление низкокачественного продукта «прекратится»

($\varepsilon_H^* \rightarrow 0$), и останется потребление только качественного.

Интересно отметить следующие обстоятельства.

Точка пересечения кривых расходов на низкокачественный и качественный продукты (рис. 2) (точка равных расходов) в выбранных единицах имеет координаты (0,693; 0,25). В этом нетрудно убедиться, если приравнять правые части выражений (19) и (20), т. е. рассматривать условие, когда $\varepsilon_L^* = \varepsilon_H^*$. Опуская стандартные математические преобразования, приведем результаты для точки равных расходов:

— расходы на низкокачественное благо составляют 25% от необходимых для полного удовлетворения потребности;

— расходы на качественное благо также составляют 25% от необходимых;

— коэффициенты предпочтения в этом случае имеют значения $\beta_L = 0,5$ и $\beta_H = 0,5$;

— совокупные расходы составляют 50% от необходимых для полного удовлетворения потребности.

В заключение благодарим профессора Василия Романовича Огорокова за интерес к нашей работе.

Список источников

1. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. — М.: Изд. физ.-мат. лит-ры, 1962. — 606 с.
2. Герман Е. А., Дмитриев А. Г., Козелецкая Т. А. Анализ аксиом порядковой теории потребительского спроса с использованием графов бинарных отношений // НТВ СПбГПУ. Экономические науки. — 2008. — № 6(68). — С. 18-24.
3. Герман Е. А., Дмитриев А. Г., Козелецкая Т. А. О дополнительных возможностях экономико-математического моделирования // Журнал экономической теории. — 2012. — № 1. — С. 98-105.
4. Дмитриев А. Г., Козелецкая Т. А. Экономическое поведение индивида на рынке. — СПб.: Изд-во «Нестор», 2005. — 130 с.
5. Дмитриев А. Г., Козелецкая Т. А., Герман Е. А. Теория потребительского спроса. Кривая индивидуального спроса и эффект Гиффена // Журнал экономической теории. — 2010. — № 2. — С. 134-139.
6. Дмитриев А. Г., Козелецкая Т. А., Герман Е. А. Теория потребительского спроса. Психофизическое обоснование дифференциального уравнения кардиналистской полезности; интерпретация решения // Журнал экономической теории. — 2011. — № 1. — С. 111-117.
7. Козелецкая Т. А. Модели экономического поведения индивида : дисс. ... канд. экон. наук. — СПб., 2005. — 159 с.
8. Козелецкая Т. А., Дмитриев А. Г., Герман Е. А. Теория потребительского спроса. О совместности аксиом порядкового подхода // Журнал экономической теории. — 2009. — № 3. — С. 195-203.
9. Козелецкая Т. А., Дмитриев А. Г., Герман Е. А. Теория потребительского спроса: функции расходов на удовлетворение потребностей биогенной и психогенной природы // Журнал экономической теории. — 2012. — №4. — С. 171-175.
10. Нордхаус В. Д., Самуэльсон А. Экономика : пер. с англ. — М.: Бином, 1997. — 800 с.
11. Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал: пер. с англ. / Общ. ред. и вступ. ст. Р. М. Энтова. — М.: Прогресс, 1993. — 488 с. (Экономическая мысль Запада).

УДК 51-7

Ключевые слова: теория потребительского спроса, потребление взаимозаменяемых благ, дифференциальное уравнение расходов, распределение дохода, коэффициент неудовлетворенности