

УДК 330.322.54.01(091)

ЭВОЛЮЦИЯ КОНЦЕПЦИИ ДИСКОНТИРОВАНИЯ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ: ОТ «КНИГИ АБАКА» ЛЕОНАРДО ПИЗАНСКОГО ДО «ТЕОРИИ ПРОЦЕНТА» ИРВИНГА ФИШЕРА

Ю. П. Тихонов

В статье рассматриваются основные вехи в развитии концепции текущей стоимости и дисконтирования денежных потоков с момента их первого появления в 1202 г. в «Книге абака» итальянского математика Леонардо Пизанского и других книгах по финансовой математике средневековой Европы до теоретического обоснования в трудах экономистов на рубеже XIX и XX вв. Показано, что некоторые теоретические разработки и применение на практике дисконтированных показателей в том или ином виде существовали задолго до опубликованной в 1930 г. «Теории процента» американского экономиста Ирвинга Фишера, признаваемого основоположником метода дисконтирования денежных потоков. В статье описывается вклад в развитие концепции текущей стоимости со

стороны трех различных направлений: финансовой математики, инженерной экономики и политической экономики. Приведены некоторые исторические примеры применения концепции текущей стоимости и метода дисконтирования денежных потоков.

Ключевые слова: инвестиции, дисконтирование денежных потоков, текущая стоимость, будущая стоимость, сложные проценты, процентная ставка, норма дисконта, чистый дисконтированный доход, внутренняя норма доходности, норма доходности относительно издержек Фишера, предельная эффективность капитала Кейнса.

Введение

Процесс инвестирования всегда связан с распределением затрат и поступлений во времени, и для учета фактора времени необходим особый метод. Таким методом является метод дисконтирования денежных потоков. Его суть состоит в приведении денежных потоков разных периодов будущего к их текущей стоимости на данный момент. Поэтому часто метод дисконтирования называют методом текущей стоимости.

Метод дисконтирования денежных потоков прочно закрепился в основе современной теории и практики оценки эффективности инвестиционных проектов. Кроме того, он является широко распространенным инструментом оценки стоимости имущества (в составе доходного подхода). За рубежом метод дисконтирования используется уже на протяжении более полувека. В России с переходом к рыночной экономике и появлением в 1994 г. «Методических рекомендаций по оценке эффективности инвестиционных проектов и их отбору для финансирования» метод дисконтирования стал центральным методом в теории и практике экономического обоснования инвестиций.

В отечественной научной литературе история метода дисконтирования денежных потоков, в отличие от его основополагающих принципов, освещена мало. В зарубежной же литературе исследования по данной теме имеются. Среди них следует выделить работы Роберта Паркера (1968) [25], Майкла Скорджи (1996) [31], Джеффри Пуатраса (2000) [27] и Уильяма Гетцманна (2005, 2016) [16, 17].

Основоположником метода дисконтирования денежных потоков принято считать американского экономиста Ирвинга Фишера с его работами 1907 и 1930 гг. по теории процента. Однако, как будет показано далее в статье, корни концепции текущей стоимости и метода дисконтирования, а также применение их в практической деятельности обнаруживаются в гораздо более раннее время.

Согласно зарубежным исследованиям, ранние формы дисконтирования денежных потоков относятся к сфере кредитования, а также к актуарным расчетам. Дисконтирование де-

нежных потоков применительно к капитальным вложениям появилось значительно позже и основывается на трудах некоторых инженеров и экономистов [25, с. 58]. Дисконтирование имеет свои корни в сложных процентах, актуарной науке, инженерной экономике и теории капитала.

Целью данной статьи является построение исторической линии возникновения и развития концепции текущей стоимости и метода дисконтирования денежных потоков до 1930-х гг.

Концепция текущей стоимости в европейской финансовой математике XIII–XVII вв.

Как известно, метод дисконтирования денежных потоков основывается на формуле сложных процентов. Результаты археологических исследований показывают, что знание сложных процентов восходит к глубокой древности. Расчеты сложных процентов были обнаружены на глиняных табличках старовавилонского периода Древней Месопотамии (ок. 1800–1600 гг. до н. э.) [5, с. 44, 49]. Самый же ранний документ, свидетельствующий о знании сложных процентов — «Конус Энметены» — датируется примерно 2400 г. до н. э. Это шумерский глиняный конус с текстом, описывающим противостояние двух городов-государств Древней Месопотамии — Лагаша и Уммы. Царь Лагаша Энметена по формуле сложных процентов подсчитал ренту, которую Умма должна была выплатить зерном за захваченные ею бывшие лагашские земли. Требуемая к уплате сумма более чем в тысячу раз превосходила ежегодный доход Лагаша и, разумеется, была непосильна для Уммы; она была предъявлена Энметеной, скорее, как предлог для начала войны [38, с. 29]. Следует отметить, что впоследствии сам Энметена и другие шумерские правители регулярно проводили списание всех долгов в своих царствах, а отношение к ростовщичеству с самых древних времен было в целом отрицательным.

В средневековой Европе взимание процентов по кредиту расценивалось как ростовщичество и жестко пресекалось католической церковью. Но, несмотря на это, некоторые европейские книги по математике затрагивали

вопросы, связанные со сложными процентами. Самой первой из наиболее значимых работ такого рода является «Книга абака»¹ («Liber Abaci», 1202) итальянского математика Леонардо Пизанского, также известного как Фибоначчи (ок. 1170 — ок. 1250). До наших дней дошло только второе, переработанное, издание 1228 г. (его оригинальный текст на латинском языке доступен в итальянском издании 1857 г. [9]; перевод на английский язык вышел только в 2002 г. [32]). По мнению профессора Йельского университета Уильяма Гетцманна, именно в «Книге абака» появилась, вероятно, самая ранняя форма показателя текущей стоимости [16; 17, с. 243–244].

Так, в задаче «О солдате, получающем свою плату в византинах»² («De milite recepturo pro suo feudo bizanti») [9, с. 273; 32, с. 392], одной из наиболее трудных задач «Книги абака» по сложным процентам, рассмотрена следующая ситуация. Король дает солдату 300 византинов в год в виде ежеквартальных выплат по 75 византинов. График выплат изменяется на единую выплату 300 византинов в конце года. Инвестируя, солдат способен заработать 2 византина на одну сотню в месяц. Каково в действительности его жалование после того, как условия платы изменились?

Леонардо решает задачу своеобразным методом «поездок». Количество выплат равно четырем, следовательно, и поездок должно быть четыре; каждая выплата составляет 75 византинов — это «цена» одной поездки. Ежемесячный доход со 100 византинов равен 2 византинам, соответственно, ежеквартальный — 6 византинам³. Таким образом, за один квартал 100 византинов становятся 106 византинами, или 50 византинов становятся 53 византинами. Леонардо записывает дробь $\frac{50}{53}$ четыре раза подряд (за каждую из четырех выплат): $\frac{50}{53} \frac{50}{53} \frac{50}{53} \frac{50}{53}$. Числитель первой дроби

(50) умножается на произведение знаменателей второй, третьей и четвертой дробей (533) — получается 7443850. Далее произведение числителей первой и второй дробей (502) умножается на произведение знаменателей третьей и четвертой дробей (532) — получается 7022500. Затем произведение числителей первой, второй и третьей дробей (503) умножается на знаменатель четвертой дроби (53) — получается 6625000. Наконец, находится произведение числителей четырех дробей (504) — оно равно 6250000. Четыре полученных числа складываются и дают в сумме 27341350. Это число умножается на 75, произведение равно 2050601250. Его Леонардо делит на $\frac{10000}{53535353}$ (так он записывает $534 = 7890481$) и получает ответ: $\frac{3364246}{53535353} 259$ (то есть, округленно, 259,88 византинов)⁴.

Результат, полученный Леонардо, есть не что иное, как текущая стоимость аннуитета при квартальной процентной ставке, равной 6%:

$$\frac{75}{1,06^1} + \frac{75}{1,06^2} + \frac{75}{1,06^3} + \frac{75}{1,06^4} = 75 \left(\frac{1 - 1,06^{-4}}{0,06} \right) = 259,88.$$

По условиям задачи (при месячной процентной ставке, равной 2%) правильным ответом, конечно, было бы

$$\frac{75}{1,02^5} + \frac{75}{1,02^6} + \frac{75}{1,02^9} + \frac{75}{1,02^{12}} = 75 \left(\frac{1 - 1,02^{-12}}{1,02^3 - 1} \right) = 259,17.$$

Все же, несмотря на эту ошибку, точность расчетов Леонардо текущей стоимости своим уникальным методом «поездок» поражает. У. Гетцманн отмечает, что такие оригинальные дробные выражения Леонардо позволяют с успехом дисконтировать потоки, добавляя периоды. В этой задаче явно определяется разница в стоимостях двух сделок из-за распределения самих денежных потоков во времени. Решение задачи также требует указания альтернативного использования денег — ключевого понятия, которое появилось в ростовщических спорах [17, с. 243]. Таким образом, этот конкретный пример знаменует открытие одного из важнейших инструментов в финансовой математике — приведения денежных потоков к их текущей стоимости, т. е. дисконтирования [16, с. 136].

В эпоху Возрождения в Европе вышло немало количество рукописных и печатных книг по арифметике, и они во многом основывались

¹ Под словом «абак» Леонардо Пизанский подразумевал не счетную доску, а арифметику вообще. Иногда название этой книги переводится как «Книга счета».

² Золотая монета, использовавшаяся в Западной Европе в IX–XIV вв.

³ По-видимому, здесь Леонардо допустил ошибку. В действительности, по формуле сложных процентов ежеквартальный доход на сотню византинов чуть больше, а именно: $100 \times (1,023 - 1) = 6,12$ византина.

⁴ Запись смешанных чисел у Леонардо Пизанского отличается от современной. Десятичные дроби у него отсутствуют. Смешанные числа он записывает справа налево. Кроме того, подразумевается деление числителя дроби не на соответствующий знаменатель, а на произведение знаменателя и всех знаменателей, предшествующих ему (то есть, всех, стоящих справа).

на «Книге абака» Леонардо Пизанского, включая проблему сложных процентов. Знаменитая «Сумма арифметики, геометрии, отношений и пропорций» («*Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità*», 1494) основоположника современных принципов бухгалтерии — итальянского математика Луки Пачоли (1445–1517) включала в себя ряд задач по простым и сложным процентам, а также некоторые наброски способов вычисления таблиц процентов. Спустя полвека другой итальянский математик, Никколо Тарталья (1499–1557), в первой части своего «Общего трактата о числах и мерах» («*General trattato di numeri et misure*», 1556–1560) также рассматривал некоторые задачи, требующие расчета сложных процентов и связанные, в основном, с аннуитетными платежами.

В Средние века купцами уже использовались таблицы сложных процентов, но, будучи предметом коммерческой тайны, они существовали, в основном, только в рукописях. Одна из таких ранних рукописных таблиц была составлена около 1340 г. итальянским купцом Франческо Бальдуччи Пеголотти для флорентийской торговой компании Барди, на которую он работал, и вошла в его книгу, известную ныне как «Практика торговли» («*Pratica della mercatura*»¹). Таблицы процентов в ней вставлены между другими темами; они описывают возрастание 100 лир² при сложной процентной ставке, равной 1, 1½, 2, ..., 8. Каждая из 15 таблиц рассчитана на 20 периодов.

Колебания процентных ставок и увеличение количества ценных бумаг с фиксированным доходом, требующих оценки, привели к спросу на таблицы процентных ставок. Таблицы процентных ставок впервые были напечатаны в двух главных финансовых центрах Западной Европы XVI в. — Антверпене и Лионе. В 1558 г. в Лионе французский учитель математики Жан Траншан опубликовал свою «Арифметику в трех книгах» («*L'Arithmetique de Ian Trenchant departie en troys livres*») [37], впоследствии неоднократно переиздававшуюся. Глава VIII третьей книги посвящена геометрическим прогрессиям («*Questions sur la progression Geometrique*») [37, с. 235–255]. В ней также содержатся вопросы, связанные со сложными процентами. В частности, разбирается одна интересная задача, которая, в отличие от рассмотренной выше задачи Леонардо Пизанского,

не является выдуманной и основывается на реальном случае. Следует отметить, что в последующих изданиях «Арифметики» давалось более подробное описание этой задачи, поэтому и мы приведем ниже чуть более полные данные.

В 1555 г. король Франции Генрих II занял у банкиров деньги по ставке 4 % за одну ярмарку (т. е. в квартал³) на военные расходы. В том же году перед ярмаркой в честь Дня всех святых он принял от банкиров сумму свыше 3 945 941 экю⁴ на условии, что будет выплачивать проценты в размере 5 % в течение 41 ярмарки, после чего долг будет считаться выплаченным. Какое из этих условий лучше для банкиров? [37, с. 243–244]. Иными словами, что выгоднее с точки зрения банкиров: перпетуитет (бессрочный аннуитет) при ставке 4 % в квартал или аннуитет при ставке 5 % в квартал в течение 41 квартала?

Траншан решает эту задачу довольно оригинальным способом. Вместо расчета текущих стоимостей аннуитета и перпетуитета по отдельности и сравнения их друг с другом он берет добавочный денежный поток, генерируемый аннуитетом за 41 квартал, и рассчитывает будущую стоимость этого потока, при условии, что этот дополнительный платеж, равный 1 % в квартал, также взят под проценты до конца срока. Траншан отмечает, что если итоговое значение этого наращенного остатка за 41 квартал будет меньше стоимости перпетуитета, то стоимость перпетуитета при ставке 4 % больше, чем стоимость аннуитета [37, с. 244–245]. На основе методов, разработанных в предыдущих главах, он рассчитывает последовательность из 41 числа, представляющих будущую стоимость 41 дополнительного потока денежных средств, связанных с аннуитетом (таблица сложных процентов для $10^5(1,04)^n$, $n = 0, 1, \dots, 40$ [37, с. 247]), а затем суммирует их (таблица [37, с. 249]). Итоговая сумма этих доплачиваемых в каждый период экю составляет 99,82634 % от перпетуитета. Поэтому первый вариант с перпетуитетом при ставке 4 % оказывается несколько более выгодным для банкиров, чем второй с аннуитетом при ставке 5 %.

Как отмечает У. Гетцманн, эта задача из «Арифметики» Траншана показывает, какую важность к XVI в. в Европе приобрела концепция текущей стоимости. Спустя три с полови-

¹ Короткое название, данное работе при первой печати в 1766 г.

² Итальянская денежная единица.

³ В течение одного года в Лионе проводилось четыре ярмарки.

⁴ Французская золотая монета.

ной столетия после «Книги абака» она учитывается уже в вопросах финансирования обороны страны. В отличие от Леонардо, опиравшегося на аналогии с купеческими поездками, но внесшего свой вклад в математику бесконечных рядов, решение задачи Траншаном основано непосредственно на расчете геометрической прогрессии. Вклад Траншана в развитие концепции текущей стоимости выглядит не менее важным, чем вклад Леонардо, особенно с учетом существующей разницы между аннуитетом и перпетуитетом [16, с. 143].

В 1582 г. в Антверпене знаменитый фламандский математик Симон Стевин (1548–1620) опубликовал свою первую книгу — «Таблицы процентов» («Tafelen van Interest») [33; 35, с. 25–117]. В ней он продвинулся дальше Траншана в расчете таблиц текущей стоимости аннуитета. Книга содержала таблицы приведенных стоимостей для 30 периодов при процентных ставках $i = 0,01, 0,02, \dots, 0,16$; $i = \frac{1}{15}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{22}$. Также была рассчитана таблица наращенной стоимости для 31 периода со ставкой $1/15$. Как и Траншан, Стевин использовал 10^7 как основание своей системы во избежание десятичных дробей.

В приложении Стевин описывает общее правило нахождения наиболее выгодного из двух или более условий и того, насколько оно выгоднее. Правило заключается в нахождении текущей стоимости каждого предложенного условия при данной процентной ставке, и разница между этими текущими стоимостями показывает, насколько одно условие лучше другого [33, с. 88; 35, с. 107]. Это в явном виде критерий чистого дисконтированного дохода при выборе между несколькими вариантами инвестирования. Как и следовало ожидать, Стевин рассматривал его применительно лишь к сфере кредитования [25, с. 60].

Понимание сложных процентов стало одним из факторов развития экономической науки в Англии в XVIII в. Первым английским исследователем, разработавшим таблицы сложных процентов, был Ричард Уитт, в 1613 г. опубликовавший работу под названием «Вопросы арифметики» («Arithmetical Questions»). В этой книге представлены таблицы текущей и будущей стоимостей аннуитета для 30 лет при ставке 10 % — самой распространенной в Англии в то время. В «Вопросах...» также содержатся таблицы будущей стоимости для целого ряда процентных ставок. Уитт пошел дальше Стевина при рассмотрении наращения потоков с частотой меньше года [22].

В 1671 г. голландский государственный деятель Ян де Витт (1625–1672) в своей книге «Стоимость пожизненных рент в пропорции к погашению рент» («Waerdye van Lyf-Renten Naer Proportie van Los-Renten») для вычисления размеров пожизненной ренты рассчитывал текущую стоимость аннуитета. По мнению американского профессора Марка Рубинштейна, публикация этой книги является «первым великим моментом в финансовой экономике» [7, с. 4]. На наш взгляд, среди всех ученых и исследователей, внесших весомый вклад в развитие концепции текущей стоимости, де Витт не был первым.

Практическое применение метода дисконтирования в XVIII–XIX вв.

К XVIII в. в Европе развивались методы оценки ценных бумаг с фиксированным доходом, а дисконтирование прослеживалось в оценке годовой прибыли с помощью показателя «покупки лет» (англ. *years' purchase*), представляющего собой величину, обратную ставке дисконтирования (норме дисконта). Чтобы найти текущую стоимость капитала, необходимо было умножить средний ожидаемый годовой денежный поток на этот показатель. При более рискованных инвестициях покупатель платил меньшее количество «покупки лет». Такой метод использовали, например, английские короли при установлении цены продажи усадеб, захваченных при Роспуске монастырей (Тюдоровской секуляризации) в начале XVI в. Обычно использовался показатель «покупки 20 лет».

В конце XVII в. показатель «покупки лет» упоминал известный английский философ Джон Локк (1632–1704). В его работе «Некоторые соображения о последствиях снижения процентной ставки и повышения ценности денег» («Some Considerations of the Consequences of the Lowering of Interest, and Raising the Value of Money», 1691) [23] имеется схема соответствия «покупки лет» процентной ставке (рис.). К тому времени стоимость земли рассчитывалась путем умножения стоимости годового арендного дохода на величину «покупки лет» [23, с. 56].

Американский исследователь Пол Харрисон в своей статье [19] приводит некоторые примеры расчета «покупки лет» в XVIII в. Так, в книге английского бухгалтера Ричарда Хейза «Руководство для человека при деньгах, или карманный справочник покупателя» («The Money'd Man's Guide: Or, the Purchaser's Pocket Companion», 1726) [20] были опубликованы таблицы для расчетов процентных платежей и

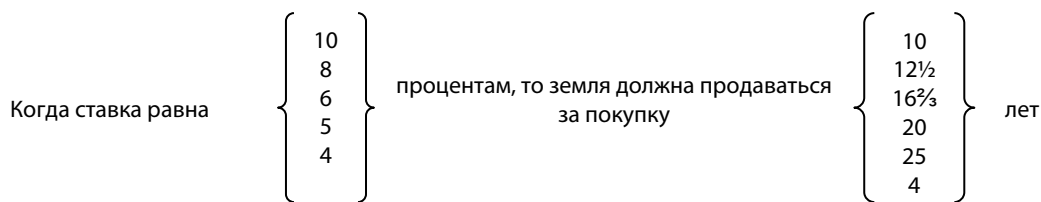


Рис. Схема соответствия процентных ставок и «покупки лет» у Дж. Локка. Составлено по [23, с. 56]

текущей стоимости. В книге «показано, какой процент производится деньгами, вложенными в акции компаний или в какие-либо другие государственные фонды, а также текущая стоимость любого годового дохода»¹. По сути, в таблицах Хейза используется метод нахождения текущей стоимости, т. е. дисконтирование. Например, при расчете текущей стоимости семилетнего аннуитета при ставке 4 % «смотрите в таблице 1 фунт под 4 процента в течение семи лет, и прямо напротив вы найдете 6 фунтов 0 шиллингов 3/4 пенса² — покупка шести лет... и это есть приведенная стоимость данного аннуитета» [20, с. 92]. Полученный им результат можно проверить, используя современную формулу расчета текущей стоимости аннуитета: $1 \left(\frac{1 - 1,04^{-7}}{0,04} \right) = 6,00$. Действительно, 1 фунт

при ставке 4 % в течение семи лет по формуле дает суммарную приведенную стоимость, равную 6 фунтам. Таким образом, семилетний аннуитет при ставке 4 % оценивается «покупкой шести лет». В «Руководстве» Хейза рассчитаны результаты для разных процентных ставок и разного количества лет.

Другой пример из книги Хейза показывает прямую связь между «покупкой лет» и процентной ставкой. Используя в качестве примера некоторый постоянный доход в течение ста лет, он рассчитывает, что при ставке 4 % текущая стоимость кратна 24 фунтам 11 шиллингам 1 пенсу, в то время как при ставке 5 % она кратна 19 фунтам 16 шиллингам 11 пенсам, а при ставке 6 % — 16 фунтам 9 шиллингам 0 пенсам. Точность полученных Хейзом результатов проверяется путем сравнения их с приблизительной величиной, равной $1/r$ (25, 20 и 16,67 соответственно). Таким образом, чтобы получить дисконтированную стоимость, надо просто умножить «покупку лет» на годовой доход. Равнозначные ежегодные денежные потоки доходов существуют в течение ста лет, но их суммарная приведенная стоимость со-

ставляет лишь сумму, как бы получаемую сегодня только за двадцать пять лет. П. Харрисон отмечает, что подобные таблицы в то время имелись не только у Хейза, и все они являлись наглядной инструкцией по дисконтированию [19, с. 273].

В своих расчетах «покупку 15 лет» использовал британский политический деятель Арчибалд Хатчесон (ок. 1659–1740), противостоящий Компании Южных морей³. Например, если прибыль составляла 3 % в год, то соответствующее значение этих поступлений у Хатчесона составляло 45 % (3 раза по 15), что, по сути, есть дисконтирование в неявном виде. Это означает, что Хатчесон, рассчитывая стоимость выплаты годовых дивидендов с помощью «покупки 15 лет», использовал процентную ставку, равную 6,67 % [19, с. 272–273].

Дисконтирование денежных потоков в XVIII в. не продвинулось дальше оценки ценных бумаг с фиксированным доходом, практикуемой с предшествующего века. Попыток расчета самих денежных потоков не предпринималось. К тому же размеры инвестиций в те времена еще не носили столь масштабный характер. Исторический переход от традиционной оценки с фиксированным доходом к оценке дисконтированных денежных потоков, различающихся по величине, прослеживается в работах актуариев, оценщиков недвижимости и инженеров, начиная примерно с середины XIX в. До конца XIX в. метод текущей стоимости редко использовался для оценки нефинансовых инвестиций.

Как показывает исследование британских ученых [11], дисконтирование денежных потоков с разными величинами применялось в британской угольной промышленности в Тайнсайде⁴ приблизительно с 1801 г., т. е. во время Промышленной революции в Англии. Такое принятие метода дисконтирования в начале XIX в. стало результатом взаимного нало-

¹ Из полного названия книги.

² Денежные единицы Великобритании, в то время 1 фунт был равен 20 шиллингам, 1 шиллинг — 12 пенсам.

³ Английская торговая компания, действовавшая в 1711–1850 гг., финансовая пирамида.

⁴ Крупнейшая городская агломерация региона Северо-Восточная Англия; основной город — Ньюкасл-апон-Тайн.

жения целого ряда факторов, главным из которых был экономический.

Примерно с 1850 г. уроженец Тайнсайда, английский инженер Уильям Армстронг (1811–1896) также использовал метод дисконтированных денежных потоков для оценки акций компании и стоимости аренды имущества [26]. Имея четкое представление о капитале, доходе и амортизации имущества, он консультировал различные компании по вопросам управления. Армстронг давал рекомендации в частном порядке по заказу, но многие его клиенты понимали его доклады и действовали на основании них.

Введение первой формулы метода дисконтирования денежных потоков часто приписывают немецкому лесоводу Мартину Фаустману (1822–1876) в 1849 г. [24], хотя это первенство поставлено под сомнение. Так, существует предположение, что еще в 1730 г. картограф и бухгалтер Джон Ричардс из английского Эссекса использовал формулу, подобную фаустмановской, для решения задач по оценке стоимости древесины на корню [31].

В 1848 г. в Лондоне был создан Институт актуариев («The Institute of Actuaries»). Примерно в это же время актуарии также стали интересоваться оценкой переменных аннуитетов. В первой части «Учебника Института актуариев по основам процента, пожизненной ренты и гарантий, и их практическому применению» («Institute of Actuaries' Text-Book of the Principles of Interest, Life Annuities, and Assurances, and their Practical Application», 1882) Уильяма Саттона [34] содержится раздел о переменных аннуитетах. Также в ней приведены и прокомментированы таблицы облигаций [34, с. 158, 160]. К слову, самый первый из известных набор таких таблиц был подготовлен нью-йоркским банкиром Джозефом Прайсом и опубликован в этом городе в 1843 г. [28]. Таблицы использовались для нахождения доходности к погашению облигации, т. е. той процентной ставки, которая приравнивает рыночную цену к текущей стоимости потока платежей по облигации. По сути, это есть то, что впоследствии в XX в. будет называться предельной эффективностью капитала или внутренней нормой доходности.

Промышленная революция продолжала свое шествие по Европе. Начиная с конца 1840-х годов массовое строительство железных дорог требовало колоссальных капитальных затрат. В разгар железнодорожного бума в Великобритании в 1846–1848 гг. на эту отрасль приходилось около половины от общего объ-

ема инвестиций в стране и 250 тыс. рабочих. Возникла потребность в обоснованном методе оценки капиталовложений для оказания помощи руководству в принятии решений.

В 1887 г. американский инженер-строитель Артур Меллен Веллингтон (1847–1895) во втором издании своей «Экономической теории размещения железных дорог» («The Economic Theory of the Location of Railways») [39] изложил некоторые идеи современной теории экономического обоснования капитальных вложений. Веллингтон отметил, что стоимость капитала возрастает с увеличением суммы инвестиций, а норма доходности является более точным показателем, чем валовая выручка. Он предложил расчет текущей стоимости поступлений и затрат и воспроизвел соответствующие таблицы сложных процентов в своей книге. В главе о трафике¹ Веллингтон отмечает, что редко железную дорогу, особенно в Соединенных Штатах, строят исключительно для существующего трафика. Однако для средней американской корпорации чрезвычайно опасно смотреть в будущее на период от трех до десяти лет ради «быстро растущего трафика», который должен оправдать увеличение текущих расходов. Он пишет следующим образом:

«Давайте посмотрим, почему это так. Теория предмета проста: в таблице 18 представлена текущая стоимость или приведенные к настоящему времени затраты в целях экономии 1 доллара (или одной единицы любой другой валюты) в конце заданного периода при любой заданной норме процента; то есть, сумма которых, если их разместить под сложные проценты в настоящее время, будет производить 1 доллар в конце указанного периода. Из этого факта логически следует, что если значение данного улучшения для данного немедленного трафика составит 1 доллар, то текущая стоимость того же улучшения для равнозначного трафика, который должен существовать только в будущем, будет той суммой, которая по формуле сложных процентов будет производить 1 доллар, когда предполагается начало существования трафика. <...>

Все это, несомненно, верно в теории... но... показатели таблицы 18 имеют значение только в качестве фиксирующих максимум, который никогда не должен быть превышен.

...Хотя можно принять с практической уверенностью, что трафик любой обычной желез-

¹ Объем дорожного движения через данный узел за единицу времени.

ной дороги не только будет расти, и что он будет расти в среднем примерно от 5 до 8 процентов в год к востоку от Аллеганских гор, и от 7 до 10 или до 15, или даже до 20 процентов в год к западу от них, но, в любом случае, скорость такого роста трафика слишком переменчивая и неопределенная — это повод приостановить дело в любой момент на многие годы...

В целом, уже только по этой причине ради трафика нецелесообразно смотреть вперед больше, чем на пять лет с тем, чтобы оправдать немедленное увеличение расходов...» [39, с. 80–85].

Интересно отметить не только применение Веллингтоном критерия чистого дисконтированного дохода, но и то, как он справляется с неопределенностью путем ограничения потенциальной продолжительности проекта.

После «Экономической теории» Веллингтона инженерная литература, вплоть до окончания Первой мировой войны, содержала лишь разрозненные попытки обсуждения текущей стоимости и методов оценки капиталовложений. Работы того периода были посвящены в большей степени вопросам совершенствования концепций и методов учета затрат, нежели теории оценки инвестиций, и существенного вклада в развитие концепции текущей стоимости не внесли [21, с. 104–105].

Джон Фиш (1870–1962), железнодорожный инженер и профессор из американского Стэнфорда, в 1915 г. опубликовал первый общий учебник по инженерной экономике. В нем он отдавал предпочтение «методу годовой стоимости». Фиш пояснил, что при принятии решения по вариантам инвестирования должны сравниваться:

1) эквивалентные ежегодные операционные затраты (за вычетом амортизации), которые рассчитываются путем приведения ряда фактических годовых затрат к подходящей дате и равномерного распределения суммы результатов на весь период;

2) ежегодные амортизационные отчисления, рассчитанные по методу амортизационного фонда и с учетом ликвидационной стоимости;

3) проценты на капитал;

4) эквивалентный годовой доход [12].

В 1930 г. другой профессор инженерии из Стэнфордского университета, Юджин Грант (1897–1996), опубликовал первое издание своего классического учебника «Принципы инженерной экономики» («Principles of Engineering Economy»). Грант обсудил варианты применения текущей стоимости (*present worth*), нормы

прибыли на дополнительные инвестиции (*rate of return on extra investment*), а также метода эквивалентной годовой стоимости (*equivalent annual cost*) для принятия решений по капиталовложениям. Каждый из этих методов широко используется сегодня, и Грант считается первым, кто представил эти методы в одном учебнике [21, с. 105]. Тем не менее, даже в последующих изданиях своей книги Грант, как и Фиш, отдавал предпочтение методу годовой стоимости на том основании, что люди понимают его намного лучше, и, как правило, он легче в плане вычислений [18, с. 103].

В СССР в 1934 г. инженер путей сообщения Мстислав Михайлович Протодьяконов (1892–1967) в своей книге «Изыскания и проектирование железных дорог» [6] предложил в качестве показателя сравнительной экономической эффективности капитальных вложений сумму приведенных строительно-эксплуатационных расходов, определяемую с учетом эффекта отдаления затрат (т. е., по сути, показатель чистого дисконтированного дохода). Несмотря на ряд существенных недостатков, до перехода России к рыночной экономике данный показатель являлся важнейшим в оценке эффективности инвестиционных проектов.

Метод текущей стоимости в экономической теории начала XX в.

Концептуальная основа современной теории экономического обоснования инвестиций, вероятно, впервые была представлена в знаменитых «Принципах экономической науки» («The Principles of Economics», 1890) — главном труде английского экономиста, основоположника неоклассического направления в экономической науке Альфреда Маршалла (1842–1924). Во втором издании (1891) в книгу V, посвященную равновесию спроса и предложения, была добавлена новая глава под названием «Инвестирование и распределение ресурсов» («The Investment and Distribution of Resources»). В ней Маршалл писал о наращивании (компаундировании) потоков прошлых периодов и дисконтировании будущих расходов и поступлений: «Соотношение усилий и различных видов удовлетворения и получаемых в результате этих усилий благ можно исчислять на любую подходящую дату. Но какой бы день ни был избран, следует придерживаться одного простого правила: каждый элемент как усилия, так и получаемого в результате этого усилия удовлетворения, относящийся ко времени, предшествующему указанному дню, должен включать сложные

проценты на период его накопления; в свою очередь из каждого элемента, относящегося ко времени после указанного дня, следует исключать сложные проценты на соответствующий интервал. <...> Дисконтированная таким образом совокупность чистых поступлений сопоставляется с совокупным объемом издержек, и если при этом возникает равенство, то предприятие лишь возмещает свои издержки» [4, с. 360–362].

Позиция Маршалла заключалась в том, что доходы от инвестиций должны превышать затраты на величину, увеличивающуюся пропорционально времени ожидания по формуле сложных процентов. Чем дольше инвестор должен ждать, тем больше должна быть его окончательная компенсация. При этом в роли осложняющего фактора выступают изменения в общей покупательной способности денег. Логика рационального предпринимателя выглядит у Маршалла следующим образом: «На начальном этапе деятельности своего предприятия и на каждом последующем ее этапе ловкий бизнесмен стремится так изменять организацию производства и хозяйственных связей, чтобы добиваться более высоких результатов при данном уровне издержек или равных результатов при сокращении издержек. <...> ...Предусмотрительный бизнесмен... станет направлять вложения капитала на все отдельные участки производства до тех пор, пока не будет достигнута внешняя граница, или предел прибыльности, т. е. до того уровня, при котором нашему бизнесмену покажется, что нет достаточных оснований полагать, будто выгоды от каждого нового вложения в конкретный участок возместят его издержки» [4, с. 362, 366].

Данные идеи, изложенные в «Принципах...», продолжили свое развитие у представителя австрийской экономической школы Ойгена фон Бем-Баверка (1851–1914). В 1900 г. в Инсбруке вышло второе издание его «Истории и критики теорий процента» («Geschichte und Kritik der Capitalzins-Theorien», впервые опубликовано в 1884 г.), первого тома его главной работы — «Капитал и процент» («Kapital und Kapitalzins»). В этом издании появилось приложение под названием «Литература о проценте в настоящее время (1884–1899)» («Die Zinsliteratur in der Gegenwart (1884–1899)»), впоследствии изданное на английском языке в США в 1903 г. в виде отдельной книги. В этом приложении Бем-Баверк приводит в качестве примера задачу о покупке дома, предложенного за 20 ежегодных платежей по 1000 гуль-

денов¹ каждый. По его словам, текущая стоимость дома не должна быть сравнима только с жертвой немедленно уплачиваемой части в 1000 гульденов — она должна быть сопоставлена «с ценностью всех 20 частей в совокупности, подлежащих уплате, как в настоящее время, так и в будущее, причем только в части, которые не подлежат еще уплате, я должен принимать во внимание с некоторым вычетом, сводящим таковые к настоящей их ценности» [1, с. 759]. Речь идет о сумме дисконтированных денежных потоков платежей.

Наконец, мы подошли к признанному основоположником метода дисконтированных денежных потоков американскому экономисту, профессору Йельского университета Ирвингу Фишеру (1867–1947). Стоит отметить, что работы Фишера явно основываются не только на трудах предшествующих ему экономистов, но и на работах ранее упомянутых теоретиков актуарной науки и финансов. Например, совершенно точно Фишер был знаком с ведущим актуарным учебником своего времени — «Учебником Института актуариев по сложным процентам и некоторым аннуитетам» Ральфа Тодхантера [36], он упоминает его в своей работе «Природа капитала и дохода» («The Nature of Capital and Income», 1906) [13, с. 401, 411]. При этом, разумеется, важно подчеркнуть, насколько далеко он обогнал своих предшественников и даже большинство своих последователей до 1950-х гг. [25, с. 65]. Главным трудом Фишера в данной области является «Норма процента» («The Rate of Interest») [14], впервые опубликованная в 1907 г. и существенно переработанная и переизданная в 1930 г. как «Теория процента» («The Theory of Interest») [15].

Фишер ввел понятие нормы дохода относительно (сверх) издержек («*rate of return over cost*») — нормы дисконта, которая уравнивает текущую стоимость всех затрат и текущую стоимость всех доходов [15, с. 168]. Определение нормы дохода относительно издержек предполагает наличие минимум двух вариантов инвестирования: под «издержками» подразумевается потеря будущих доходов в результате отказа от одного из инвестиционных проектов, под «доходом» — выигрыш, который возникает в результате замещения этого инвестиционного проекта другим. Норма дохода относительно издержек — это норма дисконта, при которой оба инвестиционных проекта имеют одинаковый чистый дискон-

¹ Денежная единица Австрии с 1858 по 1892 гг.

Использование земли для сельского хозяйства и лесного хозяйства, сравниваемое с помощью показателя нормы дохода относительно издержек (составлено по [14, с. 153; 15, с. 156])

Год	Годовая чистая стоимость использования земли (долл.) для:		Разница в пользу лесного хозяйства, долл.
	лесного хозяйства	сельского хозяйства	
1-й год	0	100	-100
2-й год	210	100	+110
3-й и каждый последующий год (всего 100 лет)	100	100	0

тированный доход. При превышении этим показателем рыночной нормы процента один из инвестиционных проектов должен быть отвергнут [2, с. 489].

Также Фишер изложил четыре способа выбора между инвестиционными проектами, утверждая, что все они дают одинаковый результат. Из всех имеющихся вариантов следует выбрать:

1) тот, который имеет максимальную текущую стоимость, рассчитанную по рыночной норме процента (принцип максимальной приведенной стоимости);

2) тот, чьи преимущества (доходы) по сравнению с другими вариантами перевешивают по показателю текущей стоимости его недостатки (затраты), когда преимущества и недостатки приводятся (дисконтируются) по рыночной норме процента (принцип сравнительного преимущества);

3) тот, который, по сравнению с любым другим вариантом, дает норму дохода относительно издержек, равную рыночной норме процента или превышающую ее (принцип доходности сверх издержек);

4) тот, который опережает своего ближайшего конкурента на показатель нормы дохода относительно издержек, равный рыночной норме процента (такая норма называется предельной нормой дохода относительно издержек) [15, с. 175–176].

Эти критерии проиллюстрированы примерами выбора между двумя вариантами использования земли на протяжении 100 лет. В одном из примеров приведены, соответствующие цифры (см. табл.).

При рыночной норме процента, равной 9 %, использование земли для лесного хозяйства предпочтительнее, поскольку ему соответствует большая приведенная стоимость (1112 долл. против 1111 долл. для сельского хозяйства), и потому, что норма дохода относительно издержек, равная 10 %, больше рыночной нормы. Норма дохода относительно издержек (r) в данном случае вычисляется по формуле:

$100 = \frac{110}{1+r}$. При рыночной норме процента, равной 10 %, два варианта использования земли равноценны — оба имеют текущую стоимость 1000 долл., и норма дохода относительно издержек равна рыночной норме процента. При рыночной норме, равной 11 %, использование земли в сельском хозяйстве предпочтительнее, поскольку его приведенная стоимость составляет 909 долл. против 908 долл. для лесного хозяйства, а норма дохода относительно издержек меньше рыночной нормы [14, с. 153; 15, с. 156–157].

Норма дохода относительно издержек Фишера не есть то же самое, что внутренняя норма доходности или предельная эффективность капитала — понятия, сформулированные в 1930-х гг. экономистами Кеннетом Боулдингом, Полом Самуэльсоном и Джоном Мейнардом Кейнсом. Внутренняя норма доходности или предельная эффективность капитала — понятия, относящиеся к ситуации только с одним вариантом инвестирования. В 1935 г. англичанин Кеннет Боулдинг (1910–1993) в своей статье [10] ввел понятие внутренней нормы доходности (*internal rate of return*), которая вычисляется из уравнения $V_0 = \frac{x_1}{(1+i)} + \frac{x_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{x_n}{(1+i)^n}$, где V_0 — сто-

имость предприятия, i — внутренняя норма доходности, n — число периодов, и x_1, x_2, \dots, x_n — ряд известных чистых доходов (положительных или отрицательных). Он отметил, что решение не является простым с точки зрения математики, и считал, что в большинстве случаев на практике может быть найдено лишь одно решение. Как отмечает Р. Паркер, Боулдинг не придавал значения возможности существования нескольких норм доходности. В контексте рассматриваемой им ситуации с одним вариантом инвестирования он, вероятно, был прав [25, с. 66].

В своей «Общей теории занятости, процента и денег» («The General Theory of Employment,

Interest and Money», 1936) знаменитый английский экономист Джон Мейнард Кейнс (1883–1946) определил предельную эффективность капитала (*marginal efficiency of capital*) как «величину, равную той норме дисконта, которая уравнила бы нынешнюю стоимость ряда годовых доходов, ожидаемых от использования капитального имущества в течение срока его службы, с ценой его предложения» [3, с. 147–148] и ошибочно отождествил ее с нормой дохода относительно издержек Фишера [3, с. 151–152]. Впервые на эту ошибку, допущенную Кейнсом, указал Армен Алчиан (1914–2013) в своей статье в 1955 г. [8]. Предельная эффективность капитала Кейнса — это норма дисконта, которая уравнивает текущую стоимость (*present worth*) потоков доходов с текущей стоимостью потоков затрат. Таким образом, чистая текущая стоимость варианта инвестирования (*net present worth of an investment option*) выглядит следующим образом: $\int_0^t [R(t) - E(t)] e^{-rt} dt$, где $R(t)$ — потоки доходов, $E(t)$ — потоки затрат, e^{-rt} — коэффициент дисконтирования для периода t . Норма r , которая делает эту текущую стоимость равной нулю, есть предельная эффективность капитала, или внутренняя норма доходности, но не есть норма дохода относительно издержек Фишера. Понятие же нормы дохода относительно издержек Фишера, разработанное для оценки инвестиционных альтернатив по критерию наибольшей текущей стоимости, как уже было отмечено, может быть определено только при наличии как минимум двух вариантов инвестирования. Если обозначить разницу в текущих стоимостях двух вариантов, приведенных при ставке r , как $\int_0^t ([R_1(t) - E_1(t)] - [R_2(t) - E_2(t)]) e^{-rt} dt$, то ставка r , которая делает эту разницу равной нулю, есть норма дохода относительно издержек Фишера [8, с. 938].

Алчиан считает, что ошибка Кейнса, вероятно, появилась по следующей причине [8, с. 940]. Цитируя Фишера, что «норма дохода сверх [относительно] издержек — есть такая норма, которая, будучи использована при расчете приведенной стоимости всех затрат и текущей стоимости всех доходов, делает эти величины равными» [3, с. 151–152; 15, с. 168], Кейнс не обратил внимания на следующие за этим предложения: «Или, как выразился бы математик, норма, которая при вычислении текущей стоимости целого ряда разностей между двумя потоками дохода (разностей как положительных, так и отрицательных), сделает их сумму равной нулю. Если норма, вычислен-

ная таким образом, взята для каждой возможной пары потоков доходов в сопоставлении с их преимуществами и недостатками, верно было бы решать по каждому отдельному варианту, какой из двух предпочтительнее» [15, с. 168–169].

Показатели Фишера и Кейнса, тем не менее, могут совпасть при выполнении двух определенных условий (которые обычно не выполняются): во-первых, чистый поток доходов, образованный конечным инвестиционным проектом с разными денежными потоками, сразу же после своего образования должен быть реинвестирован в новые инвестиционные проекты с той же внутренней нормой доходности Кейнса, и, во-вторых, такое реинвестирование образованных чистых доходов должно быть продолжено при этой же внутренней норме навсегда [8, с. 941].

Нововведения Боулдинга и Кейнса проанализировал американский экономист Пол Самуэльсон (1915–2009) в статье в *The Quarterly Journal of Economics* в 1937 г. [30]. Он отметил существенную эквивалентность своей собственной внутренней нормы процента (*internal rate of interest*), внутренней нормы доходности Боулдинга и предельной эффективности капитала Кейнса, а также указал на возможность отсутствия нормы доходности либо наличия множества норм. Он был не согласен с Боулдингом в том, что рациональный и дальновидный инвестор должен максимизировать внутреннюю норму доходности, и утверждал, что правильный принцип уже давно имелся в старой литературе по данной теме: «С учетом процентной ставки, при которой все могут одалживать или занимать... каждый предприниматель будет выбирать то значение переменной из имеющихся, которое максимизирует текущую стоимость инвестиционного счета, текущая стоимость вычисляется путем капитализации потока доходов по рыночной ставке процента. Это следует из того факта, что в наших идеальных условиях инвестиционный счет обязательно имеет рыночную стоимость, равную капитализированной стоимости, и эквивалентную денежной сумме, и большая первоначальная денежная сумма всегда предпочтительнее меньшей» [30, с. 482].

Завершая наш обзор, отметим, что в 1938 г. вышла книга гарвардского исследователя Джона Берра Уильямса (1900–1989) «Теория инвестиционной стоимости» («*The Theory of Investment Value*») [40], в которой не последнее место уделялось методу текущей стоимости. Пятая глава книги носила название «Оценка

по правилу текущей стоимости» («Evaluation by the Rule of Present Worth»), однако посвящена она была лишь вопросам оценки финансовых активов и обязательств.

Только в 1950-е гг. интерес к использованию метода дисконтирования денежных потоков стал возрастать, и лишь в 1960-х годах его применение стало широко распространенным. Многочисленные обсуждения преимуществ и недостатков метода дисконтирования, а также различные его модификации, разрабатываемые с момента активного внедрения метода в производственную практику в 1960-х гг. вплоть до наших дней, на наш взгляд, заслуживают отдельного исследования.

Заключение

Традиционно считается, что метод дисконтирования денежных потоков впервые появился в трудах И. Фишера, в которых он опирался на идеи других экономистов-теоретиков второй половины XIX в. по теории процента. Это не совсем так. Наша позиция заключается в следующем: концепция текущей стоимости имеет многовековую историю, а ее развитие носит в каком-то смысле эволюционный характер. И. Фишер не является основоположником метода дисконтирования — скорее, он был первым, кто доказал необходимость его применения для оценки эффективности инвестиционных проектов и оценки стоимости имущества. Заслуга А. Маршалла, О. Бем-Баверка, И. Фишера и других экономистов конца XIX — начала XX вв. заключается в том, что они научно обосновали применявшиеся на практике ранее в течение столетий математические инструменты. Сам А. Маршалл писал в своих «Принципах экономической науки»: «Экономическая наука внесла весьма основательную и существенную лепту в объяснение роли, которую играет в нашей индустриальной системе капитал, но она не сделала никаких потрясающих открытий. Всем сколько-нибудь значительным, что теперь известно экономистам, уже давно руководствовались даровитые бизнесмены, хотя они и не сумели бы четко или даже точно изложить свои знания» [4, с. 550]. На наш взгляд, это высказывание очень хорошо характеризует обозначенную ситуацию в отношении концепции текущей стоимости и метода дисконтирования.

Еще в Средние века проблема сложных процентов обсуждалась в книгах европейских ма-

тематиков. В «Книге абака» 1202 г. Леонардо Пизанского впервые была рассчитана текущая стоимость аннуитета. В XVI в. С. Стевин, вероятно, первым применил критерий чистого дисконтированного дохода к финансовым инвестициям. Критерий внутренней нормы доходности впервые проявил себя в таблицах облигаций XIX в. В том же столетии промышленная революция в Европе способствовала развитию концепции текущей стоимости для оценки существенно возросших в объеме капитальных вложений.

В статье рассмотрена история развития концепции текущей стоимости преимущественно с позиции европейско-американской экономической мысли. Однако нельзя отрицать возможность параллельного развития этой концепции, к примеру, в Китае, Индии и на Ближнем Востоке. Известно, что еще до Леонардо Пизанского около 500 г. н. э. индийский астроном и математик Ариабхата (476–550) уже решал задачи со сложными процентами, хоть и не разработал концепцию текущей стоимости. Также не секрет, что Леонардо в «Книге абака» во многом основывался на трудах знаменитого персидского ученого Аль-Хорезми (ок. 783 — ок. 850), но в несколько ином ключе: например, Аль-Хорезми рассматривал проблему разделения наследства между членами семьи, в то время как Леонардо больше интересовали вопросы о разделении капитала среди торговцев [16, с. 128]. Что касается Китая, то, например, известен случай существования в этой стране в начале XVIII в. финансовой схемы кооператива, участники которой признавали концепцию ценности денег во времени и понятие риска и рассчитывали график платежей с использованием нормы дисконта [29]. Вполне вероятно, что в Китае можно обнаружить более ранние примеры расчетов текущей стоимости.

Данная статья не претендует на исчерпывающее описание истории развития метода дисконтирования и концепции текущей стоимости в целом. Тем не менее, мы искренне надеемся, что рассмотренные в ней исторические примеры продемонстрировали достаточно высокий уровень понимания и практического применения концепции текущей стоимости на протяжении нескольких столетий. Также полагаем, что подобные исторические обзоры помогают лучше понять суть этой концепции.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Бем-Баверк О. Ф. Избранные труды о ценности, проценте и капитале. — М.: Эксмо, 2009. — 912 с.
2. Блауг М. Экономическая мысль в ретроспективе. — М.: Дело Лтд, 1994. — 720 с.
3. Кейнс Дж. М. Общая теория занятости, процента и денег. Избранное. — М.: Эксмо, 2007. — 960 с.
4. Маршалл А. Основы экономической науки. — М.: Эксмо, 2007. — 832 с.
5. Нейгебауер О. Точные науки в древности. — М.: Наука, 1968. — 224 с.
6. Протодьяконов М. М. Изыскания и проектирование железных дорог. — М.: Трансжелдориздат, 1934. — 332 с.
7. Рубинштейн М. Великие моменты в финансовой экономике. Часть I: История концепции приведенной стоимости // Вопросы оценки. — 2007. — № 2. — С. 2–9.
8. Alchian A. A. The Rate of Interest, Fisher's Rate of Return over Costs and Keynes' Internal Rate of Return // The American Economic Review. — 1955. — Vol. 45. — No. 5. — P. 938–943.
9. Boncompagni B. Scritti di Leonardo Pisano, matematico del secolo decimoterzo. — Vol. I: Liber Abbaci. — Roma: Tipografia delle scienze matematiche e fisiche, 1857. — 459 p.
10. Boulding K. E. The Theory of a Single Investment // The Quarterly Journal of Economics. — 1935. — Vol. 49. — No. 3. — P. 475–494.
11. Brackenborough S., McLean T., Oldroyd D. The Emergence of Discounted Cash Flow Analysis in the Tyneside Coal Industry c. 1700–1820 // The British Accounting Review. — 2001. — Vol. 33. — No. 2. — P. 137–155.
12. Fish J. C. L. Engineering Economics: First Principles. — New York: McGraw-Hill, 1915. — 217 p.
13. Fisher I. The Nature of Capital and Income. — New York: Macmillan, 1906. — 427 p.
14. Fisher I. The Rate of Interest. — New York: Macmillan, 1907. — 442 p.
15. Fisher I. The Theory of Interest. — New York: Macmillan, 1930. — 566 p.
16. Goetzmann W. N. Fibonacci and the Financial Revolution // The Origins of Value: The Financial Innovations that Created Modern Capital Markets / ed. by W. N. Goetzmann and K. G. Rouwenhorst. — Oxford: Oxford University Press, 2005. — P. 123–143.
17. Goetzmann W. N. Money Changes Everything: How Finance Made Civilization Possible. — Princeton: Princeton University Press, 2016. — 584 p.
18. Grant E. L. Principles of Engineering Economy. Revised Edition. — New York: Ronald Press, 1938. — 431 p.
19. Harrison P. Rational Equity Valuation at the Time of the South Sea Bubble // History of Political Economy. — 2001. — Vol. 33. — No. 2. — P. 269–281.
20. Hayes R. The Money'd Man's Guide: Or, the Purchaser's Pocket Companion. — London: W. Meadows, 1726. — 112 p.
21. Jones T. W., Smith J. D. An Historical Perspective of Net Present Value and Equivalent Annual Cost // The Accounting Historians Journal. — 1982. — Vol. 9. — No. 1. — P. 103–110.
22. Lewin C. G. An Early Book on Compound Interest: Richard Witt's Arithmetical Questions // Journal of the Institute of Actuaries. — 1970. — Vol. 96. — No. 1. — P. 121–132.
23. Locke J. Some Considerations of the Consequences of the Lowering of Interest, and Raising the Value of Money. — London: Awnsham and John Churchill, at the Black-Swan in Pater-Noster-Row, 1692. — 192 p.
24. Martin Faustmann and the Evolution of Discounted Cash Flow: Two Articles from the Original German of 1849 / ed. by M. Gane. — Oxford: Commonwealth Forestry Institute, 1968. — 55 p.
25. Parker R. H. Discounted Cash Flow in Historical Perspective // Journal of Accounting Research. — 1968. — Vol. 6. — No. 1. — P. 58–71.
26. Pitts M. In Praise of the "Other" William Armstrong: A Nineteenth Century British Engineer and Early Management Consultant // Accounting History. — 2001. — Vol. 6. — No. 2. — P. 33–58.
27. Poitras G. The Early History of Financial Economics, 1478–1776: From Commercial Arithmetic to Life Annuities and Joint Stocks. — Northampton: Edward Elgar, 2000. — 522 p.
28. Price J. M. Tables Exhibiting the Present Worth... — New York: P. A. Mesier, 1843. — 21 p.
29. Reiss J. A., Scorgie M. E., Rowe J. D. An Historical Example of Discounting in an Early Eighteenth-Century Chinese Financial Scheme // Accounting, Business & Financial History. — 1996. — Vol. 6. — No. 2. — P. 203–211.
30. Samuelson P. A. Some Aspects of the Pure Theory of Capital // The Quarterly Journal of Economics. — 1937. — Vol. 51. — No. 3. — P. 469–496.
31. Scorgie M. E. Evolution of the Application of Present Value to Valuation of Non-monetary Resources // Accounting and Business Research. — 1996. — Vol. 26. — No. 3. — P. 237–248.
32. Sigler L. E. Fibonacci's Liber Abaci: A Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation. — New York: Springer, 2002. — 638 p.
33. Stevin S. Tafelen van Interest. — t'Antwerpen: By Christoffel Plantijn in den gulden Passer, 1582. — 92 p.
34. Sutton W. Institute of Actuaries' Text-Book of the Principles of Interest, Life Annuities, and Assurances, and their Practical Application. Part 1. Interest (including Annuities-Certain). — London: Layton, 1882. — 174 p.
35. The Principal Works of Simon Stevin. Vol. II: Mathematics / ed. by D. J. Struik. — Amsterdam: C. V. Swets & Zeitlinger, 1958. — 455 p.
36. Todhunter R. Institute of Actuaries' Text-Book of the Principles of Interest, Life Annuities, and Assurances, and their Practical Application. Part 1. Interest (including Annuities-Certain). New Edition. — London: Layton, 1901. — 214 p.

37. *Trenchant J.* L'Aritmetique de Ian Trenchant departie en troys livres. — A Lyon: Par Ian Trenchant, 1558. — 322 p.
38. *Van De Mieroop M.* The Invention of Interest: Sumerian Loans // *The Origins of Value: The Financial Innovations that Created Modern Capital Markets* / ed. by W. N. Goetzmann and K. G. Rouwenhorst. — Oxford: Oxford University Press, 2005. — 404 p. — P. 17–30.
39. *Wellington A. M.* The Economic Theory of the Location of Railways. — New York: J. Wiley & Sons, 1887. — 980 p.
40. *Williams J. B.* The Theory of Investment Value. — Cambridge: Harvard University Press, 1938. — 613 p.