УДК 336.76

ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЦЕНОВЫХ ПУЗЫРЕЙ НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ФИНАНСОВЫХ РЫНКАХ: РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕОЦЕНКИ И НЕДООЦЕНКИ АКТИВА [1]

Д. А. Гладырев

В статье проанализированы различные меры, позволяющие описать ценовые пузыри на экспериментальных финансовых рынках. Большинство этих мер вычисляются на основе разницы между фактическими торговыми ценами и фундаментальными (справедливыми) значениями за период. На экспериментальных финансовых рынках фундаментальная стоимость актива обычно предопределена организаторами и известна, что отличает их от реальных финансовых рынков и делает возможным измерение ценовых пузырей. Разные способы этого измерения предопределили существование разных мер ценовых пузырей. При этом исследователи крайне редко обосновывают, почему они выбрали именно ту, а не иную меру для своих целей. Данная работа содержит анализ преимуществ и недостатков основных существующих мер. Также в ней предложены три новые меры — относительная переоценка (RO), относительная недооценка (RU) и доля периодов с переоценкой (SPWO). Эти меры предложены с учетом важного замечания к существующим мерам, которые либо не учитывали направление отклонения фактических торговых цен от фундаментальных, либо позволяли отклонениям с разным направлением уравновешивать друг друга. Таким образом, переоценка и недооценка актива этими мерами практически не разделялась, несмотря на всю противоположность этих явлений. Новые меры полностью разделяют переоценку и недооценку активов, расширяя возможности для исследований.

Ключевые слова: экспериментальные финансовые рынки, ценовые пузыри, экспериментальная экономика, моделирование, поведенческие финансы

Введение

В последнее время в зарубежных экономических журналах существенно увеличилось число статей, в основе которых лежат финансовые эксперименты. Во многом это обусловлено ростом популярности экспериментальных методов и открытием новых экспериментальных лабораторий в университетах. Есть ряд работ с обзорами проведенных экспериментов [8, 10]. Автор одного из этих обзоров продолжает отслеживать все новые проведенные финансовые эксперименты [2]. Из его списка можно сделать вывод, что количество работ стабильно росло с 2002 по 2014 гг., после чего остановилось на высоком уровне в 20–30 публикаций в год.

Классический финансовый эксперимент [11] был разработан и проведен в 1988 году под руководством Вернона Смита, чей вклад в развитие экспериментальной экономики был отмечен Нобелевской премией 2002 года. Участники этого эксперимента торгуют финансовыми активами (акциями) на протяжении нескольких (обычно 10–15) периодов. После каждого периода активы могут принести своим владельцам дивиденды. Их размер является случайной величиной, закон распределения и математическое ожидание которой постоянны в каждом периоде и известны участникам. Поскольку в конце эксперимента все активы сгорают, каждый участник может довольно легко рассчитать фундаментальную (справедливую) стоимость финансового актива: она равняется математическому ожиданию дивидендов за период, умноженному на количество оставшихся торговых периодов.

Определенная и известная участникам рынка (правда, требующая расчета) фундаментальная стоимость актива является основной особенностью финансовых экспериментов. На реальных финансовых рынках фундаментальная стоимость является лишь теоретическим значением, с которым сложно либо невозможно работать. Преимущество финансовых экспериментов в том, что в них мы всегда знаем это значение, а следовательно, легко можем идентифицировать ценовой пузырь — ситуацию, когда фактические торговые цены превышают фундаментальные. При проведении классического финансового эксперимента такая ситуация возникает регулярно, что и продемонстрировал классический финансовый эксперимент.

---

[2] См.: https://sites.google.com/site/opowell/assetmarketexperiments.

Неизвестное значение фундаментальной стоимости, препятствующее идентификации и измерению ценового пузыря, — не единственная проблема реальных финансовых рынков. Как правило, их исследователь сталкивается и с другими ненаблюдаемыми переменными — ему всегда приходится ограничиваться лишь теми данными, что возможно отыскать. Экспериментальные финансовые рынки открывают больше возможностей: при грамотном дизайне можно смоделировать практически любую ситуацию и исследовать любой фактор.

Исследователи создали большое количество модификаций классического финансового эксперимента. В своих работах они спрашивали, «Что произойдёт с ценовым пузырем, если…», и добавляли свою концовку. Как правило, они интересовались характеристиками трейдеров или пытались изменить правила торгов [1, 2]. Поиск статистически значимых различий, вызванных не исследованными ранее изменениями дизайна эксперимента, стал целью многих исследователей. Огромное количество возможных направлений и предельно простая формулировка основного вопроса предопределили большую популярность подобных исследований. Этой популярности не помешала даже высокая стоимость экспериментов, ведь всем участникам следовало выплачивать их выигрыши. Только в этом случае их можно сопоставлять с мотивированными участниками реальных финансовых рынков.

Данная статья посвящена важному вопросу: каким образом можно и нужно измерять ценовой пузырь на экспериментальных финансовых рынках? В первых финансовых экспериментах авторы не задумывались о стандарте и, как правило, не обосновывали выбор меры, ограничиваясь лишь фактом, что выбранная ими мера определенно точно рассчитывается на основании разницы между фундаментальной стоимостью актива и фактическими ценами во время эксперимента.

Анализ существующих мер ценовых пузырей

Одной из первых широко используемых мер была ценовая амплитуда (*price amplitude*), в основе расчета которой лежит разница между максимальным и минимальным размерами ценового пузыря. Впервые она была рассчитана в 1991 году [6].

$$PA_{1991} = \frac{\max\left(\overline{P}_i - FV_i\right)}{FV_1} - \frac{\min\left(\overline{P}_i - FV_i\right)}{FV_1}, \qquad (1)$$

где $\overline{P}_i$ — это средняя цена актива в периоде i; FV_i — фундаментальная цена актива в периоде i.

Деление на FV_1 (фундаментальную стоимость актива в первом периоде) используется, чтобы мера не зависела от абсолютного уровня цен на рынке.

В значимой работе 1993 года [13] ценовая амплитуда рассчитывалась иначе:

$$PA_{1993} = \max(P_i - FV_i) - \min(P_i - FV). \qquad (2)$$

Такой подход, очевидно, хуже, так как зависит от абсолютного уровня цен на экспериментальном финансовом рынке. Достаточно начать оперировать другими денежными единицами — и значение меры изменится. Продемонстрируем это, домножив все цены и дивидендные выплаты на рынке на c (допустим, рассчитывая их в другой валюте):

$$\max(c\overline{P}_i - cFV_i) - \min(c\overline{P}_i - cFV_i) = \\ = c(\max(\overline{P}_i - FV_i) - \min(\overline{P}_i - FV_i)). \qquad (3)$$

Схожий эффект можно ожидать и при простом увеличении фундаментальной стоимости актива, так как оно, вероятно, приведет к похожему увеличению фактических торговых цен. При этом не стоит забывать, что фактические цены формируют участники рыночного эксперимента, поэтому мы не вправе утверждать, что они изменятся в точности так же, как и фундаментальная стоимость, однако положительная корреляция между этими показателями очевидна.

В 2006 году [5] была предложена небольшая, но логичная правка в формулу (1):

$$PA_{2006} = \max\left(\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}\right) - \min\left(\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}\right). \qquad (4)$$

Рассмотрим разницу между формулами (1) и (4) на примере 1. Значения фундаментальной и фактической стоимости актива в каждом из периодов этого примера приведены в таблице 1.

Таблица 1

Вычисление мер ценового пузыря для примера 1

Период	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
FV_i	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$\overline{P}_i$	120	130	130	120	125	120	90	90	50	15
$\overline{P}_i - FV_i$	20	40	50	50	65	70	50	60	30	5

Формула (1) отыскивает максимальное и минимальное отклонения от фундаментальной стоимости: максимальное было в пятом периоде (65 у.е.), минимальное — в десятом (5 у.е.). Затем обе величины делятся на фунда-

Таблица 2

Вычисление мер ценового пузыря для примера 1

Период	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}$	0,2	0,444	0,625	0,714	1,083	1,4	1,25	2	1,5	0,5

ментальную стоимость в первом периоде (100) и вычисляется их разница:

$$PA_{1991} = \frac{65}{100} - \frac{5}{100} = 0,6.$$

Первый недостаток такой формулы — концентрация на абсолютных, а не относительных превышениях цен. Мы считаем равнозначным превышение цен в первом и последнем периодах, хотя в первом периоде превышение на 10 у.е. было бы незначительным, а в последнем было бы в два раза больше фундаментальной стоимости.

Второй недостаток — сложность интерпретации. Деление на фундаментальную стоимость актива в первом периоде позволяет не зависеть от абсолютных величин и валюты, но результат едва ли можно проинтерпретировать.

Формула (4) устраняет оба этих недостатка. Она уже концентрируется на относительном превышении фактических цен над фундаментальными (впрочем, у данного решения также есть недостаток, который будет описан в дальнейшем). Максимальное относительное отклонение наблюдается в восьмом периоде (на 2 фундаментальные стоимости), а минимальное — в первом (на 0,2 фундаментальной стоимости).

PA_{2006} высчитывается как разница максимального и минимального относительного отклонения.

$$PA_{2006} = 2 - 0,2 = 1,8.$$

Результат показывает, как сильно на протяжении эксперимента варьировался размер ценового пузыря, рассчитанного в фундаментальных стоимостях.

Также формулу (4) можно переписать в таком виде:

$$PA_{2006} = \max\left(\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}\right) - \min\left(\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}\right) = \\ = \max\left(\frac{\overline{P}_i}{FV_i} - 1\right) - \min\left(\frac{\overline{P}_i}{FV_i} - 1\right) = \\ = \max\left(\frac{\overline{P}_i}{FV_i}\right) - \min\left(\frac{\overline{P}_i}{FV_i}\right). \quad (5)$$

Общий недостаток ценовой амплитуды, касающийся всех формул, заключается в том, что она измеряет лишь то, как сильно изменялся ценовой пузырь на протяжении эксперимента, но не сам ценовой пузырь.

Меры, рассчитанные по формулам (1) и (2), очевидно не являются монотонными относительно разницы между фактическими ценами и фундаментальной стоимостью. Если увеличить цены во всех периодах на одинаковую величину c, то величина этой меры не изменится:

$$\frac{\max\left(\overline{P}_i + c - FV_i\right)}{FV_1} - \frac{\min\left(\overline{P}_i + c - FV_i\right)}{FV_1} = \\ = \frac{\max\left(\overline{P}_i - FV_i\right)}{FV_1} - \frac{\min\left(\overline{P}_i - FV_i\right)}{FV_1} = \\ = \max\left(\overline{P}_i + c - FV_i\right) - \min\left(\overline{P}_i + c - FV_i\right) = \\ = \max\left(\overline{P}_i - FV_i\right) - \min\left(\overline{P}_i - FV_i\right). \quad (6)$$

А если считать ценовую амплитуду по формуле (4), то ее значение после увеличения цен может даже уменьшиться. Допустим, мы добавляем к фактическим ценам небольшую величину c — такую, что максимальное и минимальное значения обнаруживаются в тех же периодах, что и ранее; обозначим их $i_{\max}$ и $i_{\min}$. Таким образом:

$$PA_{2006NEW} = \frac{\overline{P_{i\max}} + c - FV_{i\max}}{FV_{i\max}} - \frac{\overline{P_{i\min}} + c - FV_{i\min}}{FV_{i\min}} = \\ = PA_{2006OLD} + \frac{c}{FV_{i\max}} - \frac{c}{FV_{i\min}}. \quad (7)$$

Мера, получившаяся после увеличения фактических цен, уменьшится в случае, если $FV_{i\max} > FV_{i\min}$. Это будет тогда, когда $\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}$ достигнет максимума в более раннем периоде, чем минимума, то есть при $i_{\max} < i_{\min}$.

Поскольку ценовая амплитуда содержит недостаточно информации о ценовом пузыре, возникла необходимость в иной мере, которая лучше учитывает отклонения от фундаментальной стоимости на протяжении всего эксперимента. Первая подобная мера была представлена еще в 1993 году [13].

$$Absolute\ \ IV\ \ deviation = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t_i=1}^{T_p}\left|P_{t_i} - FV_i\right|}{q}, \quad (8)$$

где P_{t_i} — стоимость актива при t_i транзакции в i-периоде; FV_i — фундаментальная цена актива в периоде i; q — общее количество акций; N — общее количество торговых периодов.

Данная мера отличается тем, что учитывает абсолютно все транзакции, в то время как остальные используют лишь средние или медианные показатели по периодам. Но в то же время она сильно зависит от настроек экспериментального рынка: на нее влияет количество периодов, а также выбранная валюта и уровень фундаментальных цен. Зависит она и от количества транзакций: выходит, что на рынке, где торговали в два раза активнее, она будет в два раза больше, даже если уровень цен там был абсолютно тем же. Единственное, от чего мера не зависит, — это количество акций (впрочем, во всех остальных мерах проблема такой зависимости и не стоит, так как там берутся средние показатели по периодам).

В 2006 году были введены две меры [5], которые некоторое время были популярными у исследователей. Первая мера — общая дисперсия (*total dispersion*).

$$TD = \sum_{i=1}^{N}\left|MedianP_i - FV_i\right|, \quad (9)$$

где $MedianP_i$ — медианная цена актива в i-м периоде; FV_i — фундаментальная цена актива в периоде i; N — общее количество торговых периодов.

Интересное решение — использование медианного, а не среднего уровня цен в периоде. Это позволяет исключить из рассмотрения транзакции, стоимость которых обусловлена ошибкой участника или непониманием правил торгов. Тем не менее, данная мера также зависит от количества периодов, выбранной валюты и уровня фундаментальных цен.

Вторая мера — среднее отклонение (*average bias*).

$$AB = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(MedianP_i - FV_i\right). \quad (10)$$

Преимущество этой меры заключается в том, что она уже не зависит от количества периодов. При этом зависимость от выбранной валюты и уровня фундаментальных цен остается.

В 2010 году в работе [12] были выделены три критерия, которым ни одна из используемых тогда исследователями мер не удовлетворяла в полной степени:

— мера должна связывать фундаментальную стоимость актива и фактические цены на рынке;

— мера должна быть монотонна относительно разности фундаментальной стоимости актива и фактических цен на рынке;

— мера должна быть независима от настроек эксперимента, чтобы можно было сравнивать ценовые пузыри в разных экспериментах без оглядки на такие различия, как количество периодов и величина фундаментальной стоимости актива.

Авторы работы предложили две меры, удовлетворяющие всем этим критериям: относительное отклонение (*relative deviation*) и относительное абсолютное отклонение (*relative absolute deviation*).

$$RD = \frac{1}{N}\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\overline{P_i} - FV_i\right)}{\left|\overline{FV}\right|}, \quad (11)$$

$$RAD = \frac{1}{N}\frac{\sum_{i=1}^{N}\left|\overline{P_i} - FV_i\right|}{\left|\overline{FV}\right|}, \quad (12)$$

где $\overline{P}_i$ — средняя цена актива в периоде i; FV_i — фундаментальная цена актива в периоде i; $|\overline{FV}|$ — средняя фундаментальная стоимость за все периоды; N — общее количество торговых периодов.

Деление на $|\overline{FV}|$ и N позволяет перестать зависеть от настроек эксперимента: ни количество периодов, ни уровень фундаментальной стоимости, ни валюта уже не влияют на эти меры.

Рассчитаем значения RD и RAD для примера 1 (значения $\overline{P}_i - FV_i$ уже рассчитаны в таблице 2, их сумма равняется 440, значение $|\overline{FV}| = 55$).

$$RD = RAD = \frac{1}{10}\cdot\frac{440}{55} = \frac{1}{10}\cdot 8.$$

В данном случае значения RD и RAD вышли идентичными по той причине, что фактические цены превышали фундаментальные значения в каждом периоде. Такое бывает нередко. Но зачастую один или несколько периодов проходят с недооценкой актива. В этом случае $RD < RAD$, так как последний берет по модулю все отклонения от фундаментальной стоимости, а первый позволяет компенсировать положительные отклонения отрицательными.

Обе меры, в отличие от предыдущих, имеют внятную интерпретацию. RD показывает, как сильно в среднем фактические цены за период превышали (либо, в случае отрицательного значения, преуменьшали) фундаментальную стоимость актива. По данным примера 1 мы делаем вывод, что в среднем фактические цены были на 80 % больше $|\overline{FV}|$. Интерпретация *RAD* почти идентична: мера демонстрирует, как в среднем фактические цены за период отличались от фундаментальной стоимости актива.

Использование *RAD* уместно в случае, если нас интересуют не столько ценовые пузыри, сколько рыночная эффективность — соответствие фактических и фундаментальных цен. В данном случае уместно в равной степени учитывать как недооценку, так и переоценку актива. Если же нас интересуют именно ценовые пузыри, то более уместно использование *RD*, так как мера позволяет вычислить среднее превышение относительно средней фундаментальной стоимости.

Непонятным может выглядеть использование $|\overline{FV}|$ в формулах (11) и (12); некоторые исследователи посчитали [3], что логичнее использовать FV_i, и предложили похожие меры — *ASPD* и *AASPD*.

$$ASPD = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\overline{P_i} - FV_i}{FV_i}, \qquad (13)$$

$$AASPD = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\left|\overline{P_i} - FV_i\right|}{FV_i}. \qquad (14)$$

Эти формулы очень похожи на *RD* и *RAD*, но все же получили меньшее распространение. Вычисление относительного отклонения от соответствующей фундаментальной стоимости, хотя и может выглядеть более очевидным решением, но имеет недостаток: последние экспериментальные периоды с малой фундаментальной стоимостью актива слишком чувствительны к высоким фактическим ценам. В последних периодах даже одна совершённая по ошибке сделка с высокой стоимостью может существенно сдвинуть показатели *ASPD* и *AASPD*. Поэтому чаще используются *RD* и *RAD*, позволяющие избежать подобных сдвигов.

Наряду с *Absolute* IV *deviation* есть и иные меры, которые учитывают не средние или медианные значения за период, а каждую транзакцию. Такими мерами являются введенные в 2011 году [7] нормированное ценовое отклонение (*normalized price deviation*) и нормированное абсолютное отклонение (*normalized absolute deviation*).

$$NPD_t = \frac{1}{TSN}\sum_{i=1}^{q}(P_{ti} - FV_t), \qquad (15)$$

$$NAD_t = \frac{1}{TSN}\sum_{i=1}^{q}\left|P_{ti} - FV_t\right|. \qquad (16)$$

где P_{ti} — стоимость актива в транзакции i периода t; FV_i — фундаментальная цена актива в периоде i; TSN — общее количество акций; q — количество транзакций в периоде t.

NPD и *NAD*, в отличие от прочих мер, предлагается рассчитывать не для всей экспериментальной сессии, а для каждого периода в отдельности.

Можно выделить еще некоторые меры ценового пузыря, позволяющие описать некоторые его дополнительные характеристики. Одна из таких мер — продолжительность (*duration*) — была введена еще в 1995 году [9] и демонстрирует максимальное количество периодов, на протяжении которых увеличивался разрыв между фактическими ценами и фундаментальными значениями.

$$DUR = \max(N : \overline{P_i} - FV_i < \overline{P_{i+1}} - FV_{i+1} < \ldots < \overline{P_{i+(N-1)}} - FV_{i+(N-1)}). \qquad (17)$$

В примере 1 эта мера равняется трем — ценовой пузырь рос с первого периода по третий и с четвертого по шестой — максимально три периода подряд.

Другая используемая мера — *Haessels* R^2 — была впервые введена для измерения ценовых пузырей в 2005 году [4]. Она представляет собой коэффициент детерминации из регрессии $P_i = \alpha + \beta \cdot FV_i + \varepsilon$. Мера принимает значение от 0 до 1 — как предполагается, от несоответствия фактических и фундаментальных цен до их соответствия. Но легко продемонстрировать, что это абсолютно не так: если при увеличении фундаментальной стоимости на некоторое значение фактические цены всегда будут уменьшаться на эту же величину, то *Haessels* R^2 примет максимальное значение. При этом очевидно, что зависимость между двумя показателями отрицательная и они абсолютно не соответствуют друг другу, хотя и строго связаны обнаруженной линейной зависимостью — именно об этом сигнализирует высокое значение меры. Таким образом, *Haessels* R^2 неспособен корректно измерить ни ценовой пузырь, ни рыночную эффективность.

Три меры из числа описанных выше (*Absoute* IV *deviation*, *NPD* и *NAD*) значительно отличаются от остальных, так как используют для расчета не средние или медианные показатели за период, а учитывают каждую транзакцию. Тем не менее, распространения подобные меры не получили. Чем это можно объяснить? Во-

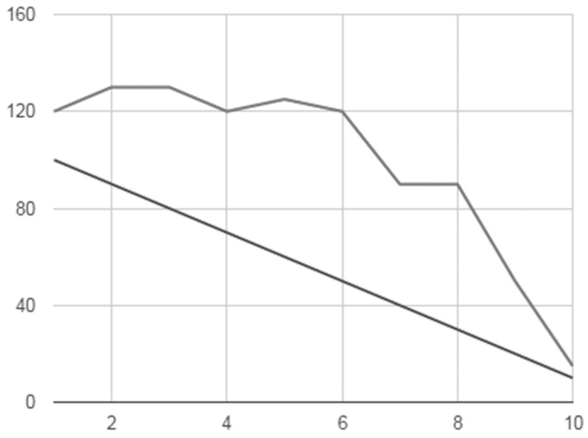

Рис. 1. *График, демонстрирующий для примера 1 различия между средней фактической стоимостью актива за период (ломаная линия) и фундаментальной стоимостью актива в периоде (прямая линия)*

первых, сложностью работы с данными по каждой транзакции. Средние значения за период гораздо удобнее — их можно не только описать в небольшой таблице (как было сделано в примере выше), но и отметить на графике вместе с фундаментальными значениями. Рисунок 1 демонстрирует пример подобного графика.

Во-вторых, несмотря на то, что вычисление средних или медианных значений уничтожает информацию о том, как сильно варьировались цены на протяжении торгового периода, сложно представить ситуацию, когда подобная информация будет действительно важна. Периоды обычно невелики по продолжительности, и одного периода едва ли достаточно, чтобы цены изменились сильно по величине и по сути (например, с недооценки до переоценки актива или наоборот). Можно вспомнить и то, что вычисление меры ценового пузыря уже подразумевает сведение всех результатов эксперимента в один показатель, поэтому потеря детализации неизбежна.

Таким образом, далее будем рассматривать лишь меры, использующие средние или медианные значения за период. Эти меры отображены в таблице 2.

Стоит отметить, что одним из исследователей был создан скрипт, позволяющий автоматически рассчитывать многие из этих показа-

Таблица 2

Меры ценовых пузырей. Формулы

Название	Формула
PA — Price amplitude (ценовая амплитуда), Haruvy and Noussair, 2006 (иные варианты формулы также предлагали King, 1991 и Van Boening et al., 1993)	$PA_{2006} = \max\left(\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}\right) - \min\left(\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}\right)$
DUR — Duration (продолжительность), Porter and Smith, 1995	$DUR = \max(N : \overline{P}_i - FV_i < \overline{P_{i+1}} - FV_{i+1} < \ldots < \overline{P_{i+(N-1)}} - FV_{i+(N-1)})$
Haessels R^2, Dufwenberg et al, 2005	$HR^2 = R^2$ из регрессии $P_i = \alpha + \beta \cdot FV_i + \varepsilon$
TD — Total dispersion (общая дисперсия), Haruvy and Noussair, 2006	$TD = \sum_{i=1}^{N} \lvert MedianP_i - FV_i \rvert$
AB — Average bias (среднее отклонение), Haruvy and Noussair, 2006	$AB = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(MedianP_i - FV_i\right)$
RD — Relative deviation (относительное отклонение), Stockl et al., 2010	$RD = \frac{1}{N}\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\overline{P}_i - FV_i\right)}{\lvert\overline{FV}\rvert}$
RAD — Relative absolute deviation (относительное абсолютное отклонение), Stockl et al., 2010	$RAD = \frac{1}{N}\frac{\sum_{i=1}^{N}\lvert\overline{P}_i - FV_i\rvert}{\lvert\overline{FV}\rvert}$
ASPD — Average scaled price deviation (относительное масштабируемое отклонение цены), Ackert, Kluger and Qi, 2012	$ASPD = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\overline{P}_i - FV_i}{FV_i}$
AASPD — Average absolute scaled price deviation (относительное абсолютное масштабируемое отклонение цены), Ackert, Kluger and Qi, 2012	$AASPD = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\lvert\overline{P}_i - FV_i\rvert}{FV_i}$

Обозначения: $\overline{P}_i$ — средняя цена актива в периоде i; $MedianP_i$ — медианная цена актива в i-м периоде; FV_i — фундаментальная цена актива в периоде i; $\lvert\overline{FV}\rvert$ — средняя фундаментальная стоимость за все периоды; N — общее количество торговых периодов.

Таблица 3

Меры ценовых пузырей. Интерпретация

Название	Отвечает на вопрос
PA — Price amplitude (ценовая амплитуда)	Насколько сильно изменялся ценовой пузырь на протяжении эксперимента?
DUR — Duration (продолжительность)	Каково максимальное количество подряд идущих периодов, на протяжении которых рос ценовой пузырь?
Haessels R^2	Насколько сильна линейная связь между фактическими и фундаментальными ценами?
TD — Total dispersion (общая дисперсия),	Каково суммарное отклонение фактических медианных цен за период от фундаментальных значений?
AB — Average bias (среднее отклонение)	Как в среднем за период фактические медианные цены отклонялись от фундаментальных значений?
RD — Relative deviation (относительное отклонение) *ASPD — Average scaled price deviation*	Как в среднем фактические цены за период превышали (либо, в случае отрицательного значения, преуменьшали) фундаментальную стоимость актива?
RAD — Relative absolute deviation (относительное абсолютное отклонение) *AASPD — Average absolute scaled price deviation*	Как в среднем фактические цены за период отклонялись от средней фундаментальной стоимости актива?

телей по введенным значениям средних цен и фундаментальной стоимости за период[1].

Можно сформулировать вопросы, на которые отвечает каждая из представленных мер.

По всей видимости, всегда будет сложно ограничиться одной мерой, так как ни одна из мер не заключает в себе всю полноту характеристик, интересующих исследователя. Но даже если есть возможность выбрать несколько мер из представленной таблицы — ответят ли эти меры на его вопросы? Что же на самом деле интересно исследователю?

Новые меры ценовых пузырей

Предлагается альтернативный список вопросов:

1. Как в среднем фактические цены за период отличались от средней фундаментальной стоимости актива?
2. Была ли на протяжении эксперимента переоценка актива, и если была, то насколько сильная?
3. Была ли на протяжении эксперимента недооценка актива, и если была, то насколько сильная?
4. На протяжении какой доли периодов наблюдалась переоценка актива?

Лишь первый вопрос присутствует в предыдущем списке, поэтому лишь одна из описанных ранее мер ценовых пузырей (*RAD*) может использоваться для ответов на эти вопросы. Для всех прочих ответов необходимо использовать новые меры.

Одна из ключевых идей, стоящих за новыми вопросами, заключается в необходимости разделения отклонения фактических цен от фундаментальных на переоценку и недооценку. *RAD* позволяет просто описать среднее отклонение фактических цен от фундаментальной стоимости, но он считает абсолютно равноценным как положительное ($\overline{P}_i > FV_i$, т. е. переоценка актива), так и отрицательное отклонение ($\overline{P}_i < FV_i$, т. е. недооценка актива). Очевидно, что это противоположные явления, объединение которых утрачивает важную информацию. *RD* учитывает недооценку и переоценку с разными знаками, но при этом позволяет им уравновешивать друг друга. Таким образом, если в половине экспериментальных периодов была переоценка актива, а в другой половине — аналогичная по величине недооценка, то значение *RD* будет равно нулю.

Для устранения этих противоречий предлагается использование новых мер — относительной переоценки (*relative overvaluation*) и относительной недооценки (*relative undervaluation*).

$$RO = \frac{1}{N}\frac{\sum_{i=1}^{N}\delta_i\left(\overline{P_i} - FV_i\right)}{\left|\overline{FV}\right|}, \quad (18)$$

где $\begin{cases}\delta_i = 1, \text{если} \quad \overline{P_i} > FV_i, \\ \delta_i = 0, \text{если} \quad \overline{P_i} \le FV_i;\end{cases}$

$$RU = \frac{1}{N}\frac{\sum_{i=1}^{N}\eta_i\left(\overline{P_i} - FV_i\right)}{\left|\overline{FV}\right|},$$

[1] См.: https://storage.googleapis.com/mispricing-calc/index.html.

Таблица 4

Вычисление мер ценового пузыря для примера 2

Период	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FV_i	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$\overline{P}_i$	50	65	75	100	115	120	90	90	50	15
$\overline{P}_i - FV_i$	–50	–25	–5	30	55	70	50	60	30	5

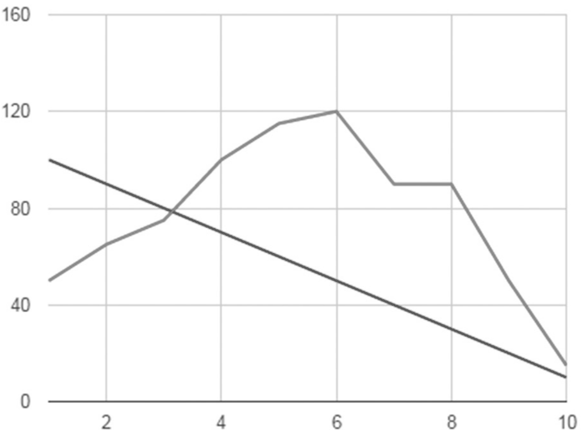

Рис. 2. *График, демонстрирующий для примера 2 различия между средней фактической стоимостью актива за период (ломаная линия) и фундаментальной стоимостью актива в периоде (прямая линия)*

$$\begin{cases} \eta_i = 1, \text{если} \quad \overline{P}_i < FV_i, \\ \eta_i = 0, \text{если} \quad \overline{P}_i \geq FV_i; \end{cases} \tag{19}$$

где $\overline{P}_i$ — средняя цена актива в периоде i; FV_i — фундаментальная цена актива в периоде i; $|\overline{FV}|$ — средняя фундаментальная стоимость за все периоды; N — общее количество торговых периодов.

Таким образом, данные формулы полностью разделяют переоценку и недооценку актива по разным мерам. Несложно заметить, что в случае, если $\forall i\ \overline{P}_i \geq FV_i$, то $\delta_i \equiv 1$ и $\eta_i \equiv 0$, из чего следует, что $RO = RAD = RD$, а $RU = 0$. Подобное, например, наблюдается в используемом выше примере.

Если же существуют периоды, когда $P_i < FV_i$, все эти меры различны. Рассмотрим пример 2, где в первых трех периодах наблюдалась недооценка, а затем переоценка актива.

Другая предлагаемая мера — доля периодов с переоценкой (*share of periods with overvaluation*).

$$SPWO = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta_i,$$

где

$$\begin{cases} \delta_i = 1, \text{если} \quad \overline{P}_i > FV_i, \\ \delta_i = 0, \text{если} \quad \overline{P}_i \leq FV_i. \end{cases} \tag{20}$$

Данная мера не измеряет непосредственно размер ценового пузыря и не является альтернативой предыдущим мерам. Зато она позволяет быстро ответить на важный вопрос, игнорируемый предыдущими мерами: на протяжении какой части эксперимента наблюдалась переоценка актива?

Таблица 5

Вычисление мер ценового пузыря для примера 2

Мера	Значение	Интерпретация
RD — Relative deviation (относительное отклонение)	0,4	В среднем фактические цены за период превышали фундаментальную стоимость актива на 40 %
RAD — Relative absolute deviation (относительное абсолютное отклонение)	0,69	В среднем фактические цены за период отличались от средней фундаментальной стоимости актива на 69 %
RO — Relative overvaluation (относительная переоценка)	0,55	В среднем переоценка актива за период (т. е. превышение фактических цен относительно фундаментальной стоимости актива) составила 55 %
RU — Relative undervaluation (относительная недооценка)	–0,15	В среднем недооценка актива за период (т. е. принижение фактических цен относительно фундаментальной стоимости актива) составила 15 %

Таблица 6

Вычисление мер ценового пузыря для примера 2

Мера	Значение	Интерпретация
SPWO — share of periods with overvaluation (доля периодов с переоценкой)	0,7	Средние фактические цены превышали фундаментальную стоимость актива на протяжении 70 % экспериментальных периодов

1 — *SPWO* позволяет рассчитать долю периодов без переоценки актива. Поскольку очень маловероятно, что средние фактические цены будут в точности равны фундаментальным значениям, фактически это рассчитывает долю периодов с недооценкой актива. *SPWO* позволяет мгновенно ответить на ряд вопросов про переоценку и недооценку актива — в первую очередь, про их продолжительность. Была ли переоценка актива? Была ли недооценка актива? Как долго длилась переоценка? Как долго длилась недооценка?

Заключение

В данной работе предложены три новые меры: относительная переоценка (*RO*), относительная недооценка (*RU*) и доля периодов с переоценкой (*SPWO*). В отличие от большинства существовавших ранее мер они разделяют переоценку и недооценку актива как противоположные явления. Относительная переоценка (*RO*) позволяет численно оценить масштабы переоценки актива на протяжении всего эксперимента, относительная недооценка (*RU*) делает то же самое с недооценкой, а доля периодов с переоценкой (*SPWO*) позволяет быстро представить продолжительность этих явлений.

Выбор меры — важный этап исследования, способный повлиять на его выводы, а разнообразие существующих мер предоставляет большие возможности для манипуляций, когда путем перебора выбирается та мера, расчеты по которой дают наиболее интересные результаты. Научному экспериментальному сообществу необходимо из всего многообразия существующих мер выбрать лишь несколько, которые лягут в основу следующих исследований. По мнению автора данной работы, *RAD*, *RO*, *RU* и *SPWO* составляют качественный набор, отражающий большинство характеристик ценовых пузырей на экспериментальных финансовых рынках.

Список источников

1. *Гладырев Д. А., Мариев О. С.* Экспериментальный метод в изучении финансовых рынков: типология экспериментов и возможные направления дальнейших исследований // Журнал экономической теории. — 2016. — № 3. — С. 253–256.
2. *Гладырев Д. А.* Экспериментальная мотивация спекулятивного поведения трейдеров на финансовых рынках // Журнал экономической теории. — 2017. — № 1. — С. 158–161.
3. *Ackert L. F., Kluger B. D., Qi L.* Irrationality and beliefs in a laboratory asset market: Is it me or is it you? // Journal of Economic Behavior and Organization. — 2012. — Vol. 84 — No. 1. — P. 278–29.
4. *Dufwenberg M., Lindqvist T., Moore E.* Bubbles and experience: an experiment // American Economic Review. — 2005. — Vol. 95. — No. 5. — P. 1731–1737.
5. *Haruvy E., Noussair C. N.* The effect of short selling on bubbles and crashes in experimental spot asset markets // The Journal of Finance. — 2006. — Vol. 61. — No. 3. — P. 1119–1157.
6. *King R. R.* Private information acquisition in experimental markets prone to bubble and crash // J. Financ. Res. — 1991. — Vol. 14. — No. 3. — P. 197–206.
7. *Michailova J.* Overconfidence and bubbles in experimental asset markets // MPRA Paper. — 2011. — No. 30579.
8. *Palan S.* A Review of Bubbles and Crashes in Experimental Asset Markets // Journal of Economic Surveys. — 2013. — Vol. 27. — P. 570–588.
9. *Porter D. P., Smith V. L.* Futures contracting and dividend uncertainty in experimental asset markets // The Journal of Business. — 1995. — Vol. 68. — No 4. — P. 509–541.
10. *Powell O., Shestakova N.* Experimental asset markets: A survey of recent developments // Journal of Behavioral and Experimental Finance. — 2016. — Vol. 12. — P. 14–22.
11. *Smith V. L., Suchanek G. L., Williams A. W.* Bubbles, crashes, and endogenous expectations in experimental spot asset markets // Econometrica. — 1988. — Vol. 56. — No. 5. — P. 1119–1151.
12. *Stockl T., Huber J., Kirchler M.* Bubble Measures in Experimental Asset Markets' // Experimental Economics. — 2010. — Vol. 13. — P. 284–298.
13. *Van Boening M., Williams A., LaMaster S.* Price Bubbles and Crashes in Experimental Call Markets // Economics Letters. — 1993. — Vol. 41. — P. 179–185.

Информация об авторе

Гладырев Дмитрий Анатольевич — аспирант, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина (Екатеринбург, Российская Федерация; e-mail: unc-dg@mail.ru).

Gladyrev D. A.

Measures of Price Bubbles in Experimental Financial Markets: Separation between Overvaluation and Undervaluation of an Asset

Keywords: *experimental financial markets, price bubbles, experimental economics, modeling, behavioral finances*

This article analyzes the different measures of price bubbles in experimental financial markets. These measures are usually based on the difference between real trade prices and fundamental values. In experimental financial markets, the fundamental value of an asset is usually predetermined by organizers and is known. That is what distinguishes them from the real financial markets and makes it possible to measure price bubbles. Different ways of this measurement have predetermined the different measures of price bubbles. At the same time, researchers often use just one or two measures and do not provide any explanation of their choices. This paper analyses the strengths and weaknesses of the main existing measures. The review leads to the proposal of three new measures: relative overvaluation (RO), relative undervaluation (RU) and share of periods with overvaluation (SPWO). The old measures whether did not consider the direction of a deviation of the real trade prices from fundamental ones or allowed positive and negative deviations to compensate each other. This is not the right decision as these deviations have opposite reasons. New measures separate the price deviation for overvaluation and undervaluation that give more opportunities for further research.