

DOI 10.31063/2073-6517/2018.15-2.6

УДК 330.43

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ ПРОМЫШЛЕННОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ ПЕРМСКОГО КРАЯ¹

Т. В. Алферова, Е. А. Третьякова, Е. Б. Аликина, О. Г. Иванова

В условиях перехода к новому высокотехнологичному укладу экономики особую актуальность приобретает технологическая и ресурсная готовность национальных и региональных экономических систем встроиться в новую модель функционирования. Исходя из этого, ключевой целью исследования стало выявление факторов, в наибольшей степени влияющих на развитие экономики региона (Пермского края), оценка степени влияния каждого из них и анализ причин создавшейся ситуации. Основная гипотеза исследования заключается в том, что рост основных производственных показателей Пермского края достигается за счет использования ресурса труда. Исходными данными для проведения исследования послужили социально-экономические показатели Пермского края за период с 2005 по 2016 гг. В качестве методологической основы были изучены труды отечественных и зарубежных ученых в области экономико-математического моделирования экономических процессов. В качестве методического инструментария были использованы: системный, логический и статистический методы — для анализа официальной информации о национальной и региональной социально-экономических системах; экономико-математическое моделирование — для построения производственной функции; корреляционно-регрессионный анализ — для оценки надежности производственной функции. Основные результаты исследования: с помощью эконометрического моделирования доказано наличие взаимосвязи между выпуском продукции, наличием основных фондов и величиной фонда оплаты труда, на основании чего построена статистически значимая производственная функция Пермского края и определены основные показатели эффективности использования ресурсов в процессе производства продукции. К основным итогам исследования можно отнести вывод о том, что промышленный сектор экономики Пермского края характеризуется ежегодным повышением производительности труда при высокой степени износа основных фондов, на фоне общего снижения некоторых социально-экономических показателей, в частности численности населения, численности занятых, внешнеторгового оборота и пр. Рассчитанные с помощью производственной функции показатели эффективности использования ресурсов подтвердили гипотезу о том, что на величину совокупного продукта, создаваемого в процессе производства, наибольшее влияние в Пермском крае оказывает потребление трудовых ресурсов, что свидетельствует об ориентированности рынка труда Пермского края на приоритет политики эксплуатации трудовых ресурсов. Прикладное значение результатов работы связано с возможностью использования производственной функции для прогнозирования показателей социально-экономического развития региона, планирования социальной политики и др.

Ключевые слова: производственная функция, экономика региона, основные фонды, выпуск продукции, фонд оплаты труда, Пермский край

Введение

Пермский край — один из регионов с высокоразвитым промышленным потенциалом, включающим нефтяную, химическую и нефтехимическую промышленность, черную и цветную металлургию, машиностроение, лесопро-

мышленный комплекс и другие отрасли, которые составляют хорошую основу для развития региона. Несмотря на это, в последние годы наблюдается снижение важнейших социально-экономических показателей: в частности, снижение численности населения за счет падения естественного прироста и повышения миграционного оттока, уменьшение численности занятых, снижение внешнеторгового оборота

¹ © Алферова Т. В., Третьякова Е. А., Аликина Е. Б., Иванова О. Г. Текст. 2018.



Рассчитано по данным Федеральной службы государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru>

Рис. 1. Производительность труда в 2005–2014 гг., руб.

и пр.¹ В то же время наблюдается рост производственных показателей, так, в 2017 г. индекс промышленного производства увеличился на 2,9 % к январю-июлю 2016 г.² Также в исследуемом периоде стабильно повышалась производительность труда, рассчитанная как отношение выпуска продукции, товаров и услуг к среднесписочной численности занятых (рис.1), в среднем ее ежегодный прирост составил 10 % по Пермскому краю и 11 % по Российской Федерации.

Достаточными темпами по сравнению с прочими показателями росли инвестиции в основной капитал (на 10,9 % ежегодно) и наличие основных фондов (9,6 %). Однако степень износа основных фондов по-прежнему осталась достаточно высокой (более 60 %). Такое положение дел в промышленном секторе экономики характерно для всех старопромышленных регионов России, к которым относится и Пермский край, где рост производительности труда достигается на устаревшей производственной базе, зачастую не позволяющей автоматизировать многие трудоемкие процессы [18].

Ориентированность рынка труда на политику эксплуатации трудовых ресурсов, как в регионе, так и в стране в целом, также демон-

стрирует существенный дисбаланс темпов изменения среднемесячной начисленной заработной платы и производительности труда в сопоставимых ценах (рис. 2; 3).

Таким образом, промышленный сектор экономики Пермского края характеризуется ежегодным повышением производительности труда при высокой степени износа основных фондов на фоне общего снижения некоторых социально-экономических показателей. В связи с этим целью исследования стало выявление факторов, в наибольшей степени влияющих на развитие промышленного сектора экономики Пермского края, оценка степени вклада каждого из них и анализ причин создавшейся ситуации. Данная цель формирует новизну работы, состоящую в аргументированном определении тенденций развития экономики региона, основанном на экономико-математическом моделировании.

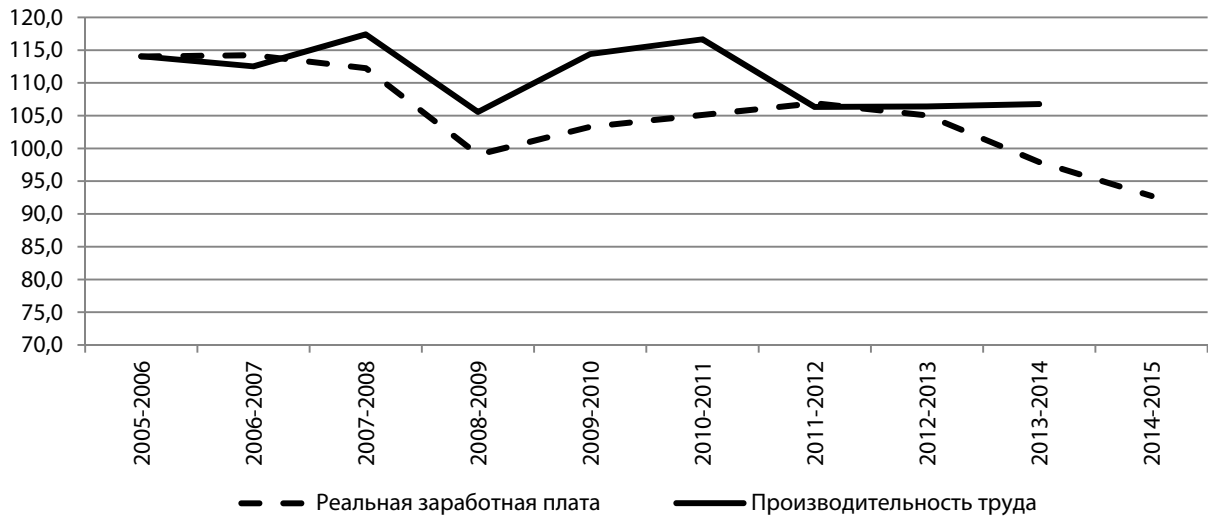
Методология и методы исследования

Качественный анализ основных социально-экономических показателей позволил выявить, какие из факторов оказывают преимущественное влияние на результаты функционирования региональной экономической системы, однако он не дает возможности количественного измерения характера и степени этого влияния. С этой целью целесообразно использовать экономико-математические методы, позволяющие не только анализировать, но и прогнозировать поведение социально-экономических систем различного масштаба и сложности.

Поскольку любую систему можно представить в виде «трансформатора» «входных факторов» в «выходные показатели», оценить, какие из них в наибольшей степени влия-

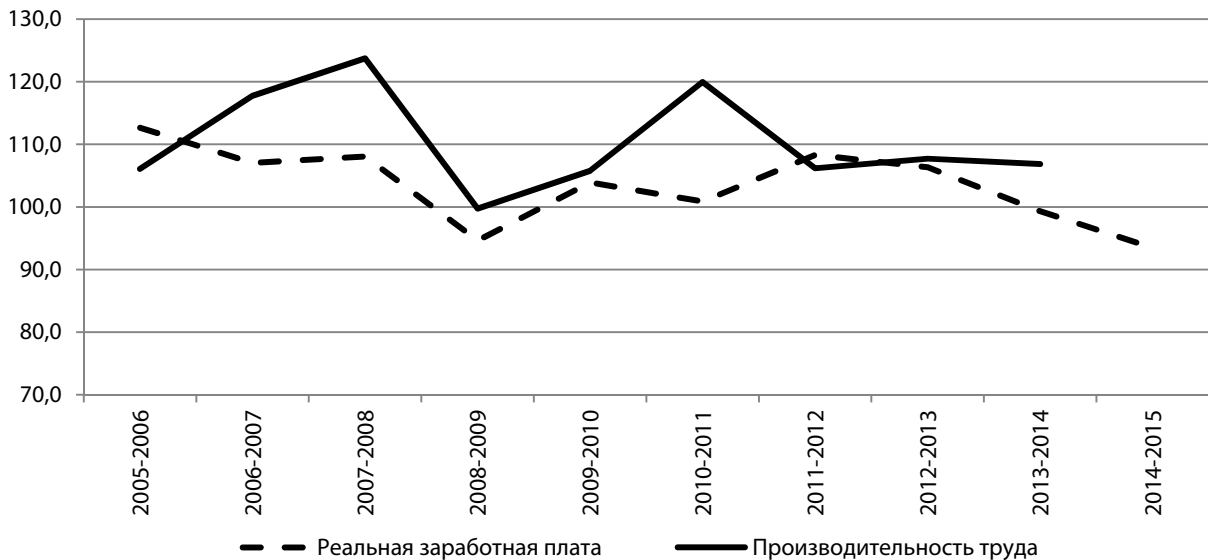
¹ Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Пермскому краю. Официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: http://permstat.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_ts/permstat/ru/statistics/ (дата обращения 06.11.2017; 11.12.2017).

² Предварительные итоги социально-экономического развития Пермского края за истекший период 2017 года и ожидаемые итоги социально-экономического развития Пермского края за 2017 год [Электронный ресурс]. URL: http://mf.in.permkrai.ru/upload/pages/2000/dat_1506949925364.pdf (дата обращения 08.11.2017).



Рассчитано по данным Федеральной службы государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru>.

Рис. 2. Темпы изменения среднемесячной реальной заработной платы и производительности труда в Российской Федерации в 2005–2015гг., %



Рассчитано по данным Федеральной службы государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru>.

Рис. 3. Темпы изменения среднемесячной реальной заработной платы и производительности труда в Пермском крае в 2005–2015гг., %

яют на ее развитие, было решено с помощью моделирования производственной функции — экономико-математической количественной зависимости между величинами выпуска продукции и факторами производства, такими как затраты ресурсов, уровень технологий и пр. Исходя из этого, методологической базой исследования стали труды отечественных и зарубежных авторов, касающиеся моделирования производственных процессов в региональных и национальных системах. В частности, вопросы применения производственных функций в региональных исследованиях рассмотрены в трудах С.В. Баранова,

А.Н. Петрова, Е.А. Федоровой [3, 14, 15, 19] и др. Исследованию крупных социально-экономических систем, таких как регион или округ, на основе моделей производственных функций посвящены работы Е.А. Гафаровой, В.К. Горбунова, В.Г. Зарецкой [4, 5, 8]. В статье И.Л. Кириллюка [10] проведен сравнительный анализ нескольких моделей производственных функций с целью выявления их применимости для анализа современной экономики России, при этом расчеты проводятся как для экономики в целом, так и для отдельных ее отраслей. В трудах М.И. Гребнева [6, 7] предлагается развитие метода иерархического

анализа экономики путем синтеза агрегированной производственной функции экономики России на основе региональных производственных функций. Г.Ж. Абдыкерова [1] использует построение производственной функции для оценки и анализа риска инновационного проекта.

Таким образом, методы экономико-математического моделирования являются довольно востребованным инструментом для анализа сложных социально-экономических систем. По мнению А.И. Рузанова [16], основная ценность таких моделей заключается в их относительной простоте и наглядности при описании сложных закономерностей производства. Выбор формы математической модели и число оцениваемых параметров ограничены количеством доступных для анализа статистических временных рядов, поэтому наиболее часто применяются относительно простые функциональные зависимости — линейные и мультипликативно-степенные [4].

Несмотря на значительное число работ, касающихся аппарата производственных функций, у ряда авторов существуют сомнения в возможности использования данной методологии для анализа и прогнозирования развития региональной экономики. Как правило, это обусловлено проблемами эконометрического характера, в частности, на этапе параметризации эконометрического уравнения необходим адекватный выбор не только формы математической модели, но и факторов производственной функции, которые должны быть сопоставимы, соразмерны и иметь достаточно продолжительный временной лаг. Несоблюдение данных требований приводит к возникновению технических проблем на этапе идентификации и верификации модели, а также проблем с интерпретацией результатов, среди которых отрицательные значения эластичностей, нестабильность их оценок, невыполнение условия постоянной отдачи производства и мн. др. [4]. По нашему мнению, математические модели являются качественным инструментом для решения региональных задач, что и будет доказано путем построения и апробации статистически значимой производственной функции промышленного сектора экономики Пермского края.

В качестве методического инструмента, удовлетворяющего всем вышеперечисленным требованиям, была выбрана неоклассическая мультипликативная модификация производственной функции Кобба — Дугласа, отвечающая следующему уравнению [11]:

$$X = A K^{\alpha} L^{\beta}, \quad (1)$$

где X — совокупный продукт, создаваемый в процессе производства; A — свободный коэффициент; K — затраты капитала; L — затраты труда; α — коэффициент эластичности по труду; β — коэффициент эластичности по капиталу.

В моделях региональных экономических систем результирующий показатель X чаще всего представлен объемом валового регионального продукта или объемом выпуска продукции [4, 8, 14, 15, 20]; фактор L выражают численностью экономически активного населения либо численностью занятых, либо величиной фонда оплаты труда [7, 8, 10, 13, 20]; фактор K — стоимостью основных производственных фондов, величиной инвестиций в основной капитал или величиной инвестиций в инновации [7, 8, 10, 14, 15, 20]; A — коэффициент, как правило, являющийся константой, которую чаще всего связывают с уровнем технологий, однако он может зависеть и от других факторов, например цен на нефть, кроме того, уровень технологий может, к примеру, иметь возрастающий тренд [10].

Данные для моделирования, используемые в нашем случае, представлены в таблицах 1, 2. В частности, в качестве результирующего показателя был взят выпуск продукции, товаров, услуг по видам экономической деятельности и секторам, в млн руб., затраты капитала вводились в модель в виде стоимости основных фондов на конец года, в млн руб., затраты труда — в виде фонда заработной платы, в млн руб. Предпочтение данного статистического показателя, характеризующего ресурс труда, показателям численности (занятых или экономически активного населения) обосновано, во-первых, стремлением использовать в модели только соразмерные величины, что, по нашему мнению, существенно повышает качество модели; во-вторых, численность экономически активного населения включает численность безработных, чей вклад в выпуск продукции отсутствует, следовательно, не может отражать адекватную зависимость между параметрами модели. С этой же целью все статистические данные, используемые в модели, были скорректированы на величину соответствующих индексов, нивелирующих влияние инфляции и других факторов, искажающих их достоверность. Данные для расчетов взяты на официальном сайте Федеральной службы государственной статистики¹.

¹ См.: Федеральная служба государственной статистики. URL: <http://www.gks.ru> (дата обращения 06.11.2017; 08.12.2017)

Таблица 1

Динамика исходных данных производственной функции по Российской Федерации за 2005–2015гг.*

Период	Выпуск продукции, товаров, услуг по видам экономической деятельности и секторам		Основные фонды на конец года		Фонд заработной платы	
	в текущих ценах, млн руб.	скорректированный на индекс физического объема ВРП, млн руб. (X)	по полной учетной стоимости, млн руб.	в сопоставимых ценах, млн руб. (K)	номинальный, млн руб.	скорректированный на индекс потребительских цен, млн руб. (L)
2005	37 020 601,9	37 020 601,9	41 493 568,0	41 493 568,0	7 015 598,9	7 015 598,9
2006	46 223 866,55	42 739 158,34	47 489 498,0	43 909 376,8	8 826 400,9	8 097 615,5
2007	57 752 132,46	49 199 148,7	60 391 454,0	51 447 591,6	11 544 108,4	9 464 633,8
2008	71 601 657,86	57 956 077,06	74 441 095,0	60 254 384,7	14 731 800,7	10 660 297,9
2009	68 116 448,05	59 812 969,29	82 302 969,0	72 270 135,9	15 523 648,9	10 324 723,3
2010	82 054 614,92	68 946 878,26	93 185 612,0	78 299 764,8	17 583 180,4	10 748 630,8
2011	101 114 857,1	81 487 585,6	108 001 247,0	87 037 267,4	19 870 348,3	11 448 426,8
2012	112 517 362,2	87 478 632,76	121 268 908,0	94 282 678,3	22 862 108,7	12 356 612,1
2013	121 574 167,8	92 862 090,52	133 521 531,0	101 987 854,2	25 522 732,5	12 952 711,4
2014	131 020 146,8	99 343 468,33	147 429 656,0	111 785 658,3	27 896 261,04	12 708 500,9
2015	н/д	—	160 725 261,0	125 413 795,4	29 533 640,5	11 917 121,6
Темп роста, %	115,5	111,7	114,6	111,7	115,0	105,7

* Рассчитано по данным Федеральной службы государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru>.

Таблица 2

Динамика исходных данных производственной функции для Пермского края, 2005–2015гг.*

Период	Выпуск продукции, товаров, услуг по видам экономической деятельности и секторам		Основные фонды на конец года		Фонд заработной платы	
	в текущих ценах, млн руб.	скорректированный на индекс физического объема ВРП, млн руб. (X)	по полной учетной стоимости, млн руб.	в сопоставимых ценах, млн руб. (K)	номинальный, млн руб.	скорректированный на индекс потребительских цен, млн руб. (L)
2005	681 350,3	681 350,3	961 938,0	961 938,0	118 893,1	118 893,1
2006	814 497,9	745 194,785	1 113 976,0	1 019 191,2	150 543,3	138 113,1
2007	1 033 078,9	874 354,6731	1 278 827,0	1 082 345,6	186 874,1	147 288,8
2008	1 321 021,3	1 065 831,315	1 502 190,0	1 212 002,5	229 387,7	156 805,6
2009	1 188 140,1	1 046 527,96	1 605 119,0	1 413 807,9	232 742,2	146 096,0
2010	1 362 493,5	1 117 412,023	1 837 184,0	1 506 716,5	269 032,	153 245,1
2011	1 772 117,9	1 341 970,771	2 078 245,0	1 573 791,5	289 967,6	154 798,5
2012	1 871 348,2	1 408 662,869	2 199 176,0	1 655 436,2	333 246,7	165 799,6
2013	1 995 768,7	1 490 397,587	2 410 614,0	1 800 195,2	370 786,8	173 217,7
2014	2 129 890,3	1 539 745,153	2 651 647,0	1 916 934,7	393 189,9	166 380,1
2015	н/д	—	2 900 859,0	2 105 517,7	418 681,3	157 341,8
Темп роста, %	114,2	109,7	111,7	108,2	113,7	103,05

* Рассчитано по: Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru>.

Для оценки параметров исходная производственная функция была приведена к линейному виду путем логарифмирования [14, 15]:

$$\ln X = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L, \quad (2)$$

Поскольку анализ социально-экономических показателей Пермского края изначально проводился в сравнении с теми же показателями по стране, было принято решение построить две производственные функции для региона и страны, а полученные результаты также сравнить. В связи с этим построение рядов логарифмов X , K , L и дальнейшие расчеты по определению статистических критериев, характеризующих значимость и точность найденного уравнения, производились и для Российской Федерации, и для Пермского края. Однако верификация производственной функции для Российской Федерации показала, что свободный коэффициент модели ($\ln A$) и вклад фонда оплаты труда (коэффициент β) в изменение объема выпуска продукции (X) оказались статистически незначимыми, а между предикторами L и K наблюдается сильная коллинеарность (0,95) [8, 14], т. е. имеет место совокупное воздействие факторов друг на друга, следовательно, данная модель оказалась непригодной для анализа исследуемого процесса. Экономическая система страны является слишком сложной для этого в силу асимметрии развития составляющих ее региональных экономических подсистем, в том числе технологических особенностей промышленного производства, неравномерности обеспечения регионов ресурсами, социально-экономических условий их применения, неоднородности факторов, влияющих на выпуск продукции, и мн. др. [2, 7, 12, 21, 22]. Именно поэтому производственную функцию Кобба — Дугласа, как правило, используют для описания среднemasштабных социально-экономических систем (производственных объединений, отраслей, регионов) [11].

Применительно к Пермскому краю параметризация модели по методу наименьших квадратов дала следующие результаты:

$$\ln X = -7,99925 + 0,8139 \ln K + 0,8716 \ln L. \quad (3)$$

Оценка надежности полученной производственной функции проводилась с использованием методов корреляционно-регрессионного анализа. Вначале методом парной корреляции была установлена высокая степень статистической зависимости между влияющими факторами K , L и результирующим показателем X (0,97; 0,91; см. табл. 3). Вместе с тем опре-

Таблица 3

Корреляционная матрица показателей производственной функции для Пермского края

	$\ln X$	$\ln K$	$\ln L$
$\ln X$	1		
$\ln K$	0,9723	1	
$\ln L$	0,9198	0,8547	1

Таблица 4

Данные регрессионного анализа

Показатель	Значение
Множественный R	0,987251211
R -квадрат	0,974664954
Нормированный R -квадрат	0,96742637
Стандартная ошибка	0,051855871

делялось наличие/отсутствие коллинеарности между объясняющими факторами модели K и L , которая имеет значение $0,8547 > 0,75$, а следовательно, свидетельствует о наличии некоторой коллинеарности, которая, по моему мнению, может быть объяснена тем, что в период исследования (с 2005 по 2015 гг.) попадают годы экономического кризиса, повлиявшего сначала на одновременный спад анализируемых показателей, а затем на их одновременный рост. Такое их изменение в унисон будет сглаживаться при увеличении периода исследования [22].

Расчет множественного коэффициента корреляции (R) показал высокую тесноту связи между результативной и независимыми переменными, вошедшими в производственную функцию региона (табл. 4), а значение коэффициента детерминации (R^2), характеризующего долю дисперсии зависимых переменных, свидетельствует о том, что построенная модель описывает анализируемый процесс с точностью 97 %.

Оценка качества производственной функций по критерию Фишера показала наличие тесной связи между объясняемой и объясняющими переменными на уровне значимости 0,05. Поскольку расчетное значение коэффициента Фишера (134,648) значительно превышает табличное (4,73), построенная нами функция соответствуют исходным данным с вероятностью 95 %. Проверка статистической значимости коэффициентов модели по критерию Стьюдента подтвердила их значимость на уровне 0,05 при критическом значении 2,28. Значимое отличие всех коэффициентов от нуля демонстрирует и P -значение (менее 0,05), следовательно, уравнение можно признать статистически значимым (табл. 5).

Таблица 5

Результаты оценивания производственной функции на статистическую значимость

Показатель	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение
ln (A)	-7,999254116	2,245413995	-3,562485196	0,009188825
α	0,813938378	0,136547935	5,960825237	0,000563913
β	0,8716886	0,30680739	2,84115908	0,025003051

Таблица 6

Результаты верификации производственной функции для Пермского края

DW-критерий		r-коэффициент		W-тест	
статистика	интервал	наблюдаемое	критическое	значимость F	уровень значимости F
2,561192701	2,35 < DW < 3,303	-0,67767769	1,89457861	0,822388479	0,05

Проверка остатков модели на возможную автокорреляцию по критерию Дарбина — Уотсона (DW) не показала ни ее наличия, ни отсутствия на уровне значимости 0,05, так как ее величина оказалась внутри критического интервала, т. е. в зоне неопределенности. Полученный результат может быть связан не столько с недостатком модели, а скорее с особенностью применения критерия Дарбина — Уотсона, который дает достоверные результаты только для больших выборок. В свою очередь расчет коэффициента автокорреляции уровней временного ряда (r) показал ее отсутствие на уровне значимости 0,05, что свидетельствует о высоком качестве модели (табл. 6). Результаты оценки возможной гетероскедастичности с использованием теста Уайта (W) не подтвердили ее наличие, что свидетельствует об однородности (гомоскедастичности) наблюдений, используемых в модели.

Таким образом, выполненная верификация подтвердила, что параметры модели с высокой степенью вероятности являются пригодными для применения. В итоге была получена следующая производственная функция:

$$X = 0,0003 K^{0,8139} L^{0,8716}. \quad (4)$$

Построенная производственная функция была применена для анализа эффективности использования ресурсов [5, 9, 17] труда и капитала в Пермском крае. В процессе исследования производились расчеты показателей средней и предельной эффективности использования ресурсов, эластичности выпуска продукции по затраченным ресурсам и нормы замещения ресурсов.

Расчет средней эффективности используемых ресурсов (μ) производился по формулам:

$$\mu_K = \frac{X}{K} = \frac{AK^\alpha L^\beta}{K} = AK^{\alpha-1} L^\beta, \quad (5)$$

$$\mu_L = \frac{X}{L} = \frac{AK^\alpha L^\beta}{L} = AK^\alpha L^{\beta-1}, \quad (6)$$

Здесь величина μ_K имеет смысл капиталотдачи, а величина μ_L — зарплатоотдачи, т. е. равна отношению величины произведенного продукта к затрате ресурса.

Предельная эффективность ресурсов (v_i) определялась по формулам:

$$v_K = \frac{\partial X}{\partial K} = A\alpha K^{\alpha-1} L^\beta, \quad (7)$$

$$v_L = \frac{\partial X}{\partial L} = A\beta K^\alpha L^{\beta-1}, \quad (8)$$

Величина v_i выражает прирост выпускаемой продукции на единицу прироста соответствующего ресурса, используемого в производстве.

Эластичность выпуска продукции по труду и капиталу (ε_i) определялась по формулам:

$$\varepsilon_K = \frac{\partial X}{\partial K} \frac{K}{X} = \frac{A\alpha L^\beta K^{\alpha-1} K}{A L^\beta K^\alpha} = \alpha, \quad (9)$$

$$\varepsilon_L = \frac{\partial X}{\partial L} \frac{L}{X} = \frac{A\beta L^{\beta-1} K^\alpha L}{A L^\beta K^\alpha} = \beta. \quad (10)$$

Величина ε_i характеризует относительный прирост объема производства на единицу относительного увеличения ресурса и равняется отношению предельной эффективности к средней, следовательно, эластичности выпуска по капиталу и по труду определяются значением коэффициентов α и β соответственно.

Норма замещения ресурсов (γ) определялась по формуле:

$$\gamma_{KL} = \frac{v_L}{v_K} = \frac{\frac{\partial X}{\partial L}}{\frac{\partial X}{\partial K}} = \frac{A \cdot \beta \cdot L^{\beta-1} \cdot K^\alpha}{A \cdot \alpha \cdot L^\beta \cdot K^{\alpha-1}} = \frac{\beta \cdot K}{\alpha \cdot L}. \quad (11)$$

Величина γ показывает, на сколько единиц можно уменьшить потребление одного из факторов производства при увеличении на единицу потребления другого фактора, сохранив объем выпуска продукции неизменным.

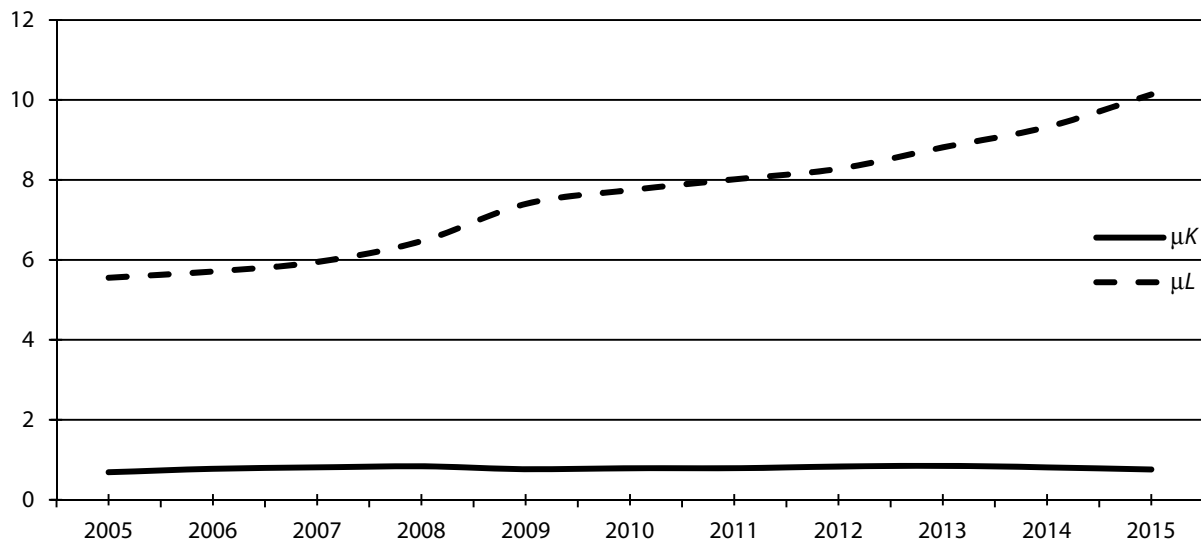


Рис.4. Динамика средней эффективности использования ресурсов в 2005–2011 гг., единицы (Пермский край)

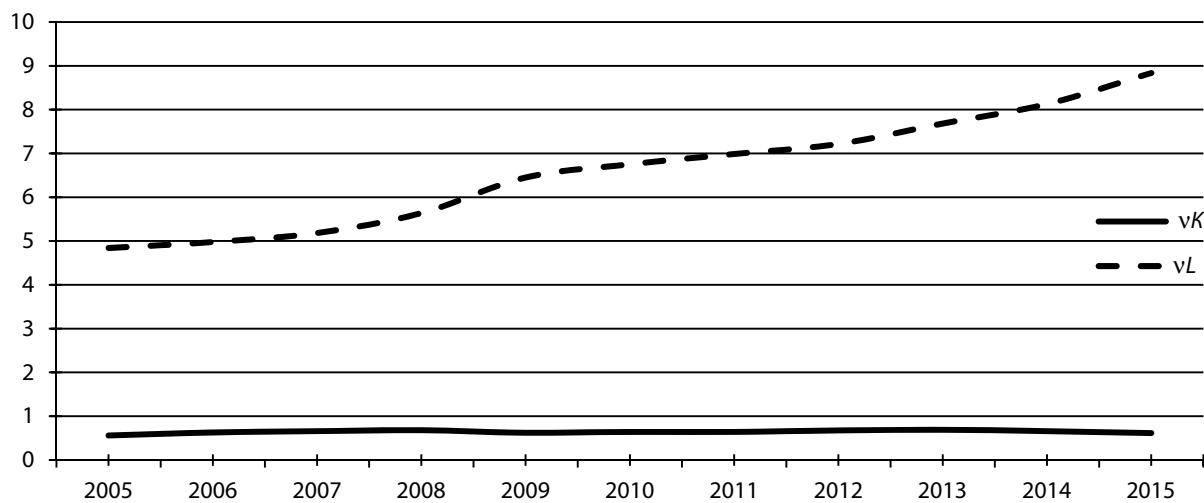


Рис. 5. Предельная эффективность ресурсов, единицы (Пермский край)

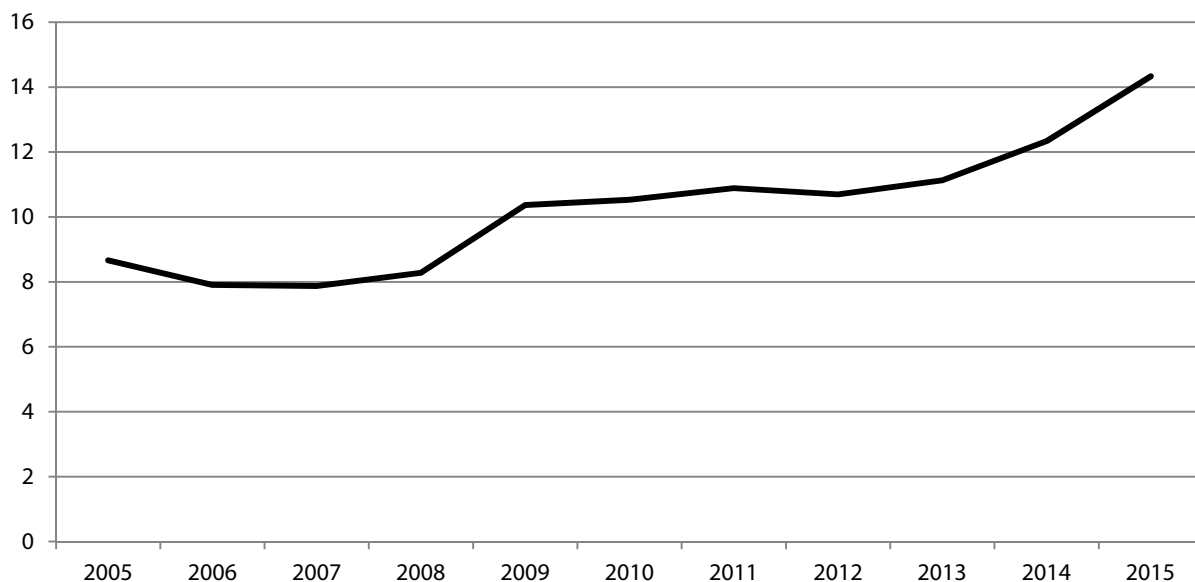


Рис. 6. Норма замещения ресурса L ресурсом K, единицы

Результаты исследования

Расчет средней эффективности используемых ресурсов (μ) показал, что в течение 11 лет (с 2005 по 2015 гг.) в Пермском крае при использовании одной единицы труда в среднем производилось 7,58 ед. продукции, а при использовании одной единицы капитала — всего 0,79 ед. Если рассматривать динамику данных показателей (рис. 4), то в 2005 году эффективность использования капитала составляла 0,68, а эффективность ресурса труда — 5,55 ед., к 2015 г. она достигла 0,75 и 10,13 единиц соответственно, что составляет 82 % прироста по труду и 10 % по капиталу.

Аналогичные результаты дал расчет предельной эффективности ресурсов (v_i), в частности, увеличение объема потребления ресурса труда на единицу приводит к росту объема продукции в среднем на 6,6 ед., а потребление капитала повышается всего на 0,64 единицы. Динамика показателей за 11 лет говорит о том, что на протяжении всего периода предельная эффективность ресурса L была значительно выше, чем ресурса K , и в 2015 году составляла 8,83 и 0,61 ед. соответственно (рис. 5).

Определение нормы замещения ресурсов (γ) показало, что в 2015 г. для того, чтобы выпуск продукции оставался прежним, при снижении потребления ресурса L на единицу необходимо было нарастить потребление ресурса K на 14,33 ед. (рис. 6).

Анализ величины коэффициентов эластичности α (0,8139) и β (0,8716) в производственной функции Пермского края показал, что если увеличить потребление ресурса K на 1 %, то выпуск продукции возрастет на 0,81 %, а при таком же увеличении ресурса L — на 0,87 %, т. е. приведет к большему росту объема производства, нежели такое же увеличение основных фондов.

Кроме того, нас интересовала справедливость соотношения $\beta = 1 - \alpha$, так как величина $\alpha + \beta$ характеризует отдачу от масштаба следующим образом: $\alpha + \beta = 1$ — отдача постоян-

ная, $\alpha + \beta < 1$ — отдача убывающая, $\alpha + \beta > 1$ — отдача возрастающая. Отдача возрастающая, если при увеличении количества используемых ресурсов на единицу результирующий показатель, в нашем случае выпуск продукции, увеличится более чем на единицу. Поскольку $0,8139 + 0,8716 = 1,685 > 1,0$, мы имеем возрастающую отдачу. Это означает, что выпуск продукции растет быстрее, чем затраты ресурсов. В этом случае степенная функция описывает интенсивный способ производства продукции. Однако и здесь речь идет, скорее, о повышении интенсивности труда. Поскольку эластичность выпуска по труду (β) больше эластичности выпуска по основным фондам (α), то имеет место фондосберегающий рост экономики, который часто называют экстенсивным в отличие от трудосберегающего, именуемого с этой точки зрения интенсивным.

Таким образом, результаты, полученные с помощью производственной функции, подтвердили гипотезу о том, что на величину совокупного продукта, создаваемого в процессе производства, наибольшее влияние в Пермском крае оказывает потребление трудовых ресурсов. Следовательно, при сохранении такой структуры производства для роста экономики Пермского края важна ориентация на социальную политику, предполагающую воспроизводство трудовых ресурсов, повышение оплаты труда, улучшение условий труда, снижение миграционного оттока, повышение качества жизни в регионе и пр.

Полученную производственную функцию также можно использовать для дальнейших исследований, например, прогнозирования социально-экономического развития региона. Кроме того, данный подход к моделированию региональной экономики позволит выявить степень влияния на объем производства не только социальных и технических факторов, а также инновационных, информационных и др. Модель имеет удобную аналитическую форму и хорошо интерпретируется.

Список источников

1. Абдыкерова Г.Ж. Системный подход к анализу эффективности инвестиционных проектов // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. — 2011. — № 4.
2. Антипов В.И. Производственная функция российской экономики // Экономика, статистика и информатика. — 2012. — № 5. — С. 101–104.
3. Баранов С.В. Эконометрические модели производственных функций: история и современность // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. — 2014. — № 10–2. — С. 53–57 [Электронный ресурс]. URL: <https://applied-research.ru/ru/article/view?id=5996> (дата обращения: 12.11.2017).
4. Гафарова Е.А. Моделирование регионального развития на основе производственных функций // Наукоедение. — 2013. — № 3(16) [Электронный ресурс]. URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/39evn313.pdf> (дата обращения: 11.11.2017).

5. Горбунов В. К., Крылов В. П. Оценка эффективности основного капитала предприятий методом производственных функций // Экономика региона. — 2015. — № 3. — С. 334–347.
6. Гребнев М. И. Агрегированная производственная функция с учетом научно-технического прогресса для экономики России // Вестник Пермского университета. Серия: Экономика. — 2015. — № 4 (27). — С. 71–79.
7. Гребнев М. И., Шульц Д. Н. Статистический метод агрегирования производственных функций // Экономика и математические методы. — 2016. — Т. 52. — № 2. — С. 112–128.
8. Зарецкая В. Г., Дремова Л. А., Осиневич Л. М. Построение производственной функции региона с учетом инновационной составляющей // Региональная экономика: теория и практика. — 2014. — № 2 (329). — С. 20–28.
9. Казакова М. В. Анализ свойств производственных функций, используемых при декомпозиции экономического роста [Электронный ресурс]. URL: <ftp://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/rnp/wpaper/31.pdf> (дата обращения: 09.11.2017).
10. Кирилюк И. Л. Модели производственных функций для российской экономики // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5. — № 2. — С. 293–312.
11. Клейнер Г. Б. Производственные функции: Теория, методы, применение. — М.: Финансы и статистика, 1986. — 239 с.
12. Крюков В. А. Институциональная система сырьевой территории // Журнал экономической теории. — 2017. — № 3. — С. 47–54.
13. Нижегородцев Р. М., Петухов Н. А. Прогнозирование объема валового регионального продукта на основе трехфакторной модели в приращениях (на примере Приволжского федерального округа) // Вестник ЮРГТУ (НПИ). — 2011. — № 3. — С. 90–100.
14. Петров А. Н. Особенности построения производственной функции промышленности региона // Региональная экономика: теория и практика. — 2010. — № 18. — С. 36–41.
15. Петров А. Н. Производственная функция экономики региона // Экономический анализ: теория и практика. — 2011. — № 19 (226). — С. 53–60.
16. Рузанов А. И. Производственные функции и их использование для описания закономерностей производства // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. — 2011. — № 5 (1). — С. 212–217.
17. Светульников С. Г., Абдуллаев И. С. Сравнительный анализ производственных функций в моделях экономической динамики // Известия СПбГУЭФ. — 2010. — № 5. — С. 55–66.
18. Ускова Т. В., Лукин Е. В., Мельников А. Е., Леонидова Е. Г. Проблемы развития промышленного сектора экономики старопромышленных регионов России // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. — 2017. — Т. 10. — № 4. — С. 62–77.
19. Федорова Е. А. Анализ основных производственных факторов аграрно-промышленного комплекса Тверского региона // Управление экономическими системами. — 2011. — № 9 [Электронный ресурс]. URL: <http://uecs.ru/marketing/item/649-2011-09-28-07-57-34> (дата обращения: 10.11.2017).
20. Янкова В. А. Коллинеарность факторов при оценке параметров производственной функции Кобба — Дугласа // Академічний огляд. — 2016. — № 1 (44). — С. 86–94.
21. Felipe J., Fisher F. M. Aggregation in production functions: What Applied Economists should know // Metroeconomica. — 2003. — Vol. 54. — No. 3. — P. 208–262.
22. Fisher F. M. Aggregate Production Functions — A Pervasive, But Unpersuasive, Fairytale // Eastern Economic Journal. — 2005. — Vol. 31(5). — P. 489–491.

Информация об авторах

Алферова Татьяна Викторовна — кандидат экономических наук, доцент, Пермский государственный национальный исследовательский университет, доцент кафедры менеджмента (Пермь, Российская Федерация, e-mail: alferova@econ.psu.ru).

Третьякова Елена Андреевна — доктор экономических наук, профессор, Пермский государственный национальный исследовательский университет, профессор кафедры мировой и региональной экономики, экономической теории (Пермь, Российская Федерация, e-mail: E.A.T.pnrpu@yandex.ru).

Аликина Екатерина Борисовна — кандидат экономических наук, доцент, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, заведующая кафедрой экономики (Пермь, Российская Федерация, e-mail: alikina@pspu.ru).

Иванова Ольга Георгиевна — Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, старший преподаватель кафедры экономики (Пермь, Российская Федерация, e-mail: ivanovaog@pspu.ru).

Alferova T. V., Tretyakova E. A., Alikina E. B., Ivanova O. G.

Modeling the Production Function of the Industrial Sector of the Perm Krai Economy

Keywords: *production function, regional economy, fixed assets, output, payroll budget, the Perm Territory*

In the transition to a new high-tech way of economy, the technological and resource readiness of national and regional economic systems to embed into a new operating model becomes essential. For that reason, the key purpose of the study is to

identify the factors that have the greatest impact on the development of the economy of the Perm Territory. The authors assess the degree of influence of each of them and analyze the origin of the situation. The main hypothesis of the study is that the growth of the key production indicators of the Perm Territory is achieved through the labor resource. The socio-economic indicators of the Perm Territory for the period from 2005 to 2016 were used as initial data. As a methodological basis, we have studied the works of national and foreign scientists in the field of economic and mathematical modeling as well as economic processes. As methodological tools, we used system, logical and statistical methods to analyze official information about national and regional socio-economic systems. The economic and mathematical modeling was used to build the production function. We applied the correlation-regression analysis to assess the reliability of the production function. The key results of the study are the following. Using econometric modeling, we have proved the existence of the relationship between the output of products, fixed assets and the size of payroll budget. On this basis, we have constructed the statistically significant production function of the Perm Territory as well as determined the main indicators of the effectiveness of resource use in the production process. One of the main findings of the study is that the industrial sector of the economy of Perm Territory is characterized by an annual increase in labor productivity with a high degree of depreciation of fixed assets against a general decline in some social and economic indicators, in particular the population, employment, foreign trade turnover, etc. The indicators of the efficiency of resource use calculated by the production function confirmed the hypothesis that the value of the aggregate product created in the production process is most influenced by the consumption of labor resources in the Perm Territory. This indicates the orientation of the labor market of Perm Territory to the predominant policy of exploitation of labor resources. The applied value of the results is the possibility of using the production function to forecast the indicators of regional socio-economic development, to plan social policy, etc.