

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ СТАТЬЯ

<https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2022.19-3.7>

УДК 330 (075.8)

JEL B41, C02, D23

Структурно-организационные аспекты теории фирмы в свете динамического и статистического методов¹

Вячеслав А. СЛАВИН ✉

Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Российская Федерация✉ slavin9297@mail.ru

Для цитирования: Славин, В. А. (2022). Структурно-организационные аспекты теории фирмы в свете динамического и статистического методов. *AlterEconomics*, 19(3), 526–546.

<https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2022.19-3.7>

Аннотация. Статья посвящена применению авторского регулярно-динамического и статистического методов решения ряда задач теории фирмы. Основу этих методов составляет понятие микроэкономических состояний как векторов хозяйственных решений, эволюционирующих вдоль фазовых траекторий системы в соответствии с заданной функцией Гамильтона. В случае, если функция Гамильтона содержит достаточно полную информацию об условиях функционирования производственной системы, справедливы результаты динамической (неоклассической) теории, основанные исключительно на исследовании фазовой траектории фирмы. В противном случае, в условиях неполноты информации справедливы результаты статистической теории, базирующейся на представлении об эволюции микросостояний как о спонтанных переходах между малыми участками различных траекторий, распределенных в фазовом пространстве с некоторой плотностью вероятности. Предметом исследования фирмы в рамках статистической (неоинституциональной) теории выступают средние значения динамических характеристик производственных систем. В работе решена вариационная задача на отыскание оптимальной структуры фирмы, обеспечивающей максимум функции Гамильтона при заданных ресурсах системы. На основании решения вариационной задачи подробно описаны динамические характеристики двух типовых структур фирмы — унитарной и холдинговой. Автором найдено выражение для оптимального размера контрольного пакета акций холдинга и описан синергический эффект, возникающий при объединении фирм в единую холдинговую структуру. Сформулирован парадокс динамической теории о возможности бесконечного роста размеров фирмы. В рамках статистического метода рассмотрены механизмы принципал-агентского взаимодействия на связях производственной системы в случаях вполне рационального и оппортунистического поведения агентов. Описаны способы устранения последствий оппортунизма для типовых структур фирмы и решена задача о максимальном размере фирмы. Приведены численные оценки полученных результатов.

Ключевые слова: динамический метод, функция Гамильтона, статистический метод, статистическая собственность, теорема Коуза, оппортунизм агентов, оптимальная структура фирмы, задача о предельном размере фирмы

¹ © Славин В. А. Текст. 2022.

RESEARCH ARTICLE

Structural-Organizational Aspects of the Theory of the Firm from the Perspective of the Probabilistic-Dynamic and Statistical Approaches

Vyacheslav A. SLAVIN ✉

Chuvash State University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russian Federation

✉ slavin9297@mail.ru

For citation: Slavin, V. A. (2022). Structural-Organizational Aspects of the Theory of the Firm from the Perspective of the Probabilistic-Dynamic and Statistical Approaches. *AlterEconomics*, 19(3), 526–546. <https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2022.19-3.7>

Abstract. The study applies the probabilistic-dynamic and statistical methods developed earlier by the author (et al.) to solve problems in the theory of production and economic systems (firms). These methods are underpinned by the concept of microeconomic states as vectors of economic solution evolving along phase trajectories in accordance with the given Hamilton function. If Hamilton function contains sufficient information about the operating conditions of the production system, the results of the dynamic (neoclassical) theory based solely on the study of the phase trajectory of the company are valid. Otherwise, in the conditions of incomplete information, the results of the statistical theory based on the idea of the evolution of microstates as spontaneous transitions between small sections (“pieces”) of various trajectories distributed in phase space with probability density are valid. The subject of the company’s research within the framework of statistical (neoinstitutional) theory is the average values of the dynamic characteristics of the production systems. The paper solves the variation problem of finding the optimal structure of a firm that provides the maximum of the Hamilton function for given system resources. Based on the solution of the variation problem, the dynamic characteristics of the two typical structures — unitary and holding- are described in detail. An expression is found for the indicator of the specific controlled assets of the holding’s subsidiaries and the optimal size of the controlling stake is estimated. The synergistic effect that occurs when companies are united into a single holding structure is explained. The paradox of the dynamic theory about the possibility of infinite growth of the company size is formulated. The statistical method is applied to discuss the mechanisms of principal-agent interaction on production system connections in the cases of agents’ rational and opportunistic behavior. The study describes two ways of eliminating the consequences of opportunism for the typical structures of a company. The estimates of the institutional characteristics of a company are provided.

Keywords: dynamic method, Hamilton function, statistical method, statistical property, Coase theorem, opportunism of agents, optimal structure of the firm, problem of the marginal size of the firm

1. Введение

Под фирмой (производственно-экономической системой, ПЭС) принято понимать хозяйствующий субъект, занимающийся производственной деятельностью в условиях самостоятельного принятия решений о способах формирования организационной структуры, размещения в ней материальных и человеческих ресурсов, осуществления технологических и управленческих операций, реализации готовой продукции и пр. При этом основную цель фирмы — максимизацию прибыли от реализации — следует рассматривать как эффективный отклик на возмущение хозяйственных связей ПЭС, исследованию которого посвящены современные теории фирмы.

В рамках неоклассической теории традиционно используется формализм производственной функции, описывающий отклик ПЭС как функцию валового объема выпускаемой продукции, отвечающего допустимой области пространства ресурсов фирмы (см. Интрилигатор, 2002, гл. 8). При наложении ряда условий на свой-

ства производственной функции удастся сформулировать вариационную задачу на максимум функции прибыли предприятия, сводимую к стандартной задаче нелинейного программирования. Решение этой задачи, представленное векторами оптимальных затрат и выпуска фирмы, в дальнейшем исследуется методами сравнительной статики (Интрилигатор, 2002. С. 220; Коломиец, 2013).

Другой аспект неоклассической теории фирмы представлен регулярно-динамическим методом, развитым ранее автором (с соавт.) в цикле работ (см. Кукушкин (Славин), 2011; Кукушкин (Славин), Медведева, 2011). В основе метода лежит понятие функции Гамильтона (динамической собственности), определенной в фазовом пространстве ресурсов ПЭС и характеризующей способность предприятия к принятию оптимального решения по преобразованию ресурсов в готовый продукт. Критерием оптимальности выступает принцип максимума динамической собственности (аналогичный принципу Гамильтона — Понтрягина), позволяющий записать систему уравнений движения вектора решения по фазовой траектории и сформулировать задачу о нахождении оптимальной цеховой структуры ПЭС. Дальнейшее исследование фирмы в рамках регулярно-динамического метода посвящено расчету основных показателей оптимального ценообразования (издержек предложения, прибыли, цены и др.) и зависимости их от величины объема предложения, как в отсутствии налогового бремени (Кукушкин (Славин), Медведева, 2011), так и в условиях прямого налогообложения (Славин, 2015) фирмы.

Следует отметить, что методы неоклассической теории позволяют описать поведение фирмы, обусловленное лишь технологическим взаимодействием материальных ресурсов. Другой аспект деятельности ПЭС, представленный процессами управления персоналом фирмы, является предметом исследования неинституциональной экономической теории, которая в настоящее время развивается в рамках важнейших направлений микроэкономики: теории прав собственности и теории контрактов (Коуз, 1993); теории транзакционных издержек и теории экономической организации (Демсец, 2011; Норт, 1997).

В работе автора (см. Славин, 2021) предложен статистический метод описания неинституциональной микроэкономики, основанный на введении плотности распределения динамических состояний системы в фазовом пространстве. Доказана центральная теорема неинституционализма — теорема Коуза (Коуз, 1937), определяющая критерий эффективности (рациональности) процессов управления как условие максимума институциональной собственности (среднего значения функции Гамильтона), сохраняющейся в ходе принципал-агентского взаимодействия (обмена правами собственности) на каждой связи фирмы. Нарушение этого условия (в частности, при оппортунистическом поведении агентов) вызывает диссипацию собственности вследствие появления транзакционных издержек, снижение которых, в частности, может быть обеспечено усилением властных отношений между индивидуумами, устанавливаемых контрактом.

В последние годы разрабатываются эффективные методы неоклассического и институционального анализа фирмы, среди которых отметим аппарат системно-ориентированного моделирования (Клейнер, 2013), модели теории игр (Кнобель, 2010; Сухарев, 2021), итерационные методы (Данилин, 2019, Орел, 2016), фрактальные модели (Краснов, 2014), эконометрические методы (Irimiás A, Mitev A., 2020; Светуных, 2012) и другие приемы (Шарафутдинова, Власов, 2019; Козырь, 2015).

Заметим, что для большинства этих методов характерен формализованный подход, нацеленный на изучение конкретных экономических ситуаций без выявления их сущности и методологической связи с другими явлениями, что не позволяет в полной мере решать гносеологические задачи теории.

Настоящая работа посвящена развитию идеи регулярно-динамического и статистического методов исследования производственно-экономической системы (фирмы, ПЭС), предложенных в работах Кукушкина (Славина), 2011 и Славина, 2021, соответственно. Исходным понятием этих методов является понятие степеней свободы ПЭС — так называемых бинарных групп $\mu = (i, k)$, состояние которых описывается обобщенными фазовыми переменными (вектором решения \vec{s}), эволюционирующими вдоль фазовой траектории

$$\vec{s}(t) = \{ \bar{s}_\mu(t) \} = \{ B_\mu(t), X_\mu(t) \}, \tag{1}$$

где

$$B_\mu = \gamma_{\mu i} b_i + \gamma_{\mu k} b_k \equiv \sum_{l=1}^2 \gamma_{\mu l} b_l; \tag{2}$$

$$X_\mu x_i + \gamma_{\mu k} x_k \equiv \sum_{l=1}^2 \gamma_{\mu l} x_l. \tag{3}$$

Коэффициенты $\gamma_{\mu l}$ линейных форм (2) и (3), образующие структурную матрицу ПЭС, характеризуют возмущение, испытываемое элементами (b_p, x_i) группы μ , в ходе бинарной операции удовлетворяют соотношению:

$$\sum_{l=i,k} \gamma_{\mu l}^2 = \gamma_{\mu i}^2 + \gamma_{\mu k}^2 = 1. \tag{4}$$

Эволюция бинарных групп вдоль фазовых траекторий описывается функцией Гамильтона (функцией динамической собственности):

$$P(\vec{s}; t) = \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{\beta_\mu B_\mu^2}{2} + \frac{\omega_\mu^2 X_\mu^2}{2\beta_\mu} \right) \equiv \sum_{\mu=1}^N P_\mu(B_\mu, X_\mu), \tag{5}$$

характеризующей способность ПЭС к выбору и реализации оптимального хозяйственного решения (1); здесь $\beta_\mu = \sum_l \beta_l \gamma_{\mu l} b_l / \sum_l \gamma_{\mu l} b_l$ — параметр качества продукции бинарной группы $\mu = (i, k)$, равный усредненному (по бинарному взаимодействию) значению параметров качества β_l элементов $l = i, k$; $\omega_\mu = \frac{2\pi}{\tau_\mu}$ циклическая частота бинарной операции; τ_μ — период цикла; N — число бинарных групп.

Поскольку функция Гамильтона не может содержать полной информации о взаимодействии ресурсов в ходе производственного процесса, то реальная эволюция динамических состояний фирмы происходит по малым участкам фазовых траекторий (1), распределение которых описывается плотностью статистической вероятности $\rho_N(\vec{s}, t)$, удовлетворяющей соотношениям, получаемым из формул (6), (7) работы Славина, 2021 при выполнении формальной замены $\sigma \rightarrow \mu$.

В частности, в равновесном состоянии, которое в дальнейшем станет объектом данного исследования, функция распределения $\rho_i(P_i, N_i)$ и статистическая собственность \bar{P}_i однородной подсистемы i с числом связей N_i могут быть записаны как

$$\rho_i(P_i, N_i) = \alpha_i \prod_{\mu=1}^{N_i} \exp\left(-\frac{P_\mu + \chi_i}{T}\right) \equiv \prod_{\mu=1}^{N_i} \rho_\mu(P_\mu)$$

и

$$\bar{P}_i = \int P_i(\bar{s}_i) \rho_i(P_i, N_i) d\bar{s}_i / \int \rho_i(P_i, N_i) d\bar{s}_i \equiv \sum_{\mu=1}^{N_i} \bar{P}_\mu, \quad (6)$$

причем справедливо основное институциональное соотношение:

$$d\bar{P}_i = T dS_i - \zeta_i dU_i - \chi_i dN_i, \quad (7)$$

где T , ζ_i и χ_i — соответственно, солюционная, инвестиционная и коннекционная восприимчивости; U_i — величина денежного капитала и

$$S_i = \ln\left[(2\pi\lambda)^{-1} \int \bar{s}_i\right] = -\ln \rho_i(P_i, N_i) \equiv \sum_{\mu=1}^{N_i} S_\mu - \text{энтропия подсистемы}; \quad (8)$$

α_i, λ — нормировочный и рыночный параметры.

Далее во втором разделе статьи будут найдены оптимальные выражения для элементов структурной матрицы, частот бинарных процессов и величин собственности (5) двух типовых структур фирмы — унитарной и холдинговой. Рассчитан оптимальный размер контрольного пакета акций холдинга, описан синергический эффект в структуре ПЭС и решен парадокс динамической теории о бесконечном росте размеров фирмы. В третьем разделе статьи в рамках статистического метода предполагается рассмотреть механизмы принципал-агентского взаимодействия на связях ПЭС для случаев вполне рационального и оппортунистического поведения агентов. Затем, в четвертом разделе, на основании соотношений (6) и (8) будет выполнен расчет институциональных факторов однородной подсистемы фирмы и приведены численные оценки этих факторов для конкретной бинарной операции. Проведено обсуждение полученных результатов.

2. Структура фирмы

Следует различать два типа связей (бинарных групп) фирмы: технологические и управленческие. Технологические связи формируются в процессе взаимодействия средств производства в бинарных операциях, протекающих на каждом рабочем месте предприятия. Функционирование таких связей подчиняется полностью описанным (технологическим) условиям, поэтому может быть изучено методами регулярно-динамической теории. Как уже отмечалось, в рамках этих методов ранее (Кукушкин, 2011) была решена вариационная задача на максимум динамической собственности (5), позволяющая определить (при заданных ресурсах) оптимальные значения амплитуд возмущения $\gamma_{\mu\nu}$, частоты бинарных циклов ω_μ и описать цеховую структуру предприятия.

Для расчета структуры управленческих связей будем полагать, что обуславливающее ее взаимодействие принципалов и агентов строго соответствует нормам поведения индивидов и, поэтому, как в случае технологических связей, может быть описано структурной матрицей $\gamma_{\mu\nu}$ динамической теории. Поэтому, следуя работе Кукушкина (Славина) (2011, формула (29)), представим гамильтонианом (5) в виде:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{N_i} \left(\frac{\omega_\mu^2}{\beta_\mu} X_\mu^2 + \beta_\mu B_\mu^2 \right) = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{N_i} \omega_\mu B_{\mu 0} X_{\mu 0}. \quad (9)$$

Здесь $\omega_\mu = \frac{2\pi}{\tau_\mu}$; τ_μ – период бинарного цикла как интервал времени между моментом принятия решения принципалом и моментом реализации этого решения агентом.

Выражая амплитуды обобщенных фазовых переменных $B_{\mu 0}$, $X_{\mu 0}$ через амплитуды векторов $\vec{b}_0 = (b_{i0})$ и $\vec{x}_0 = (x_{i0})$ с помощью формул (2) и (3) преобразуем выражение (9) к виду:

$$P(\vec{b}_0, \vec{x}_0; \hat{\gamma}) = \frac{1}{2} \sum_{\mu} \omega_{\mu}(\hat{\gamma}) \left\{ b_{k0} x_{k0} + \gamma_{\mu}^2 \xi_{\mu 0} + \sqrt{1 - \gamma_{\mu}^2} \gamma_{\mu} \zeta_{\mu 0} \right\}, \tag{10}$$

где $\omega_{\mu}(\hat{\gamma})$ – частоты бинарных процессов, являющиеся медленными (по сравнению с амплитудами $B_{\mu 0}$, $X_{\mu 0}$) функциями элементов матрицы $\hat{\gamma}$;

$$\xi_{\mu 0} = b_{i0} x_{i0} - b_{k0} x_{k0}; \zeta_{\mu 0} = b_{i0} x_{k0} + b_{k0} x_{i0}. \tag{11}$$

В качестве переменных b_{i0} и x_{i0} ($i = i, k$) выступают нормативные характеристики индивидов как специалистов фирмы, например, число положений в должностной инструкции – b_{i0} и размер заработной платы работника – x_{i0} . В условиях акционерного предприятия такими характеристиками являются число и стоимость акций ПЭС, соответственно.

Вводя величину действия $L_l = b_{i0} x_{i0}$ микросубъекта l , перепишем выражение (11) в виде:

$$\xi_{\mu 0} = L_i - L_k; \zeta_{\mu 0} = \frac{x_{k0}}{x_{i0}} L_i + \frac{x_{i0}}{x_{k0}} L_k = \frac{b_{k0}}{b_{i0}} L_i + \frac{b_{i0}}{b_{k0}} L_k. \tag{12}$$

Из последнего равенства (12) вытекают важные соотношения между фазовыми координатами индивидов i и k на связи μ :

$$\frac{b_{k0}}{b_{i0}} = \frac{x_{k0}}{x_{i0}} = \sqrt{\frac{L_k}{L_i}} \equiv \varphi_{\mu} > 0, \tag{13}$$

выражающие равенство их относительных значений φ_{μ} .

Решим вариационную задачу на отыскание оптимальных значений элементов структурной матрицы $\hat{\gamma}$, обеспечивающих максимум динамической собственности (10) при заданных величинах действия L_l . Для этого найдем вариацию функционала (10) по амплитуде возмущения $\gamma_{\mu i}$ при неизменных векторах \vec{b}_0 , \vec{x}_0 и пренебрежем вариацией собственных частот $\delta\omega_{\mu}(\hat{\gamma})$. В результате будем иметь:

$$\delta P = \sum_{\mu} \omega_{\mu} \left\{ \gamma_{\mu i} \sqrt{1 - \gamma_{\mu i}^2} \xi_{\mu 0} - \gamma_{\mu i}^2 \zeta_{\mu 0} + \frac{1}{2} \zeta_{\mu 0} \right\} \frac{\delta \gamma_{\mu i}}{\sqrt{1 - \gamma_{\mu i}^2}} = 0. \tag{14}$$

В силу произвольности вариаций $\delta\gamma_{\mu i}$ из (14) вытекает, что

$$\gamma_{\mu i} \sqrt{1 - \gamma_{\mu i}^2} \xi_{\mu 0} = \zeta_{\mu 0} \left(\gamma_{\mu i}^2 - \frac{1}{2} \right). \tag{15}$$

Решая получаемое отсюда биквадратное уравнение, находим

$$\gamma_{\mu i}^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\xi_{\mu 0}}{\sqrt{\xi_{\mu 0}^2 + \zeta_{\mu 0}^2}}; \gamma_{\mu k}^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\xi_{\mu 0}}{\sqrt{\xi_{\mu 0}^2 + \zeta_{\mu 0}^2}}. \tag{16}$$

С помощью формул (12), (13) и (16) решение оптимизационной задачи можно представить в виде, зависящем лишь от величин действия микросубъектов на каждой связи фирмы (см. рис. 1):

$$\gamma_{\mu i} = \frac{\varphi_{\mu}}{\sqrt{1+\varphi_{\mu}^2}}; \gamma_{\mu k} = \frac{1}{\sqrt{1+\varphi_{\mu}^2}}; \tag{17}$$

$$P = 2 \sum_{\mu} \left(\omega_{\mu} L_i \frac{\varphi_{\mu}^2}{1+\varphi_{\mu}^2} \right) = \sum_{\mu} P_{\mu}. \tag{18}$$

Согласно (13) и (17), индивид i , величина действия которого удовлетворяет неравенству $L_i > L_k$, испытывает в ходе бинарной операции μ малое возмущение со стороны индивида k (с амплитудой $\gamma_{\mu i} < \gamma_{\mu k}$) и именуется принципалом. Задачей принципала является принятие хозяйственного решения и контроль над его исполнением агентом k , который, в силу этого, испытывает большее возмущение, характеризуемое амплитудой $\gamma_{\mu k}$.

Мы видим, что величину действия индивидов L_i можно рассматривать как меру эффективности структурной организации фирмы и ее устойчивого функционирования, выраженную в единицах денежных средств. При этом динамическая собственность P_{μ} характеризует скорость оборота денежных средств за период бинарного цикла μ .

Ниже приведен расчет динамических характеристик модельной производственной системы (см. рис. 2) со структурной матрицей вида

$$\hat{Y} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{21} & 0 & \gamma_{23} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{32} & 0 & \gamma_{34} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{43} & 0 & \gamma_{45} \end{pmatrix}. \tag{19}$$

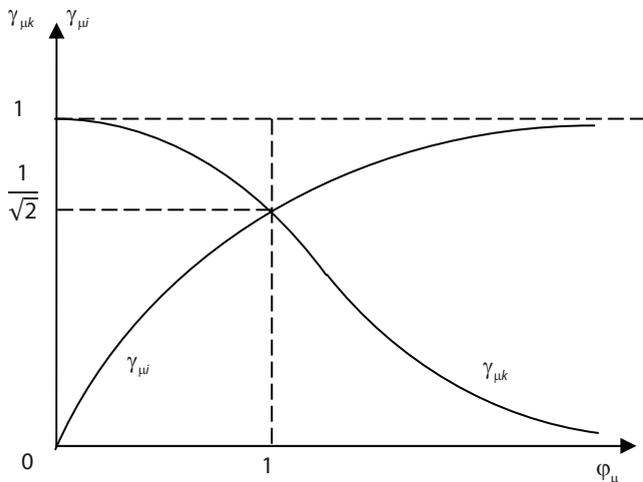


Рис. 1. Зависимость элементов структурной матрицы $\gamma_{\mu i}$ и $\gamma_{\mu k}$ (17) от относительной величины действия микросубъектов φ_{μ} (13)

Fig. 1. Dependence of $\gamma_{\mu i}$ and $\gamma_{\mu k}$ elements of parastrophic matrix on the relative value of φ_{μ} micro-entities' action

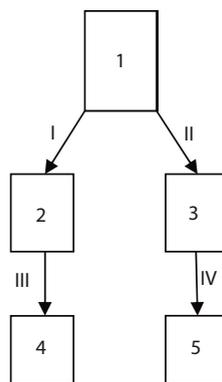


Рис. 2. Модельная производственная система со структурной матрицей (19)

Fig. 2. Model production system with a parastrophic matrix

Умножая эту матрицу на транспонированную $\hat{\gamma}^T$, получаем так называемую управленческую матрицу $\hat{\Gamma}$ (ср. с технологической матрицей (Кукушкин (Славин), 2011, формула (11)):

$$\hat{\Gamma} = \hat{\gamma}\hat{\gamma}^T = \begin{pmatrix} 1 & \gamma_{11}\gamma_{21} & \gamma_{12}\gamma_{32} & 0 \\ \gamma_{11}\gamma_{21} & 1 & 0 & \gamma_{23}\gamma_{43} \\ \gamma_{12}\gamma_{32} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \gamma_{23}\gamma_{43} & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Собственные значения Γ_μ матрицы (20) определяют частоты бинарных операций $\omega_\mu : \omega_\mu^2 = \omega_0^2 \Gamma_\mu$ где ω_0 – некоторая частота, выражаемая через характерные параметры производственной системы; в практических расчетах эту частоту удобно рассматривать как эмпирическую постоянную. Величины Γ_μ являются решениями характеристического уравнения управленческой матрицы $|\hat{\Gamma} - \Gamma \hat{E}| = 0$,

$$(1 - \Gamma)^4 - a(1 - \Gamma)^2 + b = 0 \tag{21}$$

и имеют вид

$$\{\Gamma_\mu\} = 1 \mp \left[\frac{a}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} \right) \right]^{1/2}. \tag{22}$$

Здесь коэффициент $a = (\gamma_{11}\gamma_{21})^2 + (\gamma_{12}\gamma_{32})^2 + (\gamma_{23}\gamma_{43})^2$, вносящий основной вклад в спектр частот (22), описывает суммарное возмущение подсистем 1, 2 и 3, испытываемых в ходе бинарных операций. При этом коэффициент $b = (\gamma_{12}\gamma_{32})^2(\gamma_{23}\gamma_{43})^2$ представляет собой меру совместного возмущения подсистем 2 и 3.

Анализ формулы (22) проведем для двух наиболее важных случаев:

$$\varphi_1 \approx \varphi_2 \ll 1; \varphi_3 \approx \varphi_4 \ll 1; \tag{23}$$

$$\varphi_1 \approx \varphi_2 \lesssim 1; \varphi_3 \approx \varphi_4 \ll 1. \tag{24}$$

В первом случае, с точностью до членов второго порядка малости по параметрам φ_μ^2 (включительно), имеем $a = \varphi_3^2 + \varphi_4^2 + \varphi_1^2\varphi_2^2$, $b = \varphi_3^2\varphi_4^2$ и

$$\{\Gamma_\mu\} \approx 1 \mp \left[\frac{\varphi_3^2 + \varphi_4^2 + \varphi_1^2\varphi_2^2}{2} \left(1 \pm \frac{\sqrt{2}\varphi_1\varphi_2}{\sqrt{\varphi_3^2 + \varphi_4^2}} \right) \right]^{1/2}. \tag{25}$$

Естественно считать, что знак «+» перед квадратной скобкой в (25) отвечает собственным значениям Γ_1 и Γ_2 на связях I и II (отличающихся знаками в круглых скобках (25)), поскольку они описывают процессы управления фирмой принципалом 1, реализующиеся с наибольшими частотами. В то же время взаимодействия на связях III и IV, обуславливающие относительно медленные технологические операции в цехах ПЭС, характеризуются наименьшими значениями Γ_3 и Γ_4 и соответствуют знаку «-» перед скобкой. В итоге хозяйственные процессы на связях μ рассматриваемой производственной системы описываются следующей убывающей последовательностью квадратов собственных частот: $\omega_\mu^2 = \omega_0^2 \{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4\}$.

Принимая (из опыта), что характерное время протекания технологических процессов на связи IV равно τ , для частоты ω_0 находим $\omega_0 = 2\pi / (\sqrt{\Gamma_4} \tau)$.

Заметим, что выражение (25) имеет смысл, если второе слагаемое в круглых скобках меньше единицы, то есть возмущение подсистемы 1 на связях I и II оказывается меньше полного возмущения, испытываемого подсистемами 2 и 3. Это условие отвечает указанному выше экономическому смыслу принципала 1, как лица, принимающего решение и адресующего его агентам 2 и 3, испытывая со стороны последних малое возмущение. Вместе с этим он испытывает большую ответственность (перед всей системой) за эффективность принятия и реализацию хозяйственных решений, о чем свидетельствует выражение для динамической собственности ПЭС, получающееся подстановкой частот $\omega_\mu(\Gamma_\mu)$ в формулу (18):

$$P = 2\omega_0 L_1 \left[\varphi_1^2 \left(\sqrt{\Gamma_1} + \sqrt{\Gamma_3} \varphi_3^2 \right) + \varphi_2^2 \left(\sqrt{\Gamma_2} + \sqrt{\Gamma_4} \varphi_4^2 \right) \right] \quad (26)$$

и представляющее собой произведение величины действия главного принципала на частоту хозяйственных процессов в системе, усредненную по амплитудам возмущения подсистем.

Таким образом, при условиях (23) рассмотренная структура хозяйственных связей (рис. 2) характеризуется нисходящей направленностью властных отношений, представленными взаимодействием абсолютного принципала (в лице директора фирмы) и абсолютных агентов (рабочих) посредством передачи собственности по системе связей между относительными принципалами и агентами. Основной вклад (линейный по параметрам φ_1^2 и φ_2^2) в динамическую собственность (меру эффективности) такой структуры, получившей название унитарной, вносит величина действия абсолютного принципала L_1 , при этом действия остальных микросубъектов учитываются в квадратичном приближении по параметрам $\varphi_\mu^2 \ll 1$.

Обратимся к рассмотрению второго предельного случая (24), для чего предположим, что подсистемы 2 и 3 функционируют независимо друг от друга (справедливость чего станет понятной при дальнейшем изложении). Пренебрегая в этом случае коэффициентом b в (22) и представляя переменные (13) виде $\varphi_1 = 1 - \varepsilon_1$; $\varphi_2 = 1 - \varepsilon_2$, решение уравнения (21) (в линейном приближении по параметрам $\varphi_3^2 \approx \varphi_4^2 \ll 1$) запишем в виде невозрастающей последовательности квадратов собственных частот ω_μ^2 :

$$\omega_1^2 = \left[1 + \frac{1}{2} \sqrt{(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)} (1 + \varphi_3^2 + \varphi_4^2) \right] \omega_0^2 = \omega_2^2; \omega_3^2 = \omega_0^2 = \omega_4^2, \quad (27)$$

где характерную частоту ω_0 удобно выразить через наблюдаемую в опыте продолжительность технологического цикла τ_3 на связях III и IV: $\omega_0 = 2\pi / \tau_3$.

Как и в предыдущем случае, мы полагаем, что наибольшие собственные значения управленческой матрицы отвечают взаимодействию главного принципала с агентами на связях I и II, тогда как меньшие значения характеризуют относительно медленные процессы на связях III и IV. В этом случае (в принятом ранее приближении) динамическая собственность производственной системы определяется формулой:

$$P = L_1 \left\{ \omega_1 (2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) + 2\omega_3 \left[(1 - \varepsilon_1)^2 \varphi_3^2 + (1 - \varepsilon_2)^2 \varphi_4^2 \right] \right\} \equiv 2P_1 + 2P_3, \quad (28)$$

которая представляет собой произведение величины действия L_1 на среднюю частоту хозяйственных процессов в системе. Основной вклад в (28), описываемый слагаемым $2P_1 = P_1 + P_2$, вносят возмущения подсистем на управленческих связях I и II, причем величина этого вклада имеет нулевой порядок (~ 1) по малым параметрам задачи (в отличие от унитарного предприятия, динамическая собственность которого (26) линейна по малым параметрам).

С экономической точки зрения это обстоятельство объясняется более эффективным (по сравнению с унитарным предприятием) процессом управления данной системой (с частотой ω_1), заключающимся в общем контроле над деятельностью предприятия (главным образом, над его финансовыми результатами) со стороны главного принципала 1. В то же время технологические процессы на связях III и IV управляются решениями, принимаемыми подсистемами 2 и 3 с частотой $\omega_3 < \omega_1$. Эффективность этих решений описывается слагаемым $2P_3 = P_3 + P_4$ в (28).

Рассматриваемая система представляет собой модель холдинговых компаний, для которых подсистема 1 именуется материнской, или управляющей, а подсистемы 2 и 3 — дочерними организациями. Мерой участия каждой подсистемы l ($l = 1, 2, 3$) в деятельности холдинга являются находящиеся в их распоряжении государственные ценные бумаги (акции), денежное выражение которых определяется величинами действия L_l .

Эффективность выполнения контрольных функций головной подсистемой 1 в условиях холдинга характеризуется долей пакета акций δ дочерних подсистем 2 и 3, находящихся во владении управляющей компании — так называемым показателем удельных контролируемых активов дочерних предприятий. Величину δ можно определить как превышение динамической собственности управляющих связей $2P_1$ над собственностью технологических связей $2P_3$, отнесенное к величине P (см. (28)):

$$\delta = \frac{P_1 - P_3}{P_1 + P_3}. \quad (29)$$

Полагая, для простоты, что параметры возмущения $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \equiv \varepsilon$ и $\varphi_3^2 = \varphi_4^2 \equiv \varphi^2$, получаем:

$$\delta = \frac{\omega_1 - 2\omega_3(1 - \varepsilon)\varphi^2}{\omega_1 + 2\omega_3(1 - \varepsilon)\varphi^2}, \quad (30)$$

в частности, для характерных значений $\varepsilon = 0,3$ и $\varphi^2 = 0,3$ имеем $\omega_1 = 1,25\omega_0$, $\omega_3 = \omega_0$ и

$$\delta \approx 0,5, \quad (31)$$

что соответствует размеру контрольного пакета акций управляющей компании.

Важно отметить, что выражение (30) получено на основании решения вариационной задачи (14). Поэтому определяемый этим выражением размер контрольного пакета (31) является оптимальным, отвечающим максимальному значению динамической собственности (при заданных величинах действий микросубъектов L_l).

Можно показать, что включение в структуру ПЭС $(n + 1)$ -ной дочерней организации приводит к повышению эффективности холдинга (увеличению собственности (28)) в $(1 + 1/n)\omega_\mu^{(n+1)} / \omega_\mu^{(n)}$ раз; где n и $\omega_\mu^{(n)}$ число управленческих связей и соответствующие им частоты, причем $\omega_\mu^{(n+1)} / \omega_\mu^{(n)} > 1$. В то же время формирование

дополнительной вертикальной связи главного офиса унитарного предприятия повышает его эффективность лишь в $(1 + 1/n)$ раз.

Полученные результаты позволяют объяснить так называемый синергический эффект, состоящий в возрастании эффективности хозяйственной деятельности ПЭС, полученной в результате слияния двух или нескольких фирм, по сравнению с суммарной эффективностью этих фирм. Действительно, при таком объединении (типа холдинга) формируется единая система управления дочерними предприятиями, динамическая собственность которой, как показано в данной работе, на порядок (в $\frac{1-\varepsilon}{\varphi^2} \gg 1$ раз) превышает собственность отдельных (унитарных) предприятий. Об особенностях процессов управления на совместных предприятиях см. обзорную статью (Gattai, Natale, 2015).

Подчеркнем, что рассмотренные выше управленческие связи в фирме подчиняются полностью описанным условиям взаимодействия (или, говоря экономически, нормам и правилам поведения) индивидов, поэтому являются предметом изучения динамической (неоклассической) теории. В частности, законы этой теории, в принципе, допускают формирование фирм с бесконечно большим числом связей, что является экономически несостоятельным и поэтому свидетельствует об ограниченной области применения базовых положений неоклассики.

Упомянутый парадокс о бесконечном росте размеров фирмы обусловлен невозможностью описания экономической природы принципал-агентского взаимодействия в рамках динамической теории. Решение этого парадокса требует привлечения методов статистической (неоинституциональной) теории (Славин, 2021), применению которых при изучении деятельности фирмы посвящен следующий параграф.

3. Принципал-агентское взаимодействие

Понятие степени свободы (бинарной связи) микросистемы как базового положения динамической теории в рамках статистического метода неоинституциональной теории естественно обобщается в понятие контракта — юридически узаконенного соглашения о правилах и нормах поведения индивидов при их взаимодействии на сформированных связях. В этом случае формальные представления о принципалах и агентах как о микросубъектах, характеризующихся лишь величинами действия L_i , приобретают смысл владельцев статистической собственности $\{\bar{P}_\mu\}$, которые выступают переносчиками институционального взаимодействия в процессах принятия и реализации хозяйственных решений в соответствии с основным институциональным соотношением (7).

Рассмотрим решение задачи о принципал-агентском взаимодействии на связях μ_i (в дальнейшем просто, μ) однородной подсистемы i фирмы; такую задачу называют также проблемой оптимального контракта. Запишем основное институциональное соотношение в виде (Славин, 2021, формула (25)):

$$\Delta \bar{P}_\mu = T \Delta S_\mu - \zeta_\mu \Delta U_\mu, \quad (32)$$

выражающем усредненную способность связи к выбору рационального решения (первое слагаемое: $T \Delta S_\mu$) и его реализации (второе слагаемое: $-\zeta_\mu \Delta U_\mu$). Коэффициенты T и ζ_μ ($=\zeta_i \forall \mu$) характеризуют восприимчивости однородной под-

системы i к изменению энтропии S_μ и величины вкладываемых денежных средств U_μ , соответственно.

Согласно работе Славина (2021), приращение полной собственности $\Delta\bar{P}_\mu$, как и ее энтропийной $T\Delta S_\mu$ и денежной $\zeta_\mu\Delta U_\mu$ составляющих, распадается на два слагаемых: $\Delta\bar{P}_\mu = \Delta\bar{P}_\mu^{(p,a)} + \Delta\bar{P}_\mu^{(a,p)}$ и

$$\begin{aligned} 1) T\Delta S_\mu &= T\left(\Delta S_\mu^{(p,a)} + \Delta S_\mu^{(a,p)}\right); \\ 2) \zeta_\mu\Delta U_\mu &= \zeta_\mu\left(\Delta U_\mu^{(p,a)} + \Delta U_\mu^{(a,p)}\right), \end{aligned} \quad (33)$$

отвечающих передаче от принципала агенту $((p, a))$ и приему агентом $((a, p))$: 1) информации о постановке хозяйственных задач и 2) денежных средств для последующего решения этих задач. В том случае, если передача собственности происходит без потерь энтропии и средств денежного капитала, т. е. при $\Delta S_\mu = 0$, $\Delta U_\mu = 0$, $\Delta\bar{P}_\mu = 0$, говорят о рациональной реализации принятого решения на связи μ (теорема Коуза), характеризующейся максимальной работой хозяйственных процессов (при заданных фазовых переменных системы).

В противном случае на связи μ возникают потери полной собственности ($\Delta\bar{P}_\mu < 0$), вызванные нерациональным (оппортунистическим) поведением агента. Удобно выделить два вида такого поведения, отвечающих потерям каждой из составляющих собственности (33). Так, потери солюционной составляющей $T\Delta S_\mu$ могут быть обусловлены пониженной ответственностью агента за качество реализации решения, поставленного принципалом, при которой

$$T\Delta S_\mu = T\left(\Delta S_\mu^{(p,a)} + \Delta S_\mu^{(a,p)} - \Delta S_\mu^{(a)}\right) < 0, \quad (34)$$

где $\Delta S_\mu^{(a)}$ — величина энтропии, характеризующая количество информации, «скрытое» агентом. Говорят, что в этом случае имеет место «охлаждение» связи μ , распространение которого на цеховые процессы приведет к снижению объема производства и предложения товара, на что рынок отреагирует поступлением в фирму денежной составляющей собственности, не отвечающей контрольным значениям балансовой отчетности.

К таким же последствиям приведет и изъятие агентом (ради своей наживы) доли денежного капитала $\Delta U_\mu^{(a)} = \Delta U_\mu^{(a,p)} - \Delta U_\mu^{(a,p)}$. Действительно, реализуя в технологическом процессе капитальные средства $\Delta U_\mu^{(a,p)} < 0$, агент создает товарный продукт с воплощенной в нем «урезанной» долей собственности $-\zeta_\mu\Delta U_\mu^{(a,p)} < -\zeta_\mu\Delta U_\mu^{(a,p)}$, также приводящей к снижению объема предложения товара на рынке.

Поскольку оппортунистическое поведение агентов имеет, главным образом, ментальный характер, профилактические меры, принимаемые в связи с этим главным принципалом, направлены на стимулирование заинтересованности агента в качественной и эффективной работе, а также формировании системы наказания при обнаружении признаков оппортунизма. Реализация профилактических мер приводит к непроизводительным издержкам фирмы, которые характеризуются величиной транзакционных издержек (см. (37) работы Славина, 2021):

$$\Delta U_\mu^{(tc)} = T\Delta S_\mu^{(tc)} / \zeta_\mu, \quad (35)$$

где величины $\Delta S_\mu^{(tc)}$ определяют то количество информации, которое содержится в ментальных планах агента по реализации его оппортунистического поведения.

Рассмотренное выше решение проблемы принципал-агентских отношений характерно, главным образом, для унитарной структуры фирмы. Для хозяйственных связей типа холдинга актуальным является другое решение этой проблемы, получившей название соревнования агентов и состоящей в следующем. Допустим, что на связи I модельного холдинга (см. рис. 2) произошло спонтанное повышение солюционной восприимчивости $T_I (> T_{II})$ (или величины статистической собственности \bar{P}_I) за счет роста величины действия L_2 агента 2. В результате (Славин, 2021), система перейдет в неравновесное состояние, и после снятия возмущения в ней будут происходить релаксационные процессы, характеризующиеся ростом энтропии всей системы S до максимального значения, соответствующего новой величине собственности. Пренебрегая слабым возмущением управленческих связей I и II со стороны технологических связей III и IV (пропорциональным параметрам $\varphi_3^2 \ll 1$ и $\varphi_4^2 \ll 1$), запишем закон возрастания энтропии в виде:

$$\frac{dS}{dt} = \left(\frac{\partial S_I}{\partial \bar{P}_I} \right)_{U_I} \frac{d\bar{P}_I}{dt} + \left(\frac{\partial S_{II}}{\partial \bar{P}_{II}} \right)_{U_{II}} \frac{d\bar{P}_{II}}{dt} > 0, \quad (36)$$

или, с учетом квазизамкнутости подсистемы управления $\left(\frac{dP_I}{dt} + \frac{dP_{II}}{dt} = 0 \right)$,

$$\left(\frac{1}{T_{II}} - \frac{1}{T_I} \right) \frac{d\bar{P}_{II}}{dt} > 0. \quad (37)$$

Согласно (37), при $T_I > T_{II}$ собственность второй связи возрастает $\left(\frac{d\bar{P}_{II}}{dt} > 0 \right)$,

что (при данных допущениях) может быть обусловлено только ростом величины действия L_3 агента 3.

Таким образом, при повышении активности одной из дочерних компаний холдинга (в отсутствие внешних информационных и денежных потоков) в системе возникают релаксационные процессы, результатом которых является рост величины собственности другой «дочки» за счет мобилизации внутренних резервов (активов) этого агента (так называемый эффект соревнования агентов). В противном случае мы (в согласии с п. 5) пришли бы к выводу о снижении величины пакета акций второй «дочки» с последующим ослаблением контролирующих над ней функций и прогрессирующим падением эффективности ее деятельности. Отметим, что описанный эффект соревнования агентов возникает и в случае, если в начальный момент времени спонтанно понизилась восприимчивость T_{II} управленческой связи II (рис. 2).

В заключение параграфа рассмотрим задачу об эффективном размере (числе связей) фирмы. Допустим, что в однородной подсистеме i ПЭС сформировались ΔN_i новых связей, приведших к неравновесному состоянию и (в соответствии с (7)) понижению статистической собственности на величину $\chi_i \Delta N_i$. По истечении времени релаксации в подсистеме возникнут квазиравновесные процессы принятия и реализации решений, отвечающих новому значению собственности. Если эти процессы происходят в условиях полной рациональности (в условиях теоремы Коуза), то в конце производственных циклов собственность P_i возрастет на величину $-\zeta_i \Delta U_i^{(c)}$, воплощенную в готовом продукте; при этом часть этой собствен-

ности $-\zeta_i \Delta U_i^{(pr)}$, обусловленная долей $\Delta U_i^{(pr)}$ прибыли $\Delta U_i^{(pr)}$ от реализации продукта, компенсирует начальное понижение собственности:

$$\zeta_i \Delta U_i^{(pr)} (N_i) = \chi_i \Delta N_i. \tag{38}$$

Если условия теоремы Коуза нарушаются (в частности, за счет оппортунистического поведения агентов), то, вследствие появления транзакционных издержек $\Delta U_i^{(ta)} (N_i)$, компенсирующая доля собственности $-\zeta_i \Delta U_i^{(pr)}$ будет возрастать (по мере увеличения ΔN_i) до максимального значения $-\zeta_i \Delta U_i^{(pr)}$, и дальнейшая эволюция будет сопровождаться диссипацией полной собственности подсистемы, приводящей к прекращению ее деятельности.

Таким образом, увеличение размеров фирмы может происходить до тех пор, пока величина транзакционных издержек $\Delta U_i^{(ta)}$ не превысит компенсирующую величину полной прибыли $\Delta U_i^{(pr)}$ (ср. Coase, 1937):

$$\Delta U_i^{(ta)} (N_i) \leq \Delta U_i^{(pr)} = \frac{\chi_i}{\zeta_i} \Delta N_i. \tag{39}$$

Разделив (39) на N_i и полагая, что при достаточно больших значениях $N_i (N_i > 5)$ относительное изменение числа связей подсистемы i на единицу ($\Delta N_i / N_i = 1 / N_i \ll 1$) и соответствующая ей величина удельной прибыли $\Delta U_\mu^{(pr)} = \frac{\Delta U_i^{(pr)}}{N_i}$ могут быть представлены в виде дифференциалов dN_i / N_i и $dU_\mu^{(pr)}$, получим уравнение:

$$\frac{dN_i}{N_i} = \frac{\zeta_i}{\chi_i} dU_\mu^{(pr)}, \tag{40}$$

решение которого определяет эффективный размер подсистемы i фирмы:

$$N_{i\max} = N_{i0} \exp\left(\frac{\zeta_i \Delta U_\mu^{(pr)}}{\chi_i}\right), \tag{41}$$

где N_{i0} число связей подсистемы в условиях вполне рационального поведения (т. е. при нулевой компенсирующей величине прибыли $\Delta U_\mu^{(pr)}$).

Согласно (41), максимальный размер каждой подсистемы фирмы экспоненциально растет с увеличением прибыли $\Delta U_\mu^{(pr)}$, способной компенсировать возрастающие транзакционные издержки. К этому же результату приводит и снижение коннекционной восприимчивости подсистемы χ_i , обуславливающее уменьшение издержек. Дальнейшее повышение транзакционных издержек (при неизменной величине $\Delta U_\mu^{(pr)}$) сопряжено с диссипацией институциональной собственности и банкротству фирмы.

4. Расчет характеристик статистического состояния фирмы. Обсуждение полученных результатов

Будем исходить из выражений для статистической собственности \bar{P}_μ (6) и энтропии S_μ (8) связи μ однородной подсистемы i фирмы:

$$\bar{P}_\mu = \int_0^{\Delta B_\mu \Delta X_\mu} \int_0^{\Delta B_\mu \Delta X_\mu} P_\mu (B_\mu, X_\mu) e^{-\frac{P_\mu (B_\mu, X_\mu)}{T}} dB_\mu dX_\mu / \int_0^{\Delta B_\mu \Delta X_\mu} \int_0^{\Delta B_\mu \Delta X_\mu} e^{-\frac{P_\mu (B_\mu, X_\mu)}{T}} dB_\mu dX_\mu ; \tag{42}$$

$$S_{\mu} = \ln \left[(2\pi\lambda)^{-1} \int_0^{\Delta B_{\mu}} \int_0^{\Delta X_{\mu}} dB_{\mu} dX_{\mu} \right], \quad (43)$$

где $\Delta B_{\mu} = \alpha B_{\mu 0}$, $X_{\mu 0} = \alpha X_{\mu 0}$ — неопределенности активов бинарной группы, выделенных для проведения операции μ ; $B_{\mu 0}$, $X_{\mu 0} \equiv U_{\mu}$ — амплитудные значения фактически используемых активов, связанные между собой соотношением (Кукушкин (Славин), 2011), (24)):

$$B_{\mu 0} = U_{\mu} \frac{\omega_{\mu}}{\beta_{\mu}}; \quad (44)$$

α — коэффициент пропорциональности между выделяемыми и реально используемыми ресурсами; λ — рыночный параметр.

Вычисляя интегралы в формулах (42), (43) с использованием гамильтониана P_{μ} (5), получим:

$$\bar{P}_{\mu} = T \left[1 - \frac{\exp(-z^2)}{\operatorname{erf}(z)} \frac{2z}{\sqrt{\pi}} \right]; \quad (45)$$

$$S_{\mu} = \ln \left(\frac{\alpha^2 U_{\mu} B_{\mu 0}}{2\pi\lambda} \right) = \ln \left(\frac{T}{\lambda \omega_{\mu}} \frac{z^2}{\pi} \right), \quad (46)$$

где $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$ — интеграл вероятности;

$$z = \frac{\alpha \omega_{\mu} U_{\mu}}{\sqrt{2\beta_{\mu} T}}. \quad (47)$$

Отсюда, с учетом формулы (46) настоящей статьи и работы Славина (2021), находим выражения для восприимчивостей T , ζ_i и χ_i подсистемы:

$$T = \frac{\lambda \omega_{\mu} \pi}{z^2} \exp(S_{\mu}); \quad (48)$$

$$\zeta_i = - \left(\frac{\partial \bar{P}_{\mu}}{\partial U_{\mu}} \right)_{S_{\mu}} = \frac{2T}{U_{\mu}} \frac{z \exp(-z^2)}{\operatorname{erf}^2(z)} \left[\operatorname{erf}(z)(2z^2 - 1) + \frac{2z}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2) \right]; \quad (49)$$

$$\chi_i = T \frac{\partial}{\partial N_i} \sum_{\mu=1}^{N_i} S_{\mu} = T S_{\mu} = T \ln \left(\frac{T}{\lambda \omega_{\mu}} \frac{z^2}{\pi} \right). \quad (50)$$

Для исключения параметра z из полученных выражений представим статистическую собственность (45) в виде произведения кванта способности $\lambda \omega_{\mu}$ на число «кусков» фазовой траектории, определяемое величиной статистического веса связи $\exp S_{\mu}$:

$$\bar{P}_{\mu} = \lambda \omega_{\mu} \exp S_{\mu} = T \frac{z^2}{\pi}, \quad (51)$$

и приравняем (на основании формулы (14) работы Славина (2021)) статистическую собственность (45) динамической собственности (5):

$$\bar{P}_\mu \approx \frac{\omega_\mu^2 U_\mu^2}{2\beta_\mu} \equiv T \frac{z^2}{\alpha^2}. \quad (52)$$

Решая совместно систему уравнений (45), (51) и (52), получаем:

$$z = z_0 \approx 1,66; \quad \alpha = \sqrt{\pi}. \quad (53)$$

Приведем численные оценки институциональных факторов на примере конкретной бинарной операции. Предположим, что в однородной подсистеме i (например, участке цеха), состоящей из $N_i = 7$ бинарных групп μ (рабочих мест), принципал поставил каждому агенту задачу выпуска продукции в количестве $B_{\mu 0} = 5$ ед., определив срок ее выполнения $\tau_\mu = 5$ рабочих дней (40 часов; $\omega_\mu = 2\pi / \tau_\mu \approx 0,16$ час⁻¹) и выделив денежные средства в размере $U_\mu = 5000$ руб. Рыночный параметр положим равным $\lambda = 5$ руб.

Находя энтропию бинарной группы S_μ по формуле (46) и пользуясь формулами (48)–(53), находим:

$$S_\mu = \ln\left(\frac{1}{2\lambda} U_\mu B_{\mu 0}\right) \approx 7,82; \quad (54)$$

$$\bar{P}_\mu \approx 2 \cdot 10^3 \frac{\text{руб}}{\text{час}}; \quad (55)$$

$$T \approx 2,28 \cdot 10^3 \frac{\text{руб}}{\text{час}}; \quad \zeta_i \approx 0,41 \text{ час}^{-1}; \quad \chi_i \approx 17,83 \cdot 10^3 \frac{\text{руб}}{\text{час}}. \quad (56)$$

Следует отметить, что полученные результаты имеют оценочный характер, поскольку основаны на приближенных равенствах (52) и (53).

В соответствии с выражением (55), устойчивое (по отношению к рискам) решение хозяйственной задачи может быть обеспечено наличием в бинарной группе μ денежных средств в размере не менее чем $\bar{P}_\mu \tau_\mu \approx 80 \cdot 10^3$ руб. Чтобы в этом убедиться, введем в рассмотрение фиктивную «фазовую траекторию» с «гамильтонианом» \bar{P}_μ (Славин, 2021, п. 4), ограничивающую на фазовой плоскости область с площадью, равной произведению $\bar{P}_\mu \tau_\mu$ (Кукушкин (Славин), 2011, (29)). Нетрудно видеть, что величина этой площади равна действию L_μ бинарной группы μ , обобщающему понятие действия L_l индивида l (см. конец п. 3 настоящей работы), и поэтому выступает мерой эффективности и устойчивости бинарного процесса μ , выраженной в денежной форме. Отметим, что аналогичный смысл имеет понятие оборотных средств предприятия (в расчете на одну бинарную группу) (см. Кукушкин (Славин), 2011, (29)).

Согласно (52) и (53), статистическая собственность \bar{P}_μ и солюционная восприимчивость (хозяйственная активность) T равны друг другу по порядку величины, что объясняется единой квантовой и экономической природой этих понятий. Действительно, если хозяйственная активность есть способность подсистемы к эффективной деятельности, проявляемая в конкретном процессе, то статистическую собственность можно рассматривать как потенциальную активность, обусловленную наличием в подсистеме определенного количества материальных и денежных средств.

С другой стороны, оба институциональных параметра T и \bar{P}_μ представлены квантами предпринимательской способности $\lambda\omega_\mu$, как элементарными возбужде-

ниями нейронной сети индивида (см. (48) и (51)). Мерой эффективности хозяйственной деятельности бинарной группы в этом случае выступает работа элементарных возбуждений по осмыслению и реализации хозяйственных решений, принимаемых на связи μ , в количестве dS_μ :

$$\lambda \omega_\mu \exp S_\mu dS_\mu \approx T dS_\mu = \left(d\bar{P}_\mu \right)_{U_\mu}, \quad (57)$$

что согласуется с основным институциональным соотношением (10).

Отметим также, что из формул (52) и (53) вытекает выражение для параметра качества β_μ продукции, производимой в условиях данной бинарной операции:

$$\beta_\mu = \frac{\omega_\mu U_\mu^2}{2\lambda} e^{-S_\mu} \approx 160 \frac{\text{руб}}{\text{час}}. \quad (58)$$

Согласно (58), параметр β_μ растет не только с увеличением интенсивности (частоты) технологических процессов и величины используемых денежных средств, но и с уменьшением неопределенности (энтропии S_μ) расходования ресурсов (что имеет место, разумеется, в режиме хозяйствования, близком к плановому ($\lambda \rightarrow 0$)).

Оценим максимальное число связей в подсистеме i с использованием формулы (41). Будем считать, что денежные средства U_μ , выделяемые принципалом на изготовление B_{i0} единиц продукции, составляют издержки предложения этой продукции на рынке. Тогда прибыль от реализации есть $\Delta U_\mu^{(pr)} = R_\mu U_\mu$, где R_μ — рентабельность продукции. Подставляя это выражение в равенство (41) и пользуясь формулами (49), (50) и (53), согласно которым $\zeta_i U_\mu \approx 2T$ и $\chi_i = TS_\mu$, находим $N_{i\max} \approx N_{i0} \exp(2R_\mu / S_\mu)$. Учитывая далее, что $2R_\mu / S_\mu \ll 1$ и вводя коэффициент предельного расширения подсистемы η , получаем:

$$\eta = \frac{N_{i\max} - N_{i0}}{N_{i0}} = \exp\left(\frac{2R_\mu}{S_\mu}\right) - 1 \approx \frac{2R_\mu}{S_\mu}. \quad (59)$$

Так, при рентабельности продукции $R_\mu = 36\%$ и энтропии (54) $S_\mu = 7,82$ величина коэффициента $\eta \approx 10\%$.

Таким образом, максимальное число связей фирмы может увеличиваться благодаря росту эффективности (рентабельности) ее хозяйственной деятельности и уменьшению энтропии как неопределенности спектра портфеля решаемых задач. Действительно, в первом случае фирма способна изыскивать финансовые возможности компенсации транзакционных издержек, растущих с увеличением числа связей, а во втором случае, благодаря уменьшению предпринимательской активности агента (см. (48)), снижается активность его оппортунистического поведения и обусловленные им транзакционные издержки.

5. Заключение

Результаты, полученные в настоящей статье (а также ряде предыдущих работ (Славин, 2011, 2015)), показывают, что основные положения теории фирмы могут быть получены путем последовательного развития идей регулярно-динамического метода неоклассической теории и его обобщения — статистического метода неинституциональной теории. Так, уже в базовых положениях о степенях свободы и функции Гамильтона микроэкономической системы заложено представление о контрактах как о факторах, организующих структуру хозяйственных связей

фирмы, и сформулирован критерий оптимальности такой структуры в виде решения вариационной задачи на максимум величины динамической собственности. Следствием решения вариационной задачи являются известные феномены вертикальной и горизонтальной интеграции, синергический эффект и парадокс о возможности бесконечного роста размеров фирмы. Важно также, что в рамках динамической теории удастся осуществить полное описание производственного процесса на связях цеховой структуры фирмы и в явном виде сформулировать закон предложения товара на базе изучения затратного механизма технологического взаимодействия.

Второй аспект теории фирмы, который, наряду с проблемой контрактов, включает в себя учения о транзакционных издержках и правах собственности, может быть представлен в рамках формализма статистического метода. В этом плане удастся сформулировать критерий вполне рационального поведения агентов фирмы, описать проблемы принципал-агентского взаимодействия, вызванные оппортунистическим поведением индивидов, поставить и решить задачу о предельном размере фирмы, рассмотреть ряд других вопросов теории фирмы.

Следует особо отметить роль математики в предложенном теоретическом методе, где она (математика) не только представляет способ установления соотношений между характеристиками наблюдаемых экономических явлений, но выступает, прежде всего, как форма отражения сущности этих явлений в мышлении экономиста-теоретика (подобную роль играет математика в теоретической физике). Действительно, при изложении теоретического метода мы исходим из положения о том, что содержание любой экономической деятельности заложено в процессах принятия и реализации хозяйственных решений, адекватным выражением которых является математический аппарат функционального анализа, формализующий «первые принципы» регулярно-динамического метода. Целью теории в этом случае является последовательное развитие «первых принципов» на базе того же аппарата, сопровождающееся постановкой и решением экономико-математических задач, охватывающих достаточно большую область вопросов микроэкономического анализа.

Сказанное выше принципиально отличает представленный в данной работе теоретический метод от приемов экономико-математического моделирования, для которых предмет исследования в большинстве случаев не отражает сущность изучаемого явления, поскольку представлен экономической наукой в характерной для нее эмпирической форме. При этом сутью моделирования является формулировка математической задачи, нацеленная на демонстрацию количественных соотношений между характеристиками наблюдаемых эффектов без описания глубокой природы этих эффектов и установления методологической связи их с другими явлениями. Интерес исследователей в этом случае зачастую обращен на анализ сугубо математических проблем типа корректной постановки модельных задач, а также существования и единственности их решения, которые, вообще говоря, далеки от реальной экономической деятельности.

Отметим, что полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы в экономической практике в качестве комплексных компьютерных программ в так называемом банке моделей при стендовом экспериментировании (см. Макаров, 1986). Созданию таких программных комплексов мы планируем посвятить наши последующие работы.

Список источников

- Данилин, В. И. (2019). Система моделей горизонтального согласования плановых решений различными подразделениями компании. *Экономика и математические методы*, 55(1), 85-100.
- Демсец, Г. (2011). *К теории прав собственности*. М.: Социум.
- Интрилигатор, М. (2002). *Математические методы оптимизации и экономическая теория*. М.: Айрис-пресс, 576.
- Клейнер, Г. Б. (2013). Системная экономика и системно-ориентированное моделирование. *Экономика и математические методы*, 49(4), 71-93.
- Кнобель, А. Ю. (2010). Вертикальная интеграция, технологическая связанность производств, оппортунистическое поведение и экономический рост. *Экономика и математические методы*, 46(1), 117-132.
- Козырь, Ю. В. (2015). Подходы к оценке долей участия в компаниях. *Экономика и математические методы*, 51(3), 32-40.
- Коломиец, С. М. (2013). Эластичность производственной функции и оптимальный объем производства. *Журнал экономической теории*, 3, 209-219.
- Коуз, Р. (1993). *Фирма, рынок и право*. М.: Дело ЛТД, 192.
- Краснов, Г. А., Краснов, А. А. и др. (2014). Предприятие (фирма) с позиции теории функциональных динамических систем. *Журнал экономической теории*, 2, 93-105.
- Кукушкин, В. А. (2011). Динамика производственно - экономической системы в режиме стационарного производства. *Вестник ИНЖЭКОНа*, 5, 209-219.
- Кукушкин, В. А., Медведева, Е. В. (2011). Плановая динамика производственно-экономической системы в режиме рентабельной реализации товара. *Международный научный журнал*, 4, 43-48.
- Макаров, В. Л. (1986). О развитии экономико-математического инструментария на современном этапе. *Экономика и математические методы*, 22(3), 417.
- Норт, Д. К. (1997). *Институты, институциональные изменения и функционирование экономики*. М.: Фонд экономической книги «Начала», 180.
- Орел, Е. Н., Орел, О. Е. (2016). Оптимальное управление процессом производства при выполнении заказа к заданному сроку. *Экономика и математические методы*, 52(3), 65-77.
- Светуных, И. С., Светуных, С. С. (2012). Степенные производственные функции комплексных переменных. *Экономика и математические методы*, 48(1), 67-79.
- Славин, В. А. (2015). Динамические аспекты оптимального ценообразования в условиях прямого налогообложения фирмы. *Журнал экономической теории*, 4, 78-90.
- Славин, В. А. (2021). Особенности статистического метода в неинституциональной теории. *Журнал экономической теории*, 18(2), 212-225. DOI: <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2021.18-2.4>.
- Сухарев, О. С. (2021). Информация и институциональный выбор в моделях агентских взаимодействий. *Журнал экономической теории*, 18(1), 69-86. DOI: <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2021.18-1.5>.
- Шарафутдинова, К. А., Власов, М. В. (2019). Сравнительный анализ трансакционных издержек. *Журнал экономической теории*, 16(4), 881-886. DOI: <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2019.16-4.26>.
- Coase, R. H. (1937). The nature of the firm. *Economica*, 4(16), 386-405.
- Gattai, V., Natale, P. (2017). A New Cinderella Story: Joint Ventures and the Property Rights Theory of the Firm. *Journal of Economic Surveys*, 31(1), 281-302.
- Irimiás, A., Mitev, A. (2020). Change Management, Digital Maturity, and Green Development: Are Successful Firms Leveraging on Sustainability. *Sustainability*, 12(10), 4019. DOI: <https://doi.org/10.3390/su12104019>.

References

- Coase, R. H. (1937). The nature of the firm. *Economica*, 4(16), 386-405.

- Coase, R. H. (1993). *Firma, rynek i pravo [The Firm, the Market, and the Law]*. Moscow, Russia: Delo LTD, 192. (In Russ.)
- Danilin, V. I. (2019). Sistema modeley gorizontal'nogo soglasovaniya planovykh resheniy razlichnymi podrazdeleniyami kompanii [System models horizontal harmonization of planning decisions by various units of the company]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 55(1), 85-100. DOI: <https://doi.org/10.31857/S042473880003985-2>. (In Russ.)
- Demsetz, H. (2011). K teorii prav sobstvennosti [Toward a Theory of Property Rights]. *American Economic Review*, 57(2), 347-359. (In Russ.)
- Gattai, V. & Natale, P. (2017). A New Cinderella Story: Joint Ventures and the Property Rights Theory of the Firm. *Journal of Economic Surveys*, 31(1), 281-302.
- Intriligator, M. (2002). *Matematicheskie metody optimizatsii i eko-nomicheskaya teoriya [Mathematical Optimization and Economic Theory]*. Moscow, Russia: Ayris-press, 576. (In Russ.)
- Irimiás, A. & Mitev, A. (2020). Change Management, Digital Maturity, and Green Development: Are Successful Firms Leveraging on Sustainability. *Sustainability*, 12(10), 4019. DOI: <https://doi.org/10.3390/su12104019>.
- Kleiner, G. B. (2013). Sistemnaya ekonomika i sistemno-orientirovannoe modelirovanie [System economics and system-oriented modeling]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 49(4), 71-93. (In Russ.)
- Knobels, A. Yu. (2010). Vertikal'naya integratsiya, tekhnologicheskaya svyazannost' proizvodstv, opportunisticheskoe povedenie i ekonomicheskii rost [Vertical Integration, Technological Production Chain, Opportunistic Behavior and the Economic Growth]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 46(1), 117-132. (In Russ.)
- Kolomiets, S. M. (2013). Elastichnost' proizvodstvennoy funktsii i optimal'nyy ob'em proizvodstva [Elasticity of production function and optimum output]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 3, 209-219. (In Russ.)
- Kozyr, Yu. V. (2015). Podkhody k otsenke doley uchastiya v kompaniyakh [Approaches to the valuation of shares in companies]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 51(3), 32-40. (In Russ.)
- Krasnov, G. A., Krasnov, A. A. et al. (2014). Predpriyatie (firma) s pozitsii teorii funk-tsional'nykh dinamicheskikh system [The enterprise (firm) from the position of the theory of functional dynamic systems]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 2, 93-105. (In Russ.)
- Kukushkin, V. A. (2011). Dinamika proizvodstvenno-ekonomicheskoy sistemy v rezhime stacionarnogo proizvodstva [Dynamic of the industrial and economic system in regime of stationary production]. *Vestnik INZhEKONa [The Bulletin of St. Petersburg State University of Engineering and Economics]*, 5, 209-219. (In Russ.)
- Kukushkin, V. A. & Medvedeva, E. V. (2011). Planovaya dinamika proizvodstvenno-ekonomicheskikh sistem v rentabel'nom rezhime predlo-zheniya tovara [Planned Dynamics of Industrial and Economic System in Cost-effective product Sales Mode]. *Mezhdunarodnyy tekhniko-ekonomicheskii zhurnal [International Scientific Journal]*, 4, 43-48. (In Russ.)
- Makarov, V. L. (1986). O razvitiy ekonomiko-matematicheskogo instrumentariya na sovremen-nom etape [On the development of economic and mathematical tools at the present stage]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and mathematical methods]*, 22(3), 417. (In Russ.)
- North, D. C. (1997). *Instituty, institutsional'nye izmeneniya i funktsionirovanie ekonomiki [Institutions, institutional change and economic performance]*. Moscow, Russia: Fond ekonomicheskoy knigi "Nachalo", 180. (In Russ.)
- Orel, E. N. & Orel, O. E. (2016). Optimal'noe upravlenie protsessom proizvodstva pri vypolnenii zakaza k zadannomu sroku [Optimal production control of order performing by delivery date]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and mathematical methods]*, 52(3), 65-77. (In Russ.)
- Sharafutdinova, K. A. & Vlasov, M. V. (2019). Sravnitel'nyy analiz transaktsionnykh izderzhkek [A comparative analysis of transaction costs]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 16(4), 881-886. DOI: <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2019.16-4.26>. (In Russ.)

Slavin, V. A. (2015). Dinamicheskie aspekty optimal'nogo tsenoobra-zovaniya v usloviyakh pryamogo nalogooblozheniya firmy [Dynamics of the optimal pricing in the conditions of direct taxation of the company]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii* [Russian Journal of Economic Theory], 4, 78-90. (In Russ.)

Slavin, V. A. (2021). Osobennosti statisticheskogo metoda v neoin-stitutsional'noy teorii [Statistical Method in the Neoinstitutional Theory]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii* [Russian Journal of Economic Theory], 18(2), 212-225. DOI: <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2021.18-2.4>. (In Russ.)

Sukharev, O. S. (2021). Informatsiya i institutsional'nyy vybor v mo-delyakh agentskikh vzaimod-eystviy [Information and institutional choice in models of agency interactions]. *Zhurnal ekonomicheskoy teorii* [Russian Journal of Economic Theory], 18(1), 69-86. DOI: <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2021.18-1.5>. (In Russ.)

Svetunkov, I. S. & Svetunkov, S. G. (2012). Stepennye proizvodstvennyye funktsii kom-pleksnykh peremennykh [Power complex variables production functions]. *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and mathematical methods], 48(1), 67-79. (In Russ.)

Информация об авторе

Славин Вячеслав Александрович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и теоретической механики, Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова (Российская Федерация, 428015, г. Чебоксары, Московский пр-т, д. 15; e-mail: slavin9297@mail.ru).

About the author

Vyacheslav A. Slavin — Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Theoretical Mechanics, Chuvash State University named after I. N. Ulyanov (15, Moskovsky Ave., Cheboksary, 428015, Russian Federation; e-mail: slavin9297@mail.ru).

Дата поступления рукописи: 17.02.2022.

Прошла рецензирование: 14.03.2022.

Принято решение о публикации: 27.07.2022.

Received: 17 Feb 2022.

Reviewed: 14 March 2022.

Accepted: 27 Jul 2022.