

Для цитирования: Шматов Г. А. Модель оптимизации периодической рекламы // Журнал экономической теории. — 2020. — Т. 17. — № 3. — С. 707-718

<https://doi.org/10.31063/2073-6517/2020.17-3.14>  
УДК 659.519.2  
JEL C65

Г. А. Шматов

Гуманитарный университет (Екатеринбург, Российская Федерация; e-mail: sga36@mail.ru)

## МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕКЛАМЫ<sup>1</sup>

*При периодическом размещении рекламы эффективный охват аудитории изменяется со временем, возрастая в течение флайта и уменьшаясь за время рекламного молчания. В этой связи возникают следующие задачи: 1) теоретическое исследование зависимостей охвата аудитории от таких параметров периодической рекламы, как длительность флайтов, период рекламного молчания, время забывания рекламы, охват одиночного флайта; 2) прогнозирование величины среднего эффективного охвата периодической рекламы; 3) оптимизация рекламного бюджета периодической рекламы. Эти задачи могут быть решены методами математической теории медиапланирования, развитой в более ранних работах автора. В настоящей работе изложена модель и описаны методы оценки эффективного охвата аудитории и оптимизации рекламного бюджета. С помощью изложенных методик можно решать задачи управления уровнем коммуникативной эффективности периодической рекламы, определять оптимальное соотношение перечисленных выше параметров. В частности, в работе показано, что оптимальный бюджет при выбранном уровне интенсивности рекламного воздействия и при заданном времени забывания рекламы зависит от соотношения длительностей флайта и рекламного молчания.*

**Ключевые слова:** медиапланирование, периодическая реклама, флайт, эффективность, охват аудитории, время жизни рекламы, длительность рекламного молчания

### 1. Проблематика, актуальность и степень изученности темы исследования

Основной задачей медиапланирования является разработка эффективного плана размещения рекламы в медиа разных типов, включающего в себя нахождение числа размещений рекламы в медиа, соответствующих целевой аудитории, оптимизацию распределения рекламной активности во времени и рекламного бюджета. В работах автора (2003, 2005, 2019) изложены основы экономико-математической теории медиапланирования, позволяющей решать задачи количественной оценки основных коммуникативных и экономических характеристик планируемой и размещенной рекламы. Теория дает возможность вычислять и прогнозировать частотное распределение охвата аудитории, среднее число контактов с рекламой, эффективный охват аудитории, долю рекламного голоса, риски неэффективного размещения рекламы, средний охват периодической рекламы, а также оценивать ее коммуникативную эффективность, прогнозируемые рекламные продажи и прибыль.

Опишем кратко логическую структуру теории медиапланирования. На основе данных наблюдений формулируется бинарная модель

аудитории, в рамках которой разрабатываются методы вычисления указанных выше и некоторых других, важных с точки зрения практики, характеристик рекламы, размещаемой в отдельных медиа-средствах. Бинарная модель аудитории изложена в работе Е. В. Попова и автора (2010) и в работах автора (2018, 2019). Методы вычисления медиапараметров обобщаются на случай размещения рекламы в группе медиа в рамках модели мультимедийного охвата аудитории. Далее разрабатываются модели описания оценки параметров эффективности периодической рекламы, доли рекламного голоса фирмы в конкурентном информационном пространстве, методы оптимизации рекламного бюджета. Практическое использование теории медиапланирования предполагает наличие актуальных измерений параметров теории (рейтинги медиа для основных целевых аудиторий и параметры эффективности рекламного воздействия).

Поскольку непрерывное размещение рекламы требует больших затрат, используют и другие схемы, например, непрерывное, но неравномерное по интенсивности распределение рекламной активности во времени, а также различные виды флайтового размещения (периодическое, пульсирующее, импульсное (однофлайтовое) и др.). Напомним,

<sup>1</sup> © Шматов Г. А. Текст. 2020.

что флайтом называют длительность одного из периодов рекламной кампании. При флайтовом размещении (*flighti, flighting* — вспышки рекламной активности) периоды рекламного воздействия чередуются с периодами рекламного молчания, причем длительность рекламных периодов может изменяться со временем. В монографии Дж. Сиссорса (2004, С. 280) описана схема, согласно которой для вывода на рынок новой марки в течение первых 1–3 месяцев расходуется 70 % рекламного бюджета. В монографии Дж. Р. Росситера и Л. Перси (2000, С. 473) выделяются 4 схемы распределения рекламной активности во времени для рекламы новых марок («блиц-схема», «прямой клин», «обратный клин», «быстрая мода») и 4 схемы для рекламы устоявшихся марок (схема для товаров с регулярным циклом приобретения, схемы осведомленности, переменного охвата и сезонного опережения). Эти схемы представляют собой либо варианты непрерывного размещения (блиц-схема, схема переменного охвата), либо варианты периодического и флайтового размещения (см. об этом также книгу А.Н. Назайкина (2010)).

Использование указанных выше схем размещения позволяет экономить рекламный бюджет без снижения эффективности рекламного воздействия, что достигается благодаря согласованию распределения рекламной активности во времени с особенностями потребления рекламируемых товаров и услуг. Упомянутые выше и аналогичные им схемы имеют эмпирическую основу. Однако эмпирическим путем невозможно оптимизировать параметры той или иной схемы размещения. Решить проблему оптимизации параметров можно только на основе методов математического моделирования, осуществляемого в рамках количественной теории медиапланирования, позволяющей оценивать коммуникативную и экономическую эффективность размещаемой рекламы.

Регулирование коммуникативной эффективности воздействия периодической рекламы достигается, в частности, с помощью варьирования длительности рекламного молчания между флайтами. Если период молчания мал, то запоминаемость рекламы увеличивается с каждым последующим рекламным воздействием, достигая высокого конечного уровня. Если же период молчания велик, то каждое последующее рекламное воздействие не приводит к повышению запоминаемости (нет накопления эффекта рекламного воздействия). Такую схему размещения рекламы можно счи-

тать вариантом импульсной рекламы, отдельные импульсы которой никак не взаимодействуют друг с другом.

Известно, что при периодическом размещении рекламы ее воздействие уменьшается с течением времени после каждого рекламного флайта. Эффективность рекламного воздействия определяется по влиянию рекламы на аудиторию и оценивается величиной той или иной характеристики, выбранной в качестве критерия эффективности (осведомленность о предмете рекламы, лояльность к ней, прогнозируемая прибыль и др.). Изучение показателей эффективности рекламы в зависимости от ее интенсивности и времени, прошедшего после завершения ее размещения, является предметом многочисленных исследований, см. например, монографию Дж. Брайанта и С. Томпсон (2004). Установлено, что после размещения рекламы осведомленность о предмете рекламы уменьшается со временем, как правило, по экспоненциальному закону. Соответствующие данные можно найти в монографиях Р. Беста (2008, С. 484), Р. Батра и др. (2004, с. 632–635), А. Дейана (2003, С. 101–103). С помощью модели Adstock, предложенной С. Бродбентом (1986), можно оценить кумулятивный эффект рекламных воздействий на аудиторию в зависимости от числа повторений рекламы. Однако с помощью этой модели нельзя получить зависимости эффективного мультимедийного охвата аудитории от времени, параметров медиа, в которых размещается реклама (эффективной частоты, охвата флайта, рейтингов, предельных охватов, и др.). В работах автора (2008, 2019) предложена модель оценки параметров периодической рекламы, которая позволяет проводить такого рода оценки.

Эффект воздействия рекламы оценивается по величине доли целевой аудитории, на которую реклама оказала влияние (достигнут заданный уровень осведомленности, лояльности, намерения купить рекламируемый товар или услугу и др.). Эта доля аудитории называется *эффективным охватом*, величина которого зависит от числа рекламных контактов, полученных средним представителем целевой аудитории. Методы вычисления зависимости эффективного охвата аудитории от параметров медиа и числа размещений рекламы в них изложены в работах автора (2003, 2005, 2019).

При периодическом размещении рекламы эффективный охват аудитории изменяется со временем, а его минимальное, максимальное и среднее значения становятся функциями

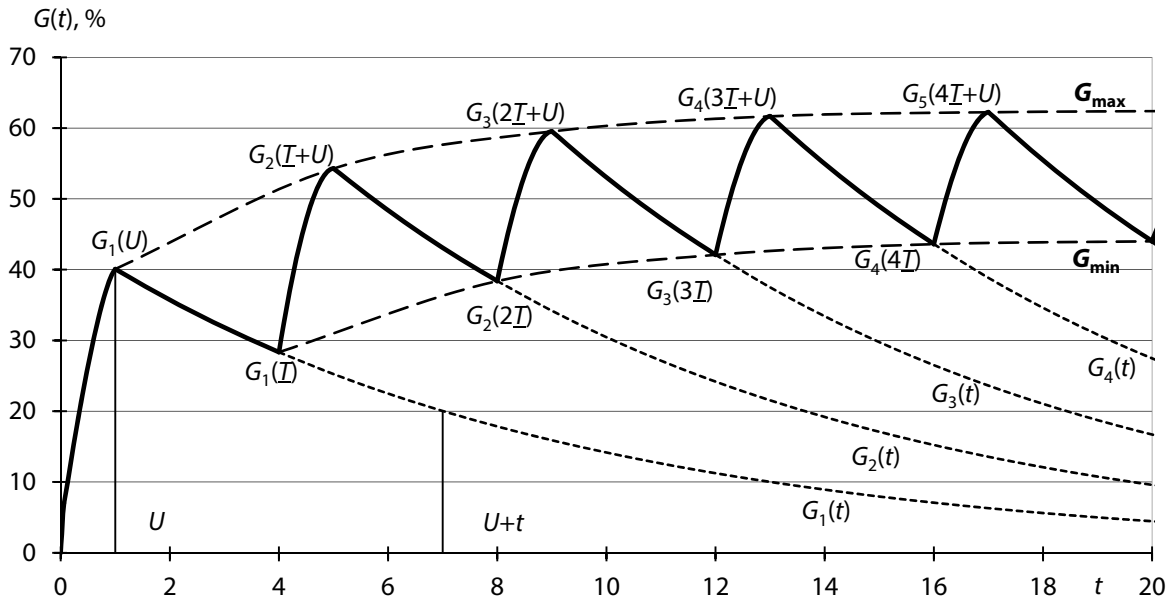


Рис. 1. Зависимость эффективного охвата аудитории от времени.  
 $T = 4U, T = 3U, \tau = 6U, U$  — длительность флайта,  $G_f = 40\%$

параметров периодического размещения рекламы — числа размещений, параметров медиа, охвата флайтов, длительностей флайта и рекламного молчания. В этой связи возникают задачи исследования зависимости эффективного охвата (его минимального, максимального и среднего значений) от параметров периодического размещения рекламы, а также задачи оптимизации рекламного бюджета. В настоящей работе изложены модель и некоторые результаты количественной оценки величины среднего охвата аудитории при периодическом размещении рекламы, приведены зависимости величины минимального, максимального и среднего охватов от длительностей флайта, времени рекламного молчания, охвата флайта, изложена методика оптимизации бюджета периодической рекламы.

## 2. Методы исследования

В работе автора (2008) предложена теоретическая модель прогнозирования и оптимизации величины эффективного охвата периодической рекламы в зависимости от таких ее параметров, как эффективный охват флайтов, число флайтов, предельный охват, длительности флайтов и рекламного молчания, время забывания рекламы, параметры медиа. Если характеристики флайтов изменяются по величине с течением времени, то количественные оценки в этой модели проводятся численными методами. Если же они приблизительно одинаковы (в этом случае размещение рекламы имеет периодический характер), то модель допускает возможность аналитического прогно-

зирования параметров эффективности периодической рекламы, элементы которого рассмотрены в настоящей работе.

На рис. 1 изображена зависимость эффективного охвата от времени  $G(t)$  при периодическом размещении рекламы, характеризуемого следующими параметрами:  $T$  — длительность рекламного молчания (промежуток времени между флайтами).  $U$  и  $G_f$  — длительность одиночного флайта и его эффективный охват. При перечисленных условиях период  $T = U + T$  рекламы является постоянным.

В модели предполагается, что охват каждого флайта  $G_f$  формируется в течение всей его длительности  $U$  (см. рост охвата в течение времени  $U$  на рис. 1). Величина этого охвата является функцией параметров медиа, в которых планируется размещение рекламы (рейтинги, предельные охваты медиа, доля постоянной аудитории и др.), параметров эффективности (эффективная частота, параметр забывания рекламы и др.), а также числа размещений рекламы в медиа. Охват аудитории в зависимости от перечисленных параметров может быть найден численными методами согласно методам описанной выше теории медиапланирования. Ниже будет показано, каким образом охват аудитории может быть оценен аналитически.

После окончания каждого флайта эффективный охват уменьшается в течение времени рекламного молчания  $T$  согласно показательному закону в соответствии с экспериментально установленной зависимостью (см. уменьшение охвата в течение времени  $T$  на рис. 1).

В работе автора (2008) изложена математическая модель, в рамках которой получены зависимости эффективного охвата периодической рекламы  $G(t)$  в любой момент времени, как между флайтами, так и в течение любого флайта. В частности, получены формулы для вычисления величины охвата любого по счету периода  $T$  размещения рекламы, складывающегося из длительностей флайта  $U$  и рекламного молчания  $T$ .

Прокомментируем некоторые особенности рассматриваемой модели периодического размещения и опишем систему обозначений модели. Начало каждого периода совпадает с началом флайта. Начальный охват любого периода, кроме первого (его начальный охват равен нулю), является минимальным охватом периода и равен величине охвата предыдущего периода в момент окончания времени рекламного молчания. Максимальный охват любого периода достигается в момент окончания длительности флайта. Охват периода в момент окончания времени рекламного молчания превосходит охват начала периода (при небольшом их числе  $n$ ; при  $n \rightarrow \infty$  начальный и конечный охваты периода практически равны по величине).

Введем обозначения:  $t_n = nT$  — время окончания периода рекламы с номером  $n$  и начала периода с номером  $n + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ );  $G(t_n)$  — начальный охват флайта с номером  $n + 1$  в момент окончания периода с номером  $n$ ;  $G(t_n + U)$  — максимальный охват флайта с номером  $n + 1$  в момент его окончания;  $t_n + U \leq t \leq t_{n+1}$  — промежуток времени рекламного молчания периода с номером  $n + 1$  (см. рис. 1).

Охваты  $G(t_n)$ ,  $G(t_n + U)$  и  $G(t)$  вычисляются по следующим формулам (их вывод см. в упомянутых выше работах автора):

$$G(t_n) = G_f d_{n-1} 2^{-T/\tau}, \quad (1)$$

$$G(t_n + U) = G_f d_n, \quad (2)$$

$$G(t) = G_f d_n 2^{-(t-t_n-U)/\tau}, t_n + U \leq t \leq t_{n+1}, \quad (3)$$

где  $G(0) = 0$ ,  $G(U) = G_f$ ,  $d_n = (1 - a^{n+1})/(1 - a)$ ,  $a = (1 - G)2^{-T/\tau}$ ;  $\tau$  — время, в течение которого величина эффективного охвата уменьшается вдвое (время полураспада рекламного воздействия после окончания размещения рекламы, „время жизни” рекламы, параметр забывания рекламы);  $G = G_f / G^\infty$  — нормированный охват одиночного флайта;  $G^\infty$  — предельный охват медиа, в которых размещается реклама. Отметим, что время жизни рекламы увеличивается по мере роста интенсивности рекламного воздействия (ее можно оценивать вели-

чиной среднего числа рекламных контактов, полученных представителем целевой аудитории).

Формула (3) описывает изменение величины охвата во времени  $t$  от величины  $G_f d_n$  до величины  $G_f d_n 2^{-T/\tau}$ , которое происходит за время рекламного молчания  $T$  периода размещения с номером  $n + 1$ .

Из приведенных выше формул, в частности, получаем  $G(T) = G_f 2^{-T/\tau}$ ,  $G(T + U) = G_f d_1$ ,  $G(2T) = G_f d_1 2^{-T/\tau}$ ,  $G(2T + U) = G_f d_2$ ,  $G(3T) = G_f d_2 2^{-T/\tau}$  и т. д.

Формулы вычисления величин максимального  $G_{\max}$  и минимального  $G_{\min}$  охватов периодической рекламы в стационарном режиме и зависимость охвата от времени  $G(t)$  в течение длительности рекламного молчания следуют из формул (1–3) при  $n \rightarrow \infty$ :

$$G_{\min} = G_f 2^{-T/\tau} / (1 - a), \quad (4)$$

$$G_{\max} = G_f / (1 - a), \quad (5)$$

$$G(t) = G_{\max} 2^{-(t-U)/\tau}, U \leq t \leq U + T. \quad (6)$$

Стабилизация величин  $G_{\max}$  и  $G_{\min}$  достигается при достаточно большом числе флайтов и означает неизменность величин максимальных и минимальных охватов во времени (на рис. 1 стабилизация происходит при  $n > 5$ ). В стационарном режиме начальный и конечный охваты любого периода являются одинаковыми по величине, являясь минимальными охватами периода. Максимальный охват периода достигается в момент окончания длительности флайта.

Максимальный  $G_{\max}$  и минимальный  $G_{\min}$  охваты являются функциями параметров модели  $G^\infty$ ,  $T$ ,  $\tau$ , а также величины эффективного охвата одиночного флайта  $G_f$ , который, в свою очередь, является функцией параметров медиа, числа и схемы размещения рекламы в течение длительности флайта  $U$ .

Знание зависимостей  $G_{\max}$  и  $G_{\min}$  от параметров модели  $G_f$ ,  $G^\infty$ ,  $\tau$ ,  $T$  позволяет управлять параметрами, с помощью которых можно оценивать эффективность периодической рекламы, а также оптимизировать ее рекламный бюджет. Формулы (4–6) справедливы для стационарной периодической рекламы, т. е. при  $n \gg 1$ ; если же  $n \sim 1$ , то нужно использовать формулы (1–3).

Средний охват периодической рекламы за произвольный промежуток времени от начала размещения рекламы до времени  $t$  вычисляется по формуле для среднего значения функции на отрезке  $[0, t]$ :

$$G_{\text{cp}} = \frac{1}{t} \int_0^t G(t) dt. \quad (7)$$



Средний охват  $G_{cp}$  является функцией всех перечисленных выше параметров модели  $G_p, G^\infty, \tau, U, T$ , величины эффективного охвата одиночного флайта  $G_p$ , параметров медиа, числа размещений рекламы, эффективной частоты рекламного воздействия.

Величина  $G_{cp}$  характеризует коммуникативную эффективность периодической рекламы. Например, если средний эффективный охват  $G_{cp}$  оказывается равным охвату флайта  $G_p$  или даже превосходит  $G_p$  ( $G_{cp} > G_p$ ), то можно говорить о высокой эффективности рекламы (такая ситуация изображена на рис. 1), а если  $G_{min}$  существенно меньше охвата флайта  $G_p$ , то коммуникативную эффективность периодической рекламы следует считать низкой.

В этой связи возникает задача исследовать зависимость среднего охвата от параметров периодической рекламы и показать возможность определения параметров периодического размещения, которые гарантируют заданную коммуникативную эффективность. Методика решения такого типа задач и некоторые результаты представлены в упомянутых выше работах автора. Методы количественной оценки величины  $G_{cp}$  позволяют решать вопросы экономической эффективности рекламы, например, минимизировать рекламный бюджет при заданной интенсивности периодической рекламы, что будет показано ниже.

Если промежуток усреднения охвата аудитории таков, что в его границах периодическая реклама не стационарна, то для вычисления  $G_{cp}$  по формуле (7) целесообразно использовать методы численного интегрирования, поскольку аналитическая формула для вычисления  $G_{cp}$  хотя и может быть получена при некоторых вполне реалистичных условиях, но является слишком громоздкой.

Если же периодическая реклама является в целом стационарной на промежутке усреднения, то вычисление среднего охвата  $G_{cp}$  по формуле (7) упрощается. Упрощение связано с тем, что при условии стационарности интеграл в формуле (7) достаточно вычислить лишь на одном периоде рекламы  $T$ . При этом для оценки величины  $G_{cp}$  за весь период  $T$  нужно проводить усреднение охвата не только за время рекламного молчания  $T$  (при этом интеграл в (7) вычисляется аналитически), но и за время длительности флайта  $U$ . Как упоминалось выше, зависимость эффективного охвата от времени в течении флайта  $U$  определяется особенностями календарного плана размещения рекламы и в общем случае может

быть найдена численными методами. Однако, как показывают расчеты, характер этой зависимости хорошо известен и может быть достаточно точно описан с помощью аналитической модели. В этом случае интегрирование в формуле (7) приводит к аналитическому выражению для среднего охвата аудитории  $G_{cp}$  содержащему параметры периодического размещения рекламы ( $G_p, G^\infty, \tau, U, T$ ), что упрощает исследование практически важных зависимостей и решение перечисленных выше задач оптимизации размещения периодической рекламы.

Оценка накопления охвата аудитории в течение длительности флайта может быть получена в рамках изложенной выше модели. Микроструктура зависимости  $G(t)$  подобна структуре кривой, изображенной на рис. 1 (самоподобие), с той лишь разницей, что в меньшем временном масштабе длительность отдельных размещений рекламы всегда много меньше промежутка времени между этими размещениями. В этом случае участки роста кривой  $G(t)$  весьма близки к отрезкам прямых, перпендикулярных оси абсцисс (см., напр., рис. 1 в статье автора (2008)).

Рассмотрим вопрос о возможности аналитического моделирования величины охвата одиночного флайта. Аналитическое моделирование может быть проведено только при упрощающих это моделирование условиях, которые, тем не менее, должны быть достаточно реалистичными для того, чтобы использовать результаты такого моделирования для практического прогнозирования. Будем полагать, что в течение флайта реклама размещается периодически и влияние рекламы на аудиторию осуществляется в виде кратковременных воздействий с приблизительно одинаковым охватом  $G_1$  каждого такого воздействия. Отметим, что эти воздействия могут быть обусловлены размещением рекламы в одном медиа (в этом случае воздействие является практически мгновенным по сравнению с периодом этих воздействий) или в малом числе медиа (с небольшим разбросом во времени отдельных воздействий по сравнению с периодом). При размещении рекламы в одном медиа охват  $G_1$  — это рейтинг медиа ( $G_1 = R$ ), при размещении рекламы в группе медиа охват  $G_1$  зависит от параметров медиа и может быть вычислен аналитически согласно упомянутой выше теории медиапланирования.

При описанных условиях изложенная модель периодического размещения рекламы применима к описанию зависимости охвата

аудитории в течение длительности флайта. Для того, чтобы записать формулы вычисления величины охвата  $G_f$  в течение флайта, необходимо учесть отмеченную особенность внутрифлайтового размещения, а именно, малую длительность отдельных размещений по сравнению с периодом (обозначим его  $u$ ). Длительность размещений влияет на величину охвата  $G_1$  через рейтинги медиа. В рассматриваемом случае система параметров модели и их обозначений строится аналогично рассмотренной выше. Начальный охват любого периода (начиная с первого, равного  $G_1$ ) является максимальным охватом периода. Он формируется за счет размещения рекламы, которое считается мгновенным (в силу того, что длительность размещения много меньше промежутка времени между размещениями) и происходящим в начале каждого периода. Охват периода в момент его окончания является минимальным за счет уменьшения эффективного охвата во время рекламного молчания. Таким образом, охват флайта  $G_f$  формируется с начала первого размещения и заканчивается в момент размещения с номером  $k$ . Стоимость одного размещения обозначим  $v_1$ . Тогда длительность флайта  $U$  и его бюджет  $v$  определяются параметрами периодического размещения следующим образом:

$$U = (k - 1)u, \quad (8)$$

$$v = kv_1. \quad (9)$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Используя модель вычисления эффективного охвата периодической рекламы, запишем формулы вычисления максимального  $G_k^{\max}$  и минимального  $G_k^{\min}$  охватов периода с номером  $k$  и зависимость эффективного охвата  $G_k(t)$  от времени между размещениями  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ . Для этого необходимо в формуле (3) учесть, что длительность размещения много меньше периода  $u$ . В итоге получаем

$$G_k(t) = G_1 d_{k-1} 2^{-(t-t_{k-1})/\tau}, \quad t_{k-1} \leq t \leq t_k, \quad (10)$$

$$G_k^{\max} = G_1 d_{k-1}, \quad (11)$$

$$G_k^{\min} = G_1 d_{k-1} 2^{-u/\tau}, \quad (12)$$

где  $t_k = ku$ ,  $d_k = (1 - a^{k+1})/(1 - a)$ ;  $a = (1 - G_1)2^{-u/\tau}$ ,  $G_k^{\max} = G_k(t_{k-1})$ ,  $G_k^{\min} = G_k(t_k)$ ,  $t$  — произвольный момент времени периода размещения с номером  $k$ ,  $\tau$  — параметр забывания рекламы,  $G_1 = G_1/G^\infty$  — нормированный охват одиночного размещения рекламы;  $G^\infty$  — предельный охват медиа, в которых размещается реклама.

Из этих формул, в частности, получаем:  $G_1^{\max} = G_1$ ,  $G_1^{\min} = G_1 2^{-u/\tau}$ ,  $G_2^{\max} = G_1 d_1$ ,  $G_2^{\min} = G_1 d_1 2^{-u/\tau}$ ,  $G_3^{\max} = G_1 d_2$ ,  $G_3^{\min} = G_1 d_2 2^{-u/\tau}$  и т. д.

В рассматриваемой модели охват флайта  $G_f$  формируется благодаря накоплению охвата при периодическом размещении рекламы внутри него. Свяжем этот охват с максимальным охватом (11), полученным на периоде размещения с номером  $k$ . Тогда уравнение

$$G_f = G_1 d_{k-1} \quad (13)$$

дает возможность найти число периодов  $k$ , гарантирующее заданный охват флайта  $G_f = \text{const}$ . Решая уравнение (13) относительно  $k$ , находим величину  $k$  как функцию охвата флайта  $G_f$  и параметров размещения  $u$ ,  $\tau$ ,  $G_1$ ,  $G^\infty$ :

$$k = \ln[1 - (1 - \alpha) G_f/G_1]/\ln(\alpha). \quad (14)$$

Выражение (14), рассматриваемое как функция параметров модели  $k(G_f, u/\tau, G_1, G^\infty)$ , совместно с равенством (9) определяет бюджет флайта как функцию его охвата  $G_f$  и других параметров.

Зависимость охвата от времени в течение длительности флайта  $G_k(t)$ , вычисляемая согласно выражению (10), позволяет проводить аналитические оценки среднего охвата внутрифлайтового размещения  $\bar{G}_k$  по формуле для среднего значения функции  $G_k(t)$  на отрезке  $[t_{k-1}, t_k]$ :

$$\bar{G}_k = \frac{1}{u} \int_{t_{k-1}}^{t_k} G_k(t) dt = \frac{G_1 d_{k-1} (1 - 2^{-u/\tau}) \tau}{T \ln 2}. \quad (15)$$

Средний охват флайта за время  $U$  находится как среднее арифметическое  $\bar{G}_k$ .

Запишем выражение для оценки величины рекламного бюджета  $V$  периодической рекламы. Очевидно, он равен бюджету одного флайта  $v$ , умноженному на число периодов  $n$  размещения рекламы за время  $t$ . Если исходить из модели периодической рекламы, изложенной выше, то  $n = t/(U + T)$ , а бюджет

$$V = \frac{vt}{U + T}, \quad (16)$$

где  $v$  и  $U$  находятся согласно (8)–(9). Соотношение (16) связывает коммуникативные и экономические показатели оценки эффективности рекламы. Формулы (1–16) позволяют решать задачи оптимизации рекламного бюджета при периодическом размещении рекламы заданной интенсивности или максимизации интенсивности периодической рекламы при заданном бюджете. В первом случае ищется минимум бюджета  $V$  (абсолютный, локальный или на границах области) как функции переменных  $U$ ,  $T$  при условиях  $G_{cp} = \text{const}$  или  $G_{\min} = \text{const}$ . Во втором случае находятся

значения параметров  $U$ ,  $T$ , обеспечивающих максимум функций  $G_{cp}$  или  $G_{min}$  при заданном бюджете  $V$ .

### 3. Результаты и их обсуждение

Как сказано в предыдущем разделе, показателем уровня коммуникативной эффективности рекламы при периодическом ее размещении служит величина среднего эффективного охвата аудитории  $G_{cp}$ , которая характеризует среднюю долю целевой аудитории, на которую реклама сохраняет свое влияние не только во время ее размещения, но и во время рекламного молчания. Некоторые зависимости величины  $G_{cp}$  от параметров периодического размещения приведены ниже. Эти зависимости получены согласно методике вычислений, изложенной в предыдущем разделе.

О коммуникативной эффективности периодической рекламы можно судить не только по величине  $G_{cp}$ , но и по величине областей эффективности ( $G_{min}$ ,  $G_{max}$ ), которые можно получить, исследуя зависимости  $G_{min}$  и  $G_{max}$  от параметров  $G_f$ ,  $G^\infty$ ,  $\tau$ ,  $T$ , по формулам (4) и (5).

Область эффективности периодической рекламы — это область изменения величины эффективного охвата, нижняя и верхняя границы которого определяются минимальным  $G_{min}$  и максимальным  $G_{max}$  охватами аудитории. По величине  $G_{min}$  и  $G_{max}$  можно судить об эффективности рекламы, поскольку интервал ( $G_{min}$ ,  $G_{max}$ ) указывает пределы возможного изменения эффективного охвата (см. рис. 1–3). Например, если предельный минимальный охват  $G_{min}$  оказывается практически равным охвату флайта  $G_f$  или превосходит его ( $G_{min} > G_f$ ),

то можно говорить о высокой эффективности рекламы, а если  $G_{min}$  существенно меньше охвата флайта  $G_f$ , то коммуникативная эффективность периодической рекламы оказывается низкой. В последнем случае отсутствует эффект усиления рекламного воздействия за счет периодического размещения рекламы (отсутствует накопление эффекта рекламного воздействия). То есть чем меньше по величине  $G_{min}$  и  $G_{max}$ , тем меньше коммуникативная эффективность периодической рекламы, а чем шире интервал ( $G_{min}$ ,  $G_{max}$ ), тем больше неопределенность оценки величины среднего охвата по этим показателям.

Если величина охвата одиночного флайта невелика (ориентировочно,  $G_f < 30\%$ ) и время рекламного молчания меньше времени забывания рекламы ( $T < \tau$ ), то область эффективности ( $G_{min}$ ,  $G_{max}$ ) является достаточно узкой и позволяет с высокой степенью надежности оценивать средний охват  $G_{cp}$ , характеризующий коммуникативную эффективность периодической рекламы. В противном случае (то есть, при  $G_f > 30\%$ ,  $T > \tau$ ) интервал ( $G_{min}$ ,  $G_{max}$ ) расширяется и оценка величины  $G_{cp}$  становится менее надежной. При этих условиях величину среднего охвата  $G_{cp}$  необходимо оценивать по формуле (7) согласно описанной выше методике вычисления. Продемонстрируем сказанное результатами конкретных вычислений.

На рис. 2 представлены зависимости  $G_{min}$  и  $G_{max}$  от времени забывания рекламы  $\tau$ , в течение которого число людей, помнящих рекламу, уменьшается вдвое. Вычисления проводились по формулам (4) и (5) при фиксированных  $T$ ,  $G_f$  и  $G^\infty$ . Отметим, что эти формулы не содержат

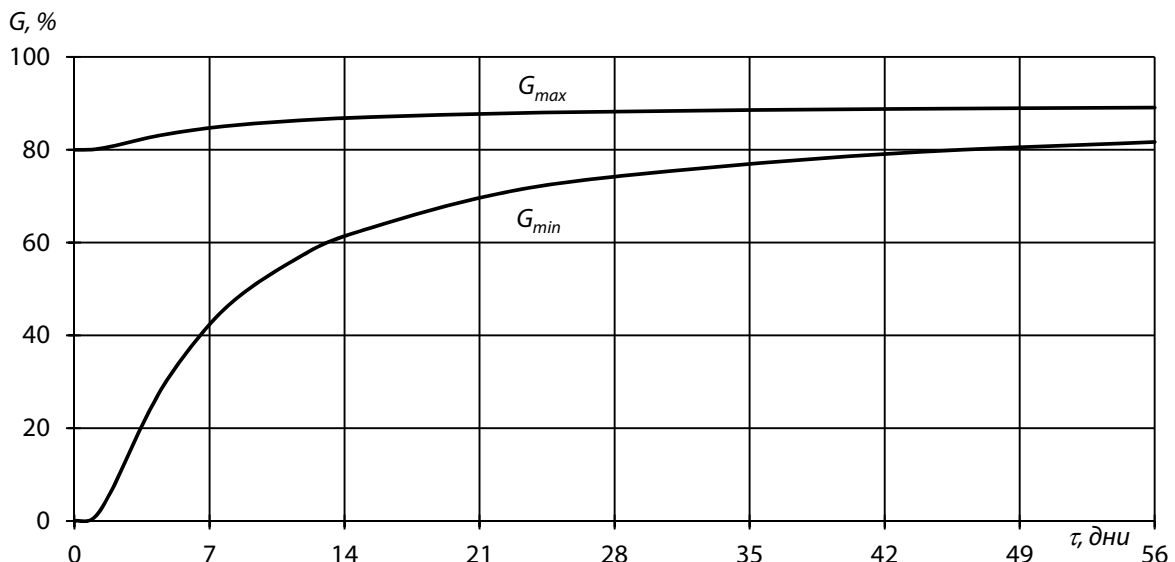


Рис. 2. Зависимость  $G_{min}$  и  $G_{max}$  от времени забывания рекламы  $\tau$   
 $T = 7$  дней,  $G_f = 80\%$ ,  $G^\infty = 90\%$

явную зависимость от  $U$ , но  $G_{\min}$  и  $G_{\max}$  зависят от длительности флайта косвенно через величину охвата одиночного флайта  $G_f$ . Поскольку время забывания рекламы  $\tau$  зависит от эффективности воздействия рекламного сообщения на аудиторию, зависимости  $G_{\min}(\tau)$  характеризуют влияние на эффективность периодической рекламы не только внешних факторов, способствующих запоминанию рекламы, но и качества самого рекламного сообщения.

Из рис. 2 видно, что при увеличении  $\tau$  максимальный охват периодической рекламы  $G_{\max}$  возрастает от величины охвата флайта (в рассматриваемом случае —  $G_f = 80\%$ ) до предельного охвата (90%), а  $G_{\min}$  увеличивается от нуля до предельного охвата (90%). При этом минимальный охват  $G_{\min}$  может быть сравним и даже превышать величину охвата флайта  $G_f$ .

При  $\tau > 2T$  интервал ( $G_{\min}, G_{\max}$ ) позволяет достаточно надежно оценивать величину среднего охвата  $G_{\text{cp}}$ , т. е. судить о коммуникативной эффективности периодической рекламы. Если  $\tau < 2T$ , то возникает необходимость вычисления среднего охвата по формуле (7), см. в этой связи рис. 3.

Практическая значимость приведенных на рис. 2 результатов заключается, в частности, в том, что зависимости  $G_{\min}(\tau)$  позволяют оценивать минимальный уровень коммуникативной эффективности периодической рекламы при любой возможной величине параметра забывания рекламы  $\tau$ .

На рис. 3 показаны зависимости минимального  $G_{\min}$ , максимального  $G_{\max}$  и среднего  $G_{\text{cp}}$  эффективных охватов от времени рекламного

молчания  $T$ , построенные согласно формулам (4), (5) и (7). Вычисления проводились при фиксированных  $\tau$ ,  $G_f$  и  $G^\infty$ .

Из рисунка 3 видно, что охват  $G_{\max}$  всегда превосходит охват флайта  $G_f$  и может достигать существенных значений при уменьшении  $T$ . При увеличении  $T$  охват  $G_{\max}$  приближается к величине охвата флайта  $G_f$ , а величина минимального охвата  $G_{\min}$  уменьшается. Например,  $G_{\min}$  становится меньше 10% при  $T > 3\tau$ . Приведенные результаты показывают, что при  $T > \tau/2$  интервал ( $G_{\min}, G_{\max}$ ) не позволяет с достаточной степенью надежно оценивать величину среднего охвата  $G_{\text{cp}}$ , т. е. судить о коммуникативной эффективности периодической рекламы. По этой причине на рис. 3 показана зависимость  $G_{\text{cp}}(T)$ , вычисленная по формуле (7). Отметим, что формула (7) содержит явную зависимость от длительности флайта, а также от всех остальных параметров модели ( $G_f, G^\infty, \tau, T$ ). Из рисунка видно, что средний охват  $G_{\text{cp}}$  при большой и малой величине отношения  $T/\tau$  достаточно сильно отклоняется от среднего арифметического величин  $G_{\min}$  и  $G_{\max}$ , и поэтому его необходимо вычислять по формуле (7).

Приведенные результаты демонстрируют возможность управления величинами минимального  $G_{\min}$ , максимального  $G_{\max}$  и среднего  $G_{\text{cp}}$  охватов посредством выбора промежутка времени между флайтами  $T$ , или, другими словами, возможность управления уровнем коммуникативной эффективности периодической рекламы за счет изменения времени рекламного молчания. Зависимости  $G_{\min}(T)$

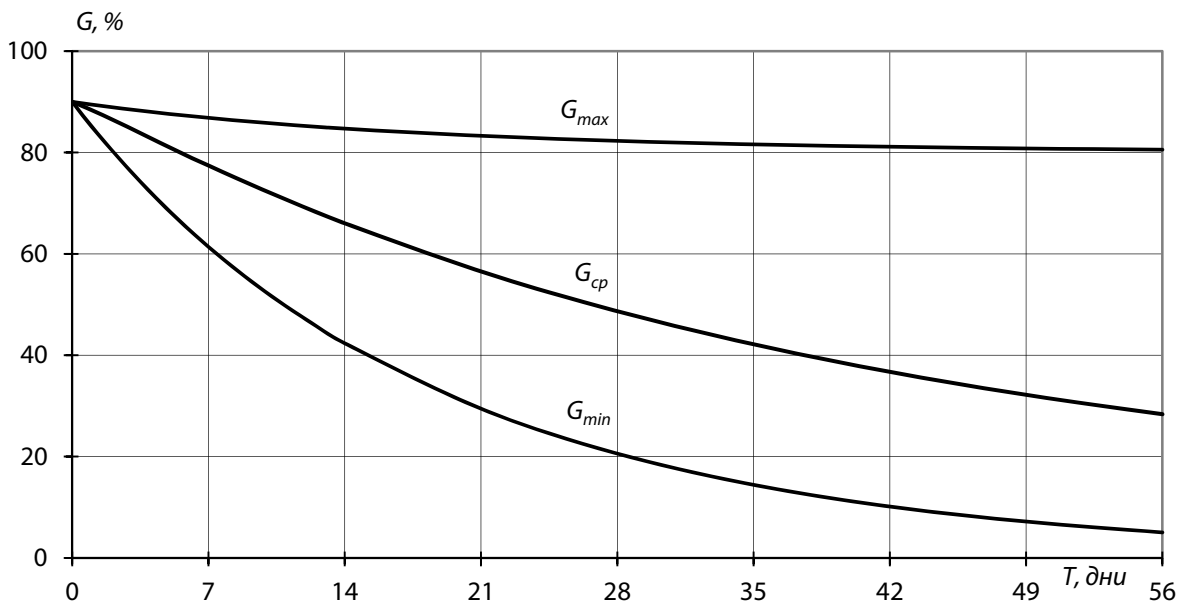
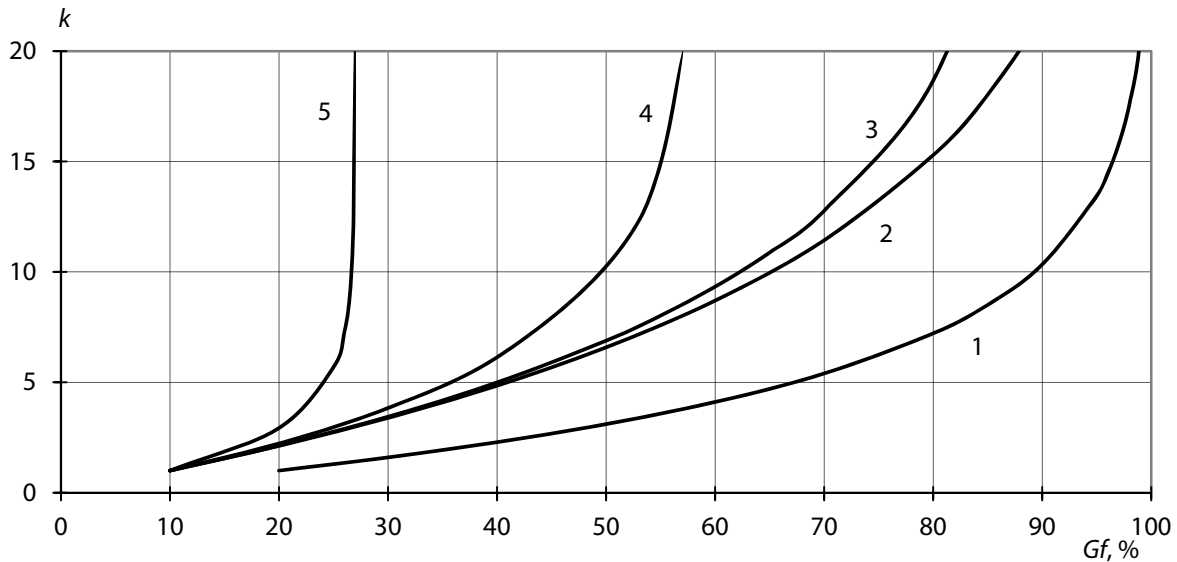


Рис. 3. Зависимость  $G_{\min}$ ,  $G_{\max}$  и  $G_{\text{cp}}$  от времени рекламного молчания  $T$ .  
 $U = 14$  дней,  $\tau = 14$  дней,  $G_f = 80\%$ ,  $G^\infty = 90\%$





**Рис. 4.** Зависимость  $k$  от величины охвата флайта  $G_f$

- 1)  $G^\infty = 100\%$ ,  $G_1 = 20\%$ ,  $u/\tau \ll 1$ ; 2)  $G^\infty = 100\%$ ,  $G_1 = 10\%$ ,  $u/\tau \ll 1$ ; 3)  $G^\infty = 90\%$ ,  $G_1 = 10\%$ ,  $u/\tau \ll 1$ ;  
4)  $G^\infty = 90\%$ ,  $G_1 = 10\%$ ,  $u/\tau = 0,1$ ; 5)  $G^\infty = 90\%$ ,  $G_1 = 10\%$ ,  $u/\tau = 0,5$

и  $G_{cp}(T)$  позволяют решить вопрос о выборе периода рекламного молчания, исходя из планируемого уровня интенсивности рекламного воздействия, оцениваемого по минимальному или среднему эффективным охватам периодической рекламы.

На рис. 4 представлена зависимость числа  $k$  внутрифлайтовых периодов, необходимых для того, чтобы обеспечить заданный охват флайта  $G_f = \text{const}$ .

Согласно приведенным на рис. 4 результатам параметры размещения, а именно, отношение периода к времени забывания рекламы  $u/\tau$ , предельный охват медиа  $G^\infty$  и охват одного внутрифлайтового размещения  $G_1$ , оказывают существенное влияние на величину охвата флайта. Сформулируем основные закономерности формирования величины охвата флайта. Для того, чтобы охват флайта  $G_f$  был близок по величине к предельному  $G^\infty$  охвату, необходимо большое число периодов ( $G_f \rightarrow G^\infty$  при  $k \rightarrow \infty$ ). Увеличение охвата флайта  $G_1$  позволяет достичь заданной величины  $G_f$  за меньшее число периодов. Например, согласно кривым 1 и 2 на рис. 4 охват флайта  $G_f = 80\%$  достигается при  $k = 7$ , если  $G_1 = 20\%$ , и при  $k = 15$ , если  $G_1 = 10\%$ . Рост величины отношения  $u/\tau$  уменьшает максимальную величину охвата  $G_f$ , аналогично (но не эквивалентно) ограничивающему влиянию предельного охвата  $G^\infty$ . Так, согласно кривой 4, если  $u/\tau > 0,1$ , то охват  $G_f$  не может превысить  $59\%$ , несмотря на то, что предельный охват  $G^\infty = 90\%$ . Если  $u/\tau > 0,5$ , то согласно кривой 5 охват  $G_f$  не может достичь величины, большей  $27\%$  при  $G^\infty = 90\%$ .

Ограничение охвата, связанное с отличием предельного охвата от  $100\%$  ( $G^\infty < 100\%$ ), обусловлено тем обстоятельством, что часть целевой аудитории не является аудиторией медиа. Ограничение охвата, связанное с ненулевой величиной отношения  $u/\tau$ , обусловлено эффектом забывания рекламы во время рекламного молчания. Приведенные на рис. 4 зависимости свидетельствуют о необходимости учета функции  $k(G_f, u/\tau, G_1, G^\infty)$  при планировании и оценке эффективности периодической рекламы в рассматриваемой модели.

Результаты, представленные на рис. 2–4, показывают, что чем шире область эффективности ( $G_{min}, G_{max}$ ) периодической рекламы, а также чем шире диапазон изменения величины охвата флайта  $G_f$  тем выше неопределенность оценки эффективности периодической рекламы. Если трактовать охват  $G_f$  как вероятность эффективного контакта с рекламой среднего представителя целевой аудитории, а величину  $\rho = 1 - G_f$  как риск не получить эффективный контакт, то с ростом диапазона изменения охвата возрастает риск того, что при этих условиях размещения периодическая реклама окажется неэффективной. В этой связи возрастает роль контроля среднего  $G_{cp}$  и минимального  $G_{min}$  охватов аудитории как параметров, позволяющих оценивать эффективность периодической рекламы.

Большой интерес представляет исследование характера зависимостей бюджета периодической рекламы от ее параметров. Рассмотрим, в частности, зависимость бюджета от периода  $T$ . Изменение периода  $T = U + T$  связано

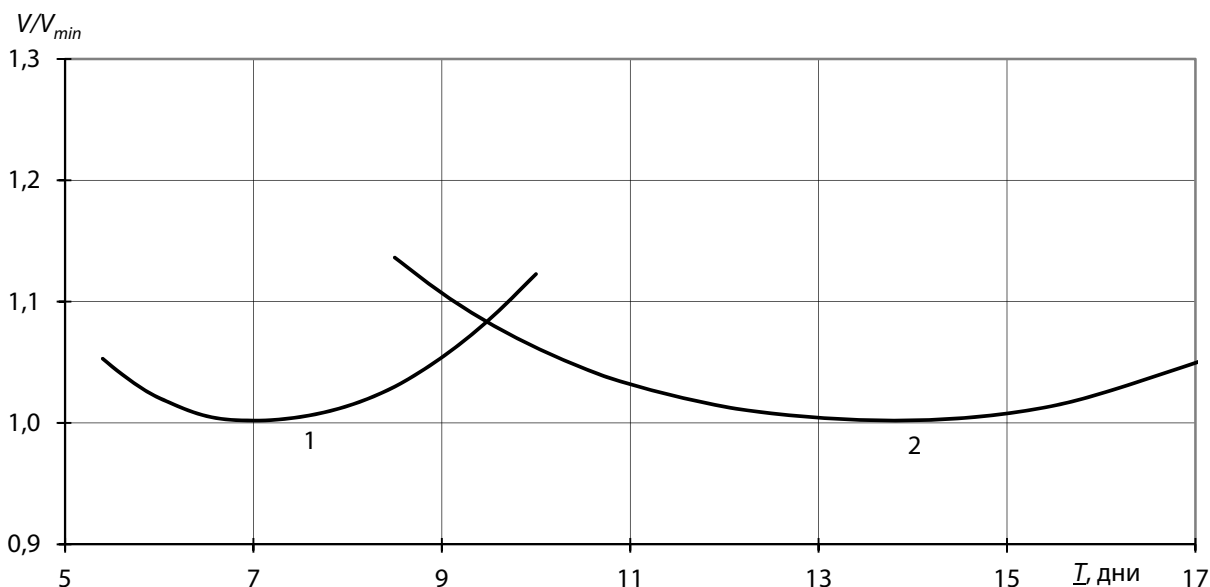


Рис. 5. Зависимость  $V/V_{min}$  от периода размещения рекламы  $T$ .  
1)  $T_{opt} = 7$  дней; 2)  $T_{opt} = 14$  дней

с изменением продолжительности флайта  $U$  и/или длительности рекламного молчания  $T$ . Увеличение длительности флайта  $U$  можно осуществить за счет увеличения  $k$  и/или  $u$ , см. выражение (8). Это увеличение нужно осуществлять таким образом, чтобы величина среднего охвата (15) обеспечивала коммуникативную эффективность рекламы, что приводит к росту бюджета флайта  $v$ .

Согласно выражению (16) при нелинейном росте бюджета флайта  $v$  бюджет периодической рекламы  $V$  как функция  $T$  может иметь минимум (оптимальное значение при выбранных параметрах размещения).

На рис. 5 приведены зависимости нормированного бюджета периодической рекламы от периода  $T$ . Нормирование осуществлялось на величину минимального бюджета  $V_{min}$ . Кривые 1 и 2 на рис. 5 соответствуют разным уровням коммуникативной эффективности рекламы. Приведенные на рис. 5 зависимости показывают, что при разных уровнях коммуникативной эффективности, выбранных в соответствии с целями рекламы, параметры ее размещения могут быть подобраны так, чтобы обеспечить минимальный рекламный бюджет.

В рассмотренном случае параметры размещения подобраны таким образом, чтобы при одном уровне коммуникативной эффективности минимальный бюджет соответствовал периоду размещения в 7 дней (оптимальный период  $T_{opt} = 7$  дней), а при более высоком уровне коммуникативной эффективности — периоду размещения 14 дней ( $T_{opt} = 14$  дней). Более высокий уровень коммуникативной эф-

фективности достигается, в частности, за счет увеличения отношения  $U/T$  и изменения других параметров модели.

#### Заключение

На основе экономико-математической теории медиапланирования разработана методика количественной оценки показателей коммуникативной эффективности периодической рекламы и оптимизации ее бюджета. Изложена модель вычисления зависимости эффективного охвата аудитории от времени и параметров периодического размещения рекламы. К их числу относятся параметры медиа (рейтинги и предельные охваты), число размещений рекламы в течение флайта, число и длительность флайтов, длительность рекламного молчания, эффективная частота, время забывания рекламы. Приведены выражения для вычисления минимального, максимального и среднего охватов целевой аудитории. Сформулирована методика оптимизации бюджета периодической рекламы. Приведены зависимости среднего охвата аудитории от времени рекламного молчания. Найдены зависимости числа внутрифлайтовых периодов от величины охвата флайта. Показано, что параметр забывания рекламы ограничивает максимально достижимый охват флайта. Изложена методика оптимизации бюджета периодической рекламы и установлено наличие оптимальных периодов размещения, обеспечивающих наименьший бюджет при заданном уровне коммуникативной эффективности рекламы.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Батра Р., Майерс Дж. Дж., Аакер Д. А. Рекламный менеджмент. — СПб.: Вильямс, 2004. — 784 с.
- Бест Р. Маркетинг от потребителя. — М.: Манн, Иванов и Фербер, 2008. — 760 с.
- Брайант Дж., Томпсон С. Основы воздействия СМИ. — М.: Вильямс, 2004. — 428 с.
- Дейан А. Реклама. — СПб.: Нева, 2003. — 128 с.
- Назайкин А. Н. Медиапланирование. — М.: ЭКСМО, 2010. — 400 с.
- Попов Е. В., Шматов Г. А. Вычисление охвата СМИ // Проблемы управления. — 2010. — № 2. — С. 34–38.
- Росситер Дж. Р., Перси Л. Реклама и продвижение товаров. — СПб.: Питер, 2000. — 656 с.
- Сиссорс Дж. З., Бэррон Р. Б. Рекламное медиапланирование. — СПб.: Питер, 2004. — 412 с.
- Шматов Г. А. Математические основы медиапланирования. — Екатеринбург: Уральский государственный университет. — Деп. в ВИНТИИ 04.06.03. — № 1090-В — 2003. — 108 с.
- Шматов Г. А. Основы медиапланирования: эвристический подход. — Екатеринбург: УрГУ, 2005. — 332 с.
- Шматов Г. А. Оптимизация периода размещения рекламы // Реклама: теория и практика. — 2008. — № 1. — С. 8–15.
- Шматов Г. А. Модели теории медиапланирования и риски неэффективного размещения рекламы // Журнал экономической теории. — 2018. — Т. 15. — № 1. — С. 23–38.
- Шматов Г. А. О количественных методах планирования периодической рекламы // Реклама: теория и практика. — 2019. — № 2. — С. 108–119.
- Шматов Г. А. Основы экономико-математической теории медиапланирования. — М.: ЛЕНАНД, 2019. — 440 с.
- Broadbent S. Modeling with Adstock // Journal of the Market Research Society. — 1984. — Vol. 26. — No. 4. — P. 295–312.

## Информация об авторе

**Шматов Георгий Артемович** — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Гуманитарный университет, доцент кафедры рекламы (Екатеринбург, Российская Федерация; e-mail: sga36@mail.ru).

For citation: Shmatov, G. A. (2020). Model for Optimization of Periodical Advertising. Zhurnal Ekonomicheskoy Teorii [Russian Journal of Economic Theory], 17 (3), 707-718

**Shmatov G. A.**

Humanities University (Ekaterinburg, Russian Federation; e-mail: sga36@mail.ru)

## Model for Optimization of Periodical Advertising

*The effective audience reach of periodic advertisements varies over time. It increases during the flight and decreases during the periods of advertising silence. The study investigates the dependencies of audience reach on such parameters of periodical advertising as the duration of flights, the period of advertising silence, the period of forgetting of advertising; and the reach of a single flight. The study also describes methods of forecasting the value of the average effective reach of periodic advertising and shows the ways to optimize the advertising budget of periodical advertising. The study relies on the methods of mathematical media planning theory. Using these methods, it is possible to control the level of communicative effectiveness of periodical advertising by searching for the optimal ratio of the above parameters. It is shown that the optimal budget for the selected level of intensity of advertising exposure and for the given time of forgetting depends on the ratio of the duration of the flight and advertising silence.*

**Keywords:** media planning, periodical advertising, flight, effectiveness of advertising, audience reach, advertisement lifetime, duration of advertising silence

## References

- Batra, R., Majers, Dzh. Dzh., & Aaker, D. A. (2004). *Reklamnyy menedzhment [Advertising Management]*. SPb., Russia: Vil'yams, 784. (In Russ.)
- Best, R. (2008). *Marketing ot potrebitelya [Market-based management]*. Moscow, Russia: Mann, Ivanov i Ferber, 760. (In Russ.)
- Bryant, J., & Thompson, S. (2004). *Osnovy vozdeystviya SMI [Fundamentals of Media Effects]*. Moscow, Russia: Vil'yams, 428. (In Russ.)
- Dayan, A. (2003). *Reklama [La publicité]*. SPb., Russia: Neva, 128. (In Russ.)
- Nazaykin, A. N. (2010). *Mediaplanirovanie [Media-planning]*. Moscow, Russia: Eksmo, 400. (In Russ.)
- Popov, E. V., & Shmatov, G. A. (2010). Vychislenie okhvata SMI [Media reach calculation]. *Problemy upravleniya [Control sciences]*, 2, 34–38. (In Russ.)
- Rossiter, J. R., & Persy, L. (2000). *Reklama i prodvizhenie tovarov [Advertising Communications and Promotion Management]*. SPb., Russia: Piter, 656. (In Russ.)
- Scissors, Dzh. Z., & Beron, R. B. (2004). *Reklamnoe mediaplanirovanie [Media planning]*. SPb., Russia: Piter, 412. (In Russ.)

Shmatov, G. A. (2003). *Matematicheskie osnovy mediaplanirovaniya* [Mathematical foundation of media planning]. Ekaterinburg, Russia: Ural'skiy gosudarstvennyy universitet. Dep. v VINITI 04.06.03. — № 1090-V, 108. (In Russ.)

Shmatov, G. A. (2005). *Osnovy mediaplanirovaniya: evristicheskiy podkhod* [Basics of media planning: heuristic approach]. Ekaterinburg, Russia: UrGU, 332. (In Russ.)

Shmatov, G. A. (2008). Optimizatsiya perioda razmeshcheniya reklamy [Optimization of advertising period]. *Reklama: teoriya i praktika* [Advertising: theory and practice], 1, 8–15. (In Russ.)

Shmatov, G. A. (2018). Modeli teorii mediaplanirovaniya i riski neeffektivnogo razmeshcheniya reklamy [Models of the Media Planning Theory and Risks of Ineffective Ad Placement]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii* [Russian Journal of Economic Theory], 15(1), 23–38. (In Russ.)

Shmatov, G.A. (2019). O kolichestvennykh metodakh planirovaniya periodicheskoy rekla-my [About quantitative methods of planning periodic advertising]. *Reklama: teoriya i praktika* [Advertising: theory and practice], 2, 108–119. (In Russ.)

Shmatov, G. A. (2019). *Osnovy ekonomiko-matematicheskoy teorii mediaplanirovaniya* [Fundamentals of economic and mathematical theory of media planning]. Moscow, Russia: Lenand, 440. (In Russ.)

Broadbent, S. (1984). Modeling with Adstock. *Journal of the Market Research Society*, 26(4), 295–312.

#### Author

**Georgiy Artemovich Shmatov** — PhD in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Humanities University, Associate Professor, Advertising Department (Ekaterinburg, Russian Federation; e-mail: sga36@mail.ru).