

## ДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПТИМАЛЬНОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ПРЯМОГО НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ ФИРМЫ

**В. А. Славин**

*Целью статьи является демонстрация возможностей вероятностно-динамического метода в исследовании важнейшей проблемы экономической теории предложения — установления законов оптимального ценообразования в условиях прямого налогообложения фирмы. Поставленная цель предполагает расчет зависимости объема и издержек предложения, прибыли и цены товара от величины ставки прямого налога, а также описание экономической природы полученных зависимостей, выражающих сущность эффектов Лаффера в микроэкономике.*

*В соответствии с идеями вероятностно-динамического метода, в статье введена функция Гамильтона, описывающая способность хозяйствующего субъекта к принятию оптимального решения, и проинтегрирована система уравнений Гамильтона, позволяющая изучить формирование основных показателей процесса ценообразования — объема и издержек предложения, прибыли и цены товара, представляя их в виде функции от параметра налогообложения (налоговой ставки).*

*Получена модифицированная кривая Лаффера — зависимость объема предложения товара от ставки налога. Найдено выражение для оптимальной налоговой ставки, величина которой ( $\approx 18\%$ ) хорошо согласуется с результатами экономической теории.*

*Исследовано выражение для производственной функции микросистемы (кривой издержек) при различных значениях параметра налогообложения. Показано, что в случае малых налоговых ставок производственная функция иллюстрирует закон полных издержек, в котором роль постоянных издержек играет величина налогового параметра. При больших значениях налогового параметра производственная функция выходит на константу, свидетельствуя о том, что полные издержки фирмы представлены исключительно издержками налогообложения.*

*Найдено выражение для прибыли фирмы как функции от объема предложения при различных значениях налоговой ставки. Показано, что при слабом налоговом бремени поведение кривой прибыли практически не отличается от невозмущенного случая. При больших параметрах налогообложения функция прибыли  $r$  обратно пропорциональна величине налоговой ставки*

*Описаны особенности формирования закона предложения фирмы. Показано, что при малых налоговых нагрузках зависимость цены от объема предложения повторяет невозмущенную кривую предложения, а при больших нагрузках приближается к кривой себестоимости, свидетельствуя о стремлении рентабельность продаж к нулю ввиду того, что практически вся прибыль предприятия расходуется на покрытие налоговых выплат.*

*В работе установлена природа описанных эффектов Лаффера, связанная с особенностями отклика состояний (фазовых траекторий) микроэкономических систем на поле налогового возмущения в различные моменты процесса формирования цены предложения.*

### **Введение. Постановка задачи**

Проблема налоговых отчислений занимает важное место в системе макроэкономического анализа [9]. После классических работ А. Смита [16], в которых создано учение о налогах и сформулированы основные принципы налогообложения, последующие теории исходили из различных представлений о роли государства в решении экономических, правовых и социальных задач налогообложения.

Если Кейнс [10] придерживался концепции жесткой налоговой политики государства, направленной на обеспечение экономической целесообразности и социальной справедливости путем формирования эффективного спроса, то представители неоклассической теории налогообложения (Милль [6], Фридман

[19]) считали, что регулирующее воздействие государства должно лишь обеспечивать устранение тех препятствий, которые мешают действию законов свободного рынка в поддержании экономического равновесия в обществе.

Важное место в современных работах по теории налогообложения занимает проблема оптимизации налоговых отчислений. Так, представитель неокейнсианского учения Дж. Стиглиц предложил ввести в систему государственного регулирования пять принципов оптимального налогообложения (экономическая эффективность, административная простота, политическая ответственность, справедливость и гибкость), которые должны обеспечить выполнение главного критерия «оптимальной экономической политики — до-

стижения максимального общественного благосостояния» [18].

В рамках неоклассической теории большой интерес представляет концепция экономики предложения, основной задачей которой является исследование оптимальных налоговых выплат, обеспечивающих эффективность процессов рыночного саморегулирования [21, 22]. Принципиальное решение этой задачи, предложенное Лаффером, состоит в изучении немотонной эмпирической зависимости между ставкой налога и доходом бюджета (кривой Лаффера), отражающей тот факт, что одни и те же налоговые отчисления могут быть обусловлены различными налоговыми ставками — так называемый эффект Лаффера.

В качестве основного механизма, обуславливающего этот эффект, выступают экономические интересы хозяйствующего субъекта, проявляющиеся в стимулировании экономической деятельности и сознании необходимости пополнения бюджета государства (в области подъема кривой при малых налоговых ставках) и в уклонении от уплаты налогов (в области ее спада при больших ставках).

Отсюда вытекает основная задача теории экономики предложения, заключающаяся в нахождении оптимальной точки Лаффера — точки максимума кривой Лаффера, а также в анализе условий, обеспечивающих смещение этой точки в область меньших значений [5].

В рамках самосогласованного макроэкономического анализа исследования лафферовских эффектов проводят, главным образом, с использованием эконометрических методов [1–4]. Выделим здесь два из них, отличающихся видом используемых моделей. В первом методе, называемом оптимизационным [4, 13, 17], в качестве эконометрической модели выступает величина чистой прибыли, зависящая от средней цены выпускаемой продукции, объема выпуска, налога на прибыль и ряда других макроэкономических параметров. В работе [4] решена вариационная задача отыскания максимума прибыли как функции средней цены продукции, из которой точка Лаффера определяется в виде зависимости налоговой ставки от всех остальных макропараметров модели. При этом оказывается, что условием, обеспечивающим снижение оптимальной налоговой ставки, является отрицательный знак эластичности прибыли по цене, отвечающий дефляционной политике производственного сектора экономики.

Второй, производственно-институциональный метод [1, 2] представляет кривую Лаффера в виде обобщенной производственной функ-

ции (совокупного объема выпускаемой продукции), в качестве экзогенной переменной которой, наряду с трудом (численностью занятых) и капиталом (объемом основных фондов), выступает институциональный фактор — средняя налоговая нагрузка. В этом случае оптимальная точка Лаффера определяется как точка максимума объема выпуска по совокупной налоговой ставке при заданных значениях остальных параметров.

Следует, однако, отметить, что применение упомянутых эконометрических методов встречается с определенными трудностями, связанными с проблемой выбора эконометрических моделей, удовлетворяющих требованию «инвариантности фискальных точек Лаффера» [1], и с обеспечением нужной степени достоверности результатов, получаемых с использованием массивов статистических данных недостаточно высоких размерностей [2].

Наряду с макроэкономическими аспектами проблемы оптимизации налоговых отчислений, определенный интерес в неоклассической теории предложения приобретают динамические методы [7], требование оптимальности которых заложено в самой постановке задачи. Основным объектом исследования в этих методах являются регулярные зависимости показателей хозяйственной деятельности предприятий от параметров налогового бремени, выступающих в качестве экзогенных переменных. Но несмотря на определенные преимущества, динамические модели оптимального поведения фирмы в условиях прямого налогообложения отражены в экономической литературе явно недостаточно полно. Восполнению этого пробела посвящена настоящая статья.

Нами предложен микроэкономический подход к решению задачи об оптимальном налогообложении производственных систем, основанный на идеях вероятностно-динамического метода [11, 12, 14]. В рамках этого метода изучен регулярный отклик фирмы на внешнее возмущение, определяемый заданным режимом налоговой нагрузки. Установлены функциональные соотношения между величиной налоговой ставки и основными показателями процессов реализации товарной продукции — объемом и издержками предложения, прибылью и ценой предложения товара. Показано, что характерным для этих зависимостей является параболический вид кривых (названных модифицированными кривыми Лаффера), для которых найдены оптимальные точки Лаффера и установлены зависимости их от технологических показателей производствен-

ной системы. В работе изучены зависимости издержек предложения, прибыли и цены от объема предложения при различных значениях налоговой ставки и описаны особенности процессов ценообразования в условиях прямого налогообложения фирмы. Приведено обсуждение экономического смысла полученных результатов и обозначены границы области их применимости.

С точки зрения вероятностно-динамической теории производственное состояние фирмы описывается обобщенными фазовыми переменными [14]

$$\begin{aligned}\bar{X} &= (X_\mu) = \left( \sum_l \gamma_{\mu l} x_l \right) = \hat{\gamma} \bar{x}; \\ \bar{B} &= (B_\mu) = \sum_l \gamma_{\mu l} b_l = \hat{\gamma} \bar{b},\end{aligned}\quad (1)$$

отвечающими квазинезависимым степеням свободы — производственным участкам (бинарным группам) фирмы  $\mu$ , где  $\bar{x} = (x_l)$ ,  $\bar{b} = (b_l)$  — векторы исходных ресурсов предприятия;  $\hat{\gamma} = (\gamma_{\mu l})$  — матрица взаимодействия ресурсов в ходе технологических процессов на производственных участках  $\mu$ . Фазовые переменные  $X_\mu$  и  $B_\mu$  образуют векторы хозяйственного решения бинарной группы:  $\bar{s}_\mu = (X_\mu, B_\mu)$ , и всей производственной системы:  $\bar{s}_\mu = (s_\mu) = (\bar{X}, \bar{B})$ .

Способность субъекта к принятию хозяйственного решения (1), направленного на оптимальное преобразование ресурсов в условиях рентабельного режима предложения товара и слабого налогового возмущения, будем описывать функцией Гамильтона (величиной производственной собственности), имеющей вид (ср. с формулой (7) работы [12])

$$P(t) = \sum_\mu \left[ \frac{\beta_\mu B_\mu^2}{2} + \frac{\omega_\mu^2(t) X_\mu^2}{2\beta_\mu} - f_\mu(t) X_\mu \right] = \sum_\mu P_\mu(t), \quad (2)$$

где  $\beta_\mu$  — скалярный коэффициент, характеризующий качество продукции бинарного процесса  $\mu$ ;  $P_\mu(t)$  — удельная функция Гамильтона, приходящаяся на производственный участок  $\mu$ .

Критерием оптимальной трансформации ресурсов в динамической теории производства и реализации товара [12] выступает принцип максимума Понтрягина — Гамильтона [8]: для каждого участка цеха оптимальными являются такие решения

$$\bar{s}_\mu(t) = (B_\mu(t), X_\mu(t)), \quad (3)$$

которые для каждого момента времени  $t$  обеспечивают максимальное значение функции собственности (2) и удовлетворяют системе дифференциальных уравнений Гамильтона

$$\begin{aligned}\frac{dX_\mu}{dt} &= \frac{\partial P}{\partial B_\mu} = \beta_\mu B_\mu(t); \\ \frac{dB_\mu}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial X_\mu} = -\frac{\omega_\mu^2 X_\mu}{\beta_\mu} + f_\mu(t).\end{aligned}\quad (4)$$

С течением времени векторы (3) эволюционируют в пространстве состояния фирмы вдоль кривых, называемых фазовыми траекториями производственной системы.

Слагаемое  $-f_\mu(t)X_\mu$  в гамильтониане  $P_\mu(t)$  описывает локальный отклик производственного участка на возмущение, обусловленное процессом налогообложения фирмы в момент времени  $t$ . Такое возмущение будем называть внешним (экзогенным), а функцию  $f_\mu(t)$  — налоговой функцией, характеризующей «силу» налоговой нагрузки. В дальнейшем будем предполагать, что модуль «силы»  $|f_\mu(t)|$  много меньше технологической «силы», описываемой первым слагаемым в правой части уравнения (4):

$$|f_\mu(t)| \ll \frac{\omega_\mu^2 X_{\mu 0}}{\beta_\mu}, \quad (5)$$

где  $X_{\mu 0} = \max_{\{t\}} X_\mu(t)$ .

Переменные во времени частоты  $\omega_\mu(t)$  технологических циклов участков  $\mu$  характеризуют отклик фирмы на внутреннее (параметрическое) возмущение, вызванное извлечением денежных средств из оборотного капитала при формировании объема и издержек предложения товара [12]:

$$\omega_\mu^2(t) = \omega_{\mu 0}^2 (1 + \varepsilon_\mu \cos 2\omega'_\mu t), \quad (6)$$

где  $\omega'_\mu = \omega_\mu + \delta_\mu/2$ ;  $\delta_\mu$  — расстройка частот цехового процесса  $\omega_\mu$  и его возмущения  $\omega'_\mu$  ( $\delta_\mu \ll \omega_\mu$ );  $\varepsilon_\mu$  — интенсивность внутреннего возмущения, удовлетворяющая условию рентабельного режима предложения

$$\varepsilon_\mu > \frac{|\delta_\mu|}{\omega_\mu}.$$

В последующих разделах работы будет решена система уравнений Гамильтона (4), найдены фазовые траектории (3) и величина собственности  $P_\mu(t)$  как функции времени  $t$ . Получено выражение для изображающей траектории бинарной группы  $P_\mu(X_\mu, t)$ , исследование которой позволило определить зависимости показателей процесса ценообразования — объема и издержек предложения, прибыли и цены товара — от величины налоговой ставки.

Полученные в работе результаты отнесены к отдельным степеням свободы — производственным участкам фирмы. Но, благодаря векторному характеру хозяйственных решений (1)

и аддитивности гамильтониана (2), эти результаты без труда могут быть обобщены на всю производственную систему.

**Решение основных уравнений. Изображающие траектории производственных участков**

Вводя новые переменные

$$\xi = \sqrt{\frac{\omega_{\mu 0}}{\lambda \beta_{\mu}}} X_{\mu \sigma}; \zeta = \sqrt{\frac{\beta_{\mu}}{\lambda \omega_{\mu 0}}} B_{\mu \sigma};$$

$$\eta(\tau) = \frac{2}{\omega_{\mu 0}} \sqrt{\frac{\beta_{\mu}}{\lambda \omega_{\mu 0}}} f_{\mu \sigma}(t);$$

$$\tau = \omega_{\mu 0} t; r\tau = \omega'_{\mu} t;$$

$$\Omega^2(\tau) = \frac{\omega_{\mu}^2(t)}{\omega_{\mu 0}^2} = (1 + \varepsilon \cos 2r\tau), \quad (7)$$

перепишем уравнения Гамильтона (4) и функцию собственности  $P_{\mu}(t)$  в безразмерном виде

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \zeta; \frac{d\zeta}{d\tau} = -\Omega^2(\tau)\xi + \frac{\eta(\tau)}{2}; \quad (8)$$

$$P_{\mu}(t) = P_{\mu 0} \left( \zeta^2 + \Omega^2(\tau)\xi^2 - \frac{\eta(\tau)}{2}\xi \right). \quad (9)$$

После дифференцирования первого уравнения системы (8) и исключения переменной  $\zeta$  с помощью второго получаем уравнение динамической эволюции производственного участка фирмы в виде

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \Omega^2(\tau)\xi = \frac{\eta(\tau)}{2}. \quad (10)$$

Принимая в качестве начальных условий равенства

$$\xi(\tau=0) = 0; \left. \frac{d\xi}{d\tau} \right|_{\tau=0} = \zeta(\tau=0) = \xi_0, \quad (11)$$

будем искать решение уравнения (10) как

$$\xi(\tau) = C_1(\tau) \cos r\tau \operatorname{sh} q\tau - C_2(\tau) \sin r\tau \operatorname{ch} q\tau, \quad (12)$$

где  $C_1(\tau)$  и  $C_2(\tau)$  — некоторые дифференцируемые функции;  $q$  — параметр рентабельности [12]:

$$q = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^2 - \left( \frac{\delta_{\mu}}{2\omega_{\mu 0}} \right)^2} \ll r = 1 + \frac{\delta_{\mu}}{2\omega_{\mu 0}}. \quad (13)$$

Подставляя (12) в уравнение (10) и применяя метод вариации постоянных [15], в линейном приближении по малым параметрам  $\frac{q}{r} \ll 1$  и

$$\frac{|\eta(\tau)|}{\xi_0} \ll 1 \quad (14)$$

(см. (5)) получаем выражение для фазовой траектории участков фирмы

$$\xi(\tau) = -\xi_1(\tau) \cos r\tau + \xi_2(\tau) \sin r\tau;$$

$$\zeta(\tau) = \xi_1(\tau) \sin r\tau + \xi_2(\tau) \cos r\tau, \quad (15)$$

откуда на основании формул (15) и (9) находим функцию собственности  $P_{\mu}(\tau)$ :

$$P_{\mu}(\tau) = P_{\mu 0} \xi_1^2(\tau) (1 + \varepsilon \cos 2r\tau \cos^2 r\tau) +$$

$$+ P_{\mu 0} \xi_2^2(\tau) (1 + \varepsilon \cos 2r\tau \sin^2 r\tau) -$$

$$- P_{\mu 0} \frac{\varepsilon}{2} \xi_1(\tau) \xi_2(\tau) \sin 4r\tau +$$

$$+ P_{\mu 0} \eta_0 \xi_1(\tau) \theta(\tau) \cos r\tau -$$

$$- P_{\mu 0} \eta_0 \xi_2(\tau) \theta(\tau) \sin r\tau. \quad (16)$$

Здесь

$$\xi_1(\tau) = \xi_0 \operatorname{sh} q\tau - \eta_0 Y_1(\tau);$$

$$\xi_2(\tau) = \xi_0 \operatorname{ch} q\tau - \eta_0 Y_2(\tau); \quad (17)$$

$$Y_{1,2}(\tau) = \int_0^{\tau} \theta(\tau') \left[ e^{q(\tau-\tau')} \sin \left( r\tau' + \frac{\pi}{4} \right) \mp \right.$$

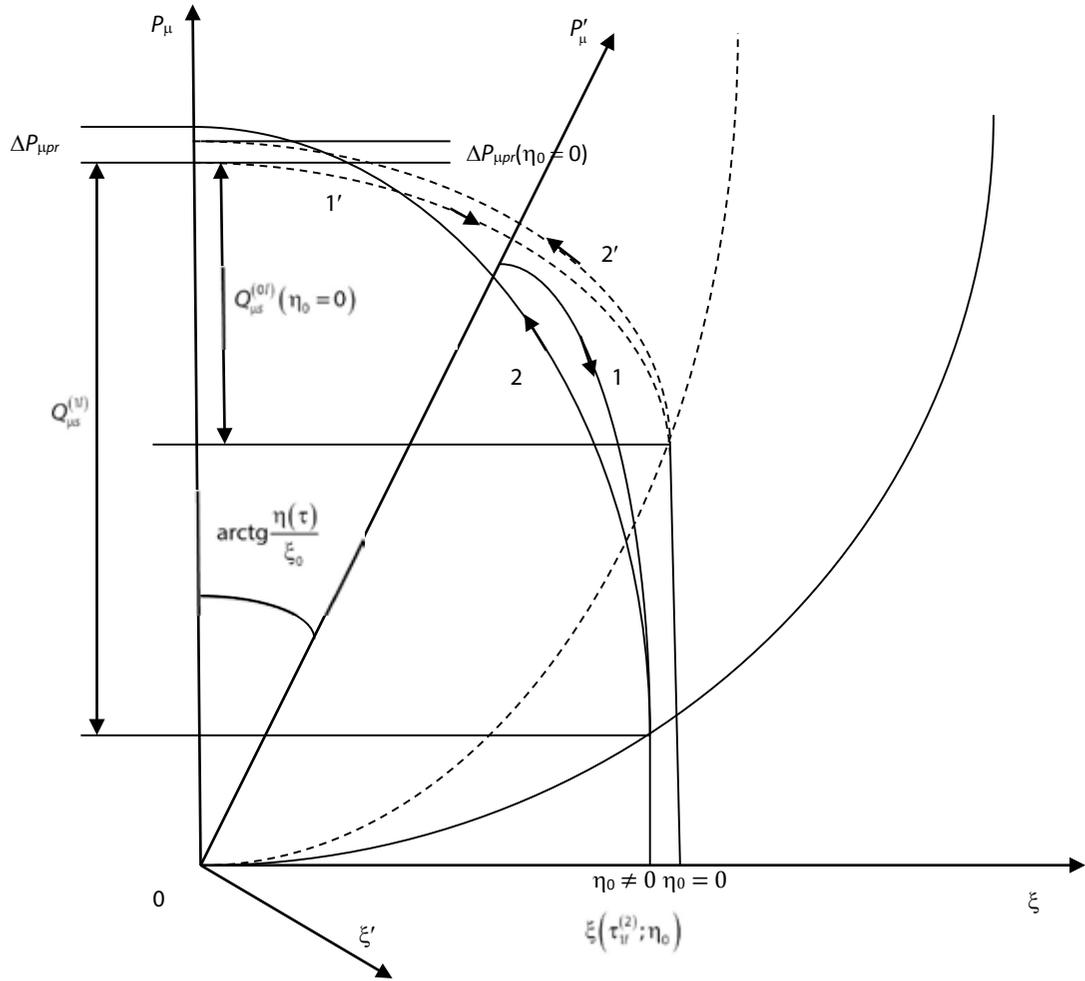
$$\left. \mp e^{-q(\tau-\tau')} \cos \left( r\tau' + \frac{\pi}{4} \right) \right] d\tau'. \quad (18)$$

функции нелокального отклика производственных участков в момент времени  $\tau$ , являющегося результатом эволюции налоговых возмущений за все время действия налоговой «силы»  $\eta(\tau) = \eta_0 \theta(\tau)$  на интервале  $[0, \tau]$ ;  $\eta_0$  — налоговый параметр;  $\theta(\tau)$  — некоторая функция, описывающая распределение «силы» налогового бремени во времени и характеризующая, тем самым, режим изъятия налога.

Соотношения (15) и (16) в параметрическом виде определяют траекторию изображающей точки  $P_{\mu}(\xi)$  участка фирмы [12], находящейся в условиях рентабельной реализации товара и слабого налогового возмущения (см. рис. 1).

Для исследования изображающей траектории  $P_{\mu}(\xi)$  разобьем время эволюции  $[0, \tau]$  на технологические циклы с периодом  $T = 2\pi$  и рассмотрим отклик производственного участка  $\mu$  на внешнее возмущение в течение каждой четверти 1-го цикла  $(2\pi l + (k-1)\frac{\pi}{2} = \tau_{kl}^{(1)} \leq \tau \leq \tau_{kl}^{(2)} = 2\pi l + k\frac{\pi}{2}, k = 1; 2; 3; 4)$ .

Согласно [12], в четвертях цикла, отвечающих нечетным значениям  $k$ , происходят процессы формирования объема предложения  $Q_{\mu s}^{(kl)}$  как части производственной собственности,



**Рис. 1.** Траектории изображающей точки  $P_\mu(\xi)$  бинарной группы в поле налоговой «силы»  $\eta(\tau)$  (пунктирные линии описывают эволюцию невозмущенной системы [12])

воплощенной в товарной продукции и отторгаемой от системы в ходе ее реализации:

$$Q_{\mu s}^{(kl)} = P_\mu(\tau_{kl}^{(1)}) - P_\mu(\tau_{kl}^{(2)}), k = 1; 3. \quad (19)$$

На рис. 1 такой процесс иллюстрирует кривая 1, определяющая в точке  $\xi(\tau_{1l}^{(2)}; \eta_0)$  уровень  $P_\mu(\tau_{1l}^{(2)})$ , до которого уменьшается величина собственности (16) при формировании объема предложения  $Q_{\mu s}^{(1l)}$ .

Представлениями объема предложения в фазовом пространстве являются величины денежных  $\Delta \xi_s$  и материальных  $\Delta \zeta_s$  издержек, определяемые соотношениями

$$P_\mu(\tau_{kl}^{(1)}) = P_\mu\left(\left(\xi(\tau_{kl}^{(2)}) + \Delta \xi_s\right), \tau_{kl}^{(2)}\right); \quad (20)$$

$$P_\mu\left(\left(\xi(\tau_{kl}^{(1)}) - \Delta \zeta_s\right), \tau_{kl}^{(1)}\right) = P_\mu(\tau_{kl}^{(2)}). \quad (21)$$

Равенство (20) ((21)) показывает, какую величину денежных  $\Delta \xi_s$  (материальных  $\Delta \zeta_s$ ) средств необходимо внести в систему в момент времени  $\tau_{kl}^{(2)}$  (изъять из системы в момент  $\tau_{kl}^{(1)}$ ), чтобы в условиях реализации товара уровень

собственности остался неизменным (уменьшился на величину объема предложения).

Для четных четвертей технологического цикла ( $k = 2; 4$ ), в течение которых имеет место компенсация издержек предложения за счет средств дохода от реализации товара и формирование прибыли, задача исследования состоит в установлении зависимости от налоговой функции  $\eta(\tau)$  следующих показателей [12]:

– прибыльной части собственности:

$$\Delta P_{Dpr} = P_\mu(\tau_{kl}^{(2)}) - P_\mu(\tau_{kl}^{(1)}); \quad (22)$$

– величины прибыли  $\Delta \xi_{pr}$

$$\Delta \xi_{pr} = \frac{\Delta P_{\mu pr}}{\left| \omega_\mu^2(t) \xi / \beta_\mu \right|_{\tau_{kl}^{(2)}}} \quad (23)$$

и цены предложения товара  $p_r$ :

$$p_r(Q_{\mu s}^{(kl)}; \eta_0) = \frac{\Delta \xi_s + \Delta \xi_{pr}}{\Delta \zeta_s}. \quad (24)$$

Формирование прибыльной части собственности на рис. 1 иллюстрируется кривой типа 2, определяющей в момент времени  $\tau_{2l}^{(2)}$  уровень

$P_{\mu}(\tau_{2l}^{(2)})$ , до которого возросла (за первые две четверти технологического цикла) величина производственной собственности в результате получения прибыли.

Ниже представлены результаты расчета финансовых показателей (19)–(24) для однородного режима налогообложения, отвечающего постоянно во времени действию «силы» налогового возмущения:  $\eta(\tau) = \eta_0$ .

**Формирование объема и издержек предложения. Модифицированная кривая Лаффера**

Пользуясь формулами (16)–(19) и полагая в них  $\theta(\tau) = 1$ , запишем выражение для объема предложения  $Q_{\mu s}^{(1)}$ , формируемого системой в первой четверти 1-го технологического цикла:

$$Q_{\mu s}^{(1)} = P_{\mu 0} \left\{ \varepsilon [\xi_1^2(\tau) + \xi_2^2(\tau)] + \eta_0 [\xi_1(\tau) + \xi_2(\tau)] \right\}_{\tau_{1l}^{(2)}}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_1(\tau) &= \xi_0 \operatorname{sh} q\tau - \sqrt{2}\eta_0 \operatorname{ch} q\tau; \\ \xi_2(\tau) &= \xi_0 \operatorname{ch} q\tau - \sqrt{2}\eta_0 \operatorname{sh} q\tau. \end{aligned} \quad (26)$$

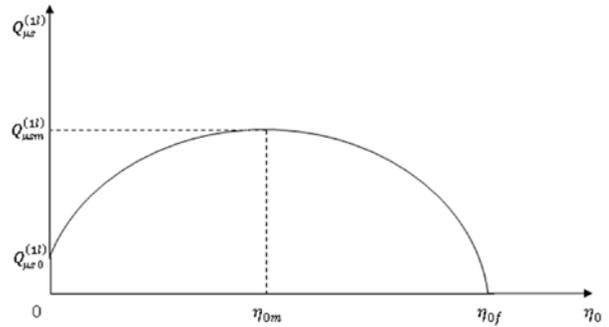
Подставляя (26) в (25), получаем

$$Q_{\mu s}^{(1)} \approx P_{\mu 0} \left[ \varepsilon \xi_0^2 \operatorname{ch} 2q\tau + \eta_0 \xi_0 e^{q\tau} - 2\sqrt{2}\eta_0^2 e^{q\tau} \right]_{\tau_{1l}^{(2)}}. \quad (27)$$

На рисунке 2 демонстрируется характерный вид зависимости объема предложения товара  $Q_{\mu s}^{(1)}$  (27) от величины налогового параметра  $\eta_0$ , получившей название модифицированной кривой Лаффера. Заметим, что ранее такая зависимость была получена в работе [7] путем численного интегрирования уравнений (4).

Согласно (25)–(27), рост объема предложения  $Q_{\mu s}^{(1)}$  на интервале  $[0; \eta_{0m}]$  обусловлен локальным откликом микросистемы, описываемым линейным (по координате  $\xi$ ) слагаемым в гамильтониане (2). Природу такого отклика легко понять из рассмотрения эволюции изображающей точки в подвижной системе координат  $(P'_{\mu}, \xi'(\tau))$  (см. рис. 1). В течение первой четверти технологического цикла изображающая точка движется по кривой типа 1 синхронно с вращением подвижных осей на

угол  $\approx \arctg \frac{\eta(\tau)}{\xi_0}$ . В результате собственность микросистемы испытывает дополнительное (по сравнению с невозмущенным случаем —  $Q_{\mu s}^{(1)}(\eta_0 = 0)$  — пунктирная кривая типа 1') снижение на величину  $Q_{\mu s}^{(1)} - Q_{\mu s}^{(1)}(\eta_0 = 0) =$



**Рис. 2.** Зависимость объема предложения товара от величины налоговой ставки (модифицированная кривая Лаффера)

$= P_{\mu 0} \eta_0 \xi_0 e^{q\tau_{1l}^{(2)}}$ , приводящее к росту объема предложения.

С экономической точки зрения увеличение объема предложения в области значений налогового параметра  $\eta_0 < \eta_{0m}$  объясняется повышением способности хозяйствующего субъекта к компенсации налоговых потерь и обеспечению, тем самым, эффективности процессов производства и реализации товара в условиях налогообложения.

Точка

$$\eta_0 = \eta_{0m} = \frac{\xi_0}{4\sqrt{2}}, \quad (28)$$

в которой функция (27) достигает максимального значения

$$Q_{\mu sm}^{(1)} \approx -P_{\mu 0} \xi_0^2 \operatorname{ch} 2q\tau_{1l}^{(2)} \left( 1 + \frac{1}{8\sqrt{2}\varepsilon} \frac{e^{q\tau_{1l}^{(2)}}}{\operatorname{ch} 2q\tau_{1l}^{(2)}} \right), \quad (29)$$

определяет оптимальную величину налога, пропорциональную координате вектора решения  $\xi_0$ , играющую в данном случае роль начальной налоговой базы (в расчете на одну степень свободы производственной системы). Соответствующая этому налогу оптимальная налоговая ставка имеет значение

$$\frac{\eta_{0m}}{\xi_0} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \approx 18\%, \quad (30)$$

находящееся в хорошем согласии со ставкой налога на прибыль, принятой, например, в России [20, с. 341].

Из формулы (29) видно, что максимальное значения объема предложения  $Q_{\mu sm}^{(1)}$  существенно зависит от интенсивности предложения  $\varepsilon$ , параметра рентабельности  $q = \sqrt{\varepsilon^2 - (2\delta / \omega_{\mu})^2} / 4$  и времени эволюции системы. Рост величины (29) с увеличением указанных параметров обусловлен описанным выше локальным откликом системы на нало-

говое возмущение и объясняется повышением способности системы к компенсации издержек налогообложения за счет роста интенсивности предложения и рентабельности продаж. При этом относительное превышение объема предложения  $Q_{\mu sm}^{(1l)}$  над его невозмущенным значением  $Q_{\mu s0}^{(1l)} = \varepsilon P_{\mu 0} \xi_0^2 \operatorname{ch} 2q\tau_{1l}^{(2)}$  [12] имеет вид

$$\frac{Q_{\mu sm}^{(1l)} - Q_{\mu s0}^{(1l)}}{Q_{\mu s0}^{(1l)}} = \frac{1}{8\sqrt{2}\varepsilon} \frac{e^{\frac{3}{2}q\tau_{1l}^{(2)}}}{\operatorname{ch} 2q\tau_{1l}^{(2)} \operatorname{ch} \frac{q\tau_{1l}^{(2)}}{2}}. \quad (31)$$

Согласно (31), проявление способности системы к компенсации налоговых потерь максимально в начальные циклы технологического процесса; с течением времени эта способность, а вместе с ней и максимальное значение объема предложения уменьшаются по экспоненциальному закону.

В интервале  $(\eta_{0m}, \eta_{0f})$ , где

$$\eta_{0f} = \eta_{0m} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4\sqrt{2}\varepsilon}{\xi_0^2} e^{-q\tau_{1l}^{(2)}}} \right],$$

объем предложения уменьшается, вследствие нелокального отклика, пропорционального  $\eta_0^2$  в выражении (27), что означает понижение способности микросистемы к компенсации издержек налогообложения при больших ставках налога. При  $\eta_0 = \eta_0 \approx 2\eta_{0m}$  объем предложения фирмы обращается в нуль, свидетельствуя о прекращении ее производственной деятельности.

Обратимся теперь к рассмотрению издержек предложения  $\Delta\xi_s$  и  $\Delta\zeta_s$ , отвечающих объему предложения (27). Для этого подставим (15) и (16) в (20), (21) и решим получаемые алгебраические уравнения; в результате получим

$$\Delta\xi_s = \Delta\zeta_s = \left\{ \frac{\varepsilon \left[ \xi_1^2(\tau) + \xi_2^2(\tau) \right] + \eta_0 \left[ \xi_1(\tau) + \xi_2(\tau) \right]}{2\xi_2(\tau) - \eta_0} \right\}_{\tau_{1l}^{(2)}}. \quad (32)$$

где функции  $\xi_1(\tau)$  и  $\xi_2(\tau)$  определены формулой (26). Далее, исключая время  $\tau_{1l}^{(2)}$  из формул (27) и (32), найдем соотношение между издержками и объемом предложения — так называемую производственную функцию предприятия (кривую переменных издержек), приходящуюся на одну степень свободы системы:

$$\Delta\xi_s = \Delta\zeta_s = \frac{\eta_0}{2} \frac{2\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{\eta_0^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{\eta_0^2} - 1}};$$

$$Q_{\mu s}^{(1l)} = Q_{\mu s}^{(1l)} / P_{\mu 0}. \quad (33)$$

Оценим величину  $\frac{2\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{\eta_0^2}$ , рассмотрим две характерные области кривой Лаффера (27). В области подъема этой кривой ( $Q_{\mu s}^{(1l)} > Q_{\mu s0}^{(1l)} = \varepsilon \xi_0^2$ ,  $\eta_0 < \eta_{0m} = \frac{\xi_0}{4\sqrt{2}}$ ) имеем

$$\frac{2\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{\eta_0^2} > \frac{2\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{\eta_{0m}^2} = 64\varepsilon^2.$$

Отсюда, учитывая, что рентабельный режим предложения реализуется при интенсивностях  $\varepsilon > 0,2$  [12], получаем неравенство  $\frac{2\varepsilon Q_{\mu s0}^{(1l)}}{\eta_0^2} \gg 1$ . При больших значениях  $\eta_0$  в области спада кривой Лаффера ( $\eta_{0m} < \eta_0 \lesssim \eta_{0f}$ ) объем предложения уменьшается и может принимать значения  $Q_{\mu s}^{(1l)} \lesssim Q_{\mu s0}^{(1l)}$ , что приводит к противоположной оценке:

$$\frac{2\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{\eta_0^2} < 16\varepsilon^2 \ll 1.$$

Заметим, что последнее неравенство может выполняться и в случае предельно больших коэффициентов рентабельности ( $q \approx \varepsilon$ ), когда интенсивность предложения  $\varepsilon$  может быть сколь угодно малой.

Таким образом, актуальным при анализе кривых издержек является рассмотрение двух предельных случаев. В случае малых значений налогового параметра  $\eta_0$  ( $\eta_0^2 \ll 2\varepsilon Q_{\mu s0}^{(1l)}$ ) кривая (33) иллюстрирует закон полных издержек:

$$\Delta\xi_s = \Delta\zeta_s \approx \sqrt{\frac{\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{2}} + \frac{\eta_0}{2};$$

$$\frac{2\varepsilon Q_{\mu s0}^{(1l)}}{\eta_0^2} \gg 1, \quad (34)$$

в котором роль постоянных издержек играет второе слагаемое, пропорциональное малой величине налога  $\eta_0$ .

При больших значениях параметра  $\eta_0$  ( $\eta_0^2 \gg 2\varepsilon Q_{\mu s0}^{(1l)}$ ) кривая издержек выходит на константу:

$$\Delta\xi_s = \Delta\zeta_s \approx \eta_0 \left[ 1 + 3 \frac{\varepsilon Q_{\mu s}^{(1l)}}{\eta_0^2} \right] \rightarrow \eta_0;$$

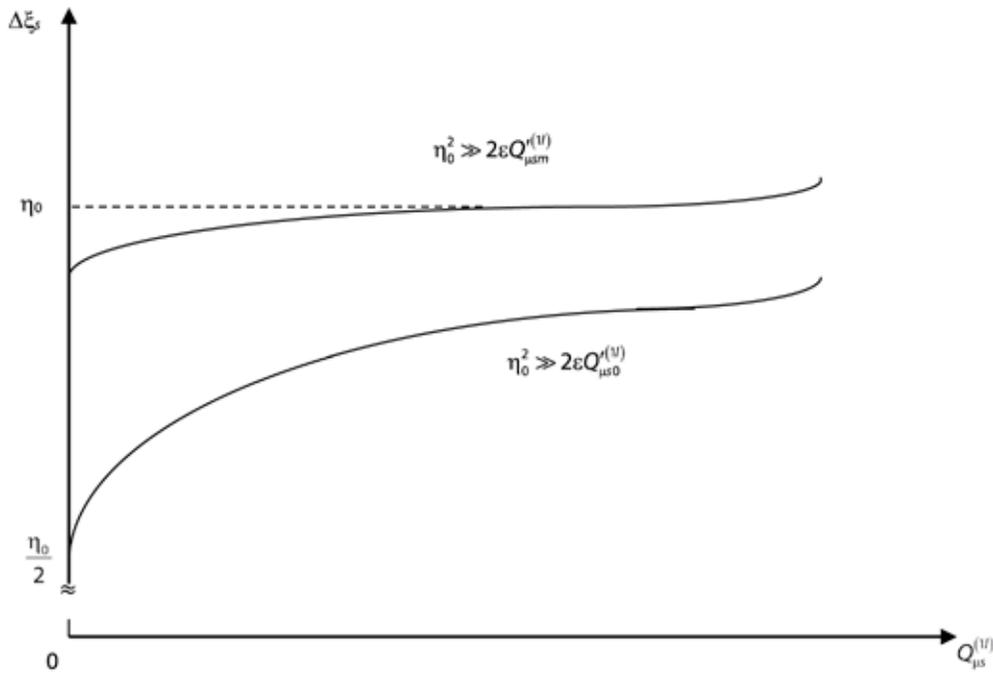


Рис. 3. Графики производственной функции (33) (кривые издержек предложения) в поле налоговой функции

$$\frac{2\varepsilon Q_{\mu s}^{(1/2)}}{\eta_0^2} \ll 1, \quad (35)$$

свидетельствуя о том, что полные издержки фирмы представлены исключительно издержками налогообложения.

Графики производственной функции (33) при различных значениях налогового параметра  $\eta_0$  показаны на рис. 3.

**Формирование прибыли и цены предложения. Закон предложения в условиях налогообложения**

Рассмотрим теперь отклик производственной системы на налоговое возмущение в течение четных четвертей технологического цикла, результатом которого является формирование прибыльной части собственности  $\Delta P_{\mu pr}$  и величины прибыли  $\Delta \xi_{pr}$ . Выражения для  $\Delta P_{\mu pr}$  и  $\Delta \xi_{pr}$  можно найти, если воспользоваться формулами (15), (16), (22) и (23). В результате получаем соотношения

$$\Delta P_{\mu pr} \approx P_{\mu 1} [\tau_{2l}^{(2)}] - P_{\mu 1} [\tau_{2l}^{(1)}],$$

где

$$P_{\mu 1} [\tau_{2l}^{(k)}] \approx P_{\mu 0} \left\{ \xi_0^2 \operatorname{ch} 2q\tau + \eta_0 \xi_0 \left[ \operatorname{ch} q\tau (1 + 2Y_1) + 2 \operatorname{sh} q\tau Y_2 \right] - \eta_0^2 \left[ Y_1 + Y_1^2 + Y_2^2 \right] \right\}_{\tau_{2l}^{(k)}}$$

и

$$\Delta \xi_{pr} = \frac{\Delta P_{\mu pr}}{P_{\mu 0} \left[ \xi_0 \operatorname{ch} q\tau_{2l}^{(2)} - \eta_0 Y_1 \left( \tau_{2l}^{(2)} \right) \right]}, \quad (36)$$

которые после вычисления входящих в них интегралов (18) для однородного режима налогообложения могут быть записаны в более простом виде

$$\Delta P_{\mu pr} \approx P_{\mu 0} q\pi \operatorname{sh} 2q\tau_{2l}^{(2)} \left( \xi_0^2 + 2\eta_0 \xi_0 - 4\sqrt{2}\eta_0^2 \right) \quad (37)$$

(см. рис. 1) и

$$\Delta \xi_{pr} \approx q\pi \operatorname{sh} q\tau_{2l}^{(2)} \left( \xi_0 + \eta_0 - \frac{2\sqrt{2}\eta_0^2}{\xi_0} \right). \quad (38)$$

Графики зависимостей (37) и (38) от параметра налогообложения  $\eta_0$  аналогичны модифицированной кривой Лаффера (27) с той же точкой максимума (28), в которой, однако, относительное превышение величины прибыли (38) над его невозмущенным значением  $\Delta \xi_{pr 0} = \kappa\pi \operatorname{sh} \kappa\tau \xi_0$  оказывается в  $1/\varepsilon$  раз меньше относительного превышения объема предложения, рассчитанного по формуле (31). Причина этого состоит в том, что формирование прибыли (38), в отличие от объема предложения, обязано нелокальному отклику производственной системы на налоговое возмущение. Результатом такого отклика является создание в момент времени  $\tau_{2l}^{(2)}$  прибыльной части собственности (37), отличающейся от невозмущенного значения  $\Delta P_{\mu pr} (\eta_0 = 0) = P_{\mu 0} q\pi \operatorname{sh} 2q\tau_{2l}^{(2)} \xi_0^2$  лишь слагаемыми, пропорциональными малому параметру  $\eta_0/\xi_0 \ll 1$  (см.(14)).

Экономическая природа слабой зависимости прибыли (38) от величины налоговой ставки состоит в том, что средства дохода предпри-

ятия, получаемые в ходе реализации товара, используются, главным образом, для компенсации издержек, растущих вместе с объемом предложения, так что на долю прибыли приходится малая часть этого дохода, слабо зависящая от величины налоговой ставки.

Найдем зависимость величины прибыли  $\Delta\xi_{pr}$  от объема предложения (27). Для этого исключим из функции (38) параметр  $q\tau_{2l}^{(2)}$ , воспользовавшись вытекающим из (27) выражением

$$\begin{aligned} \text{ch } q\tau_{20}^{(2)} &= \frac{-\eta_0 + \eta_0 \sqrt{1 + \frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2}}}{2\varepsilon\xi_0}; \\ (Q_{\mu s}^{(1)})' &= Q_{\mu s}^{(1)} / P_{\mu 0}; \frac{\eta_0}{\xi_0} \ll 1. \end{aligned} \quad (39)$$

Подставляя (39) в (38) и учитывая полученные выше оценки величины  $\frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2}$ , представим зависимость  $\Delta\xi_{pr} \left( (Q_{\mu s}^{(1)})' \right)$  в асимптотическом виде, рассмотрев два предельных случая (см. рис. 4): случай малых налоговых ставок —  $\frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2} \gg 1$ , когда

$$\begin{aligned} \Delta\xi_{pr} &\approx \frac{\pi}{4\sqrt{2}} q \sqrt{\varepsilon \left( (Q_{\mu s}^{(1)})' - (Q_{\mu s 0}^{(1)})' \right) \left( 1 + \frac{\eta_0}{\xi_0} \right)}; \\ \frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2} &\gg 1, \eta_0 < \eta_{0m} \end{aligned} \quad (40)$$

и случай больших ставок —  $\frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2} \ll 1$ , для которых

$$\begin{aligned} \Delta\xi_{pr} &\approx \frac{\pi}{2} \frac{\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0} q \left( 1 + \frac{\eta_0}{\xi_0} \right); \\ \frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2} &\ll 1; \eta_{0f} > \eta_0 > \eta_{0m}. \end{aligned} \quad (41)$$

Согласно (40), при малых налоговых ставках кривые прибыли с точностью до малого параметра  $(\eta_0 / \xi_0) \ll 1$  описываются невозмущенными зависимостями  $\Delta\xi_{pr} \left( (Q_{\mu s}^{(1)})'; \eta_0 = 0 \right)$  [12], что обусловлено упомянутым выше нелокальным откликом системы.

В области больших значений налогового параметра  $\eta_0$  функция прибыли (41), пропорциональная объему предложения  $Q_{\mu s}^{(1)}$ , убывает с ростом  $\eta_0$  по закону  $\sim \frac{\xi_0}{\eta_0} (\eta_{0f} - \eta_0)$ , свидетельствующему о потере способности фирмы к формированию прибыли при высоких налоговых ставках.

Запишем теперь выражение для цены предложения (24), учитывая формулу (33):

$$p_r \left( (Q_{\mu s}^{(1)})'; \eta_0 \right) = \frac{\Delta\xi_s + \Delta\xi_{pr}}{\Delta\xi_s}. \quad (42)$$

Подставляя асимптотические соотношения (34), (35) и (40), (41) в (42), будем иметь (см. рис. 5)

$$\begin{aligned} p_r \left( (Q_{\mu s}^{(1)})'; \eta_0 \right) &\approx 1 + \frac{\pi}{4} \sqrt{1 - (2\delta / \omega_\mu)^2} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(Q_{\mu s}^{(1)})' - (Q_{\mu s 0}^{(1)})'}{(Q_{\mu s}^{(1)})' + (Q_{\mu s 0}^{(1)})'} \left( 1 + \frac{\eta_0}{\xi_0} \right)}; \\ \frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2} &\gg 1; \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} p_r \left( (Q_{\mu s}^{(1)})'; \eta_0 \right) &\approx 1 + \frac{\pi}{4} \sqrt{1 - (2\delta / \varepsilon\omega_\mu)^2} \times \\ &\times \frac{2\varepsilon(Q_{\mu s 0}^{(1)})'}{\eta_0^2} \left( 1 + \frac{\eta_0}{\xi_0} \right); \\ \frac{2\varepsilon(Q_{\mu s}^{(1)})'}{\eta_0^2} &\ll 1. \end{aligned} \quad (44)$$

В формулах (43), (44) учтено явное выражение для параметра рентабельности  $q$  (13).

Согласно (43), (44), при малых налоговых нагрузках кривая закона предложения (как и определяющие ее кривые издержек (34) и прибыли (40)) отличается от невозмущенной кривой [12] лишь малыми слагаемыми, порядка  $\eta_0 / \xi_0 \ll 1$ . При больших ставках налога кривая предложения приближается к кривой себестоимости невозмущенного состояния, свидетельствуя о стремлении рентабельности продаж к нулю ввиду того, что практически вся прибыль предприятия расходуется на покрытие налоговых выплат.

Отметим, что соотношения (43) и (44) определяют цену предложения, приходящуюся на одну степень свободы — производственный

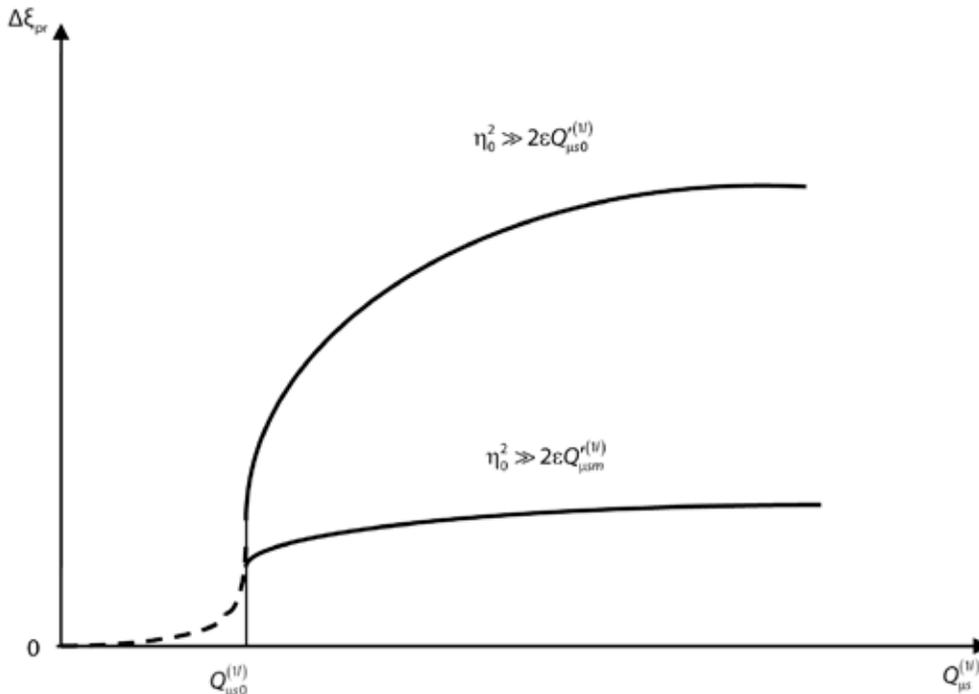


Рис. 4. Кривые прибыли в поле налогового возмущения

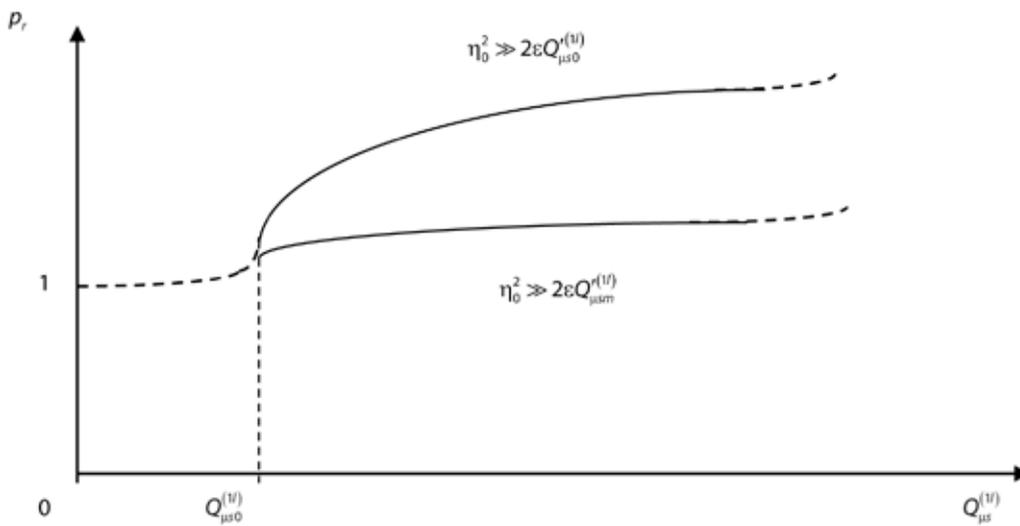


Рис. 5. Кривые предложения товара в поле налогового возмущения

участок фирмы  $\mu$ . Для получения цены  $\bar{p}_r$  продукции всей производственной системы следует воспользоваться формулой (23) работы [12] и представить выражение для  $\bar{p}_r$  в виде суммы величин (42), взятой по степеням свободы системы  $\mu$ :

$$\bar{p}_r = \sum_{\mu} p_r(Q_{\mu}'; \eta_0). \quad (45)$$

**Выводы**

Методами вероятностно-динамической теории изучены вопросы формирования цены предложения производственной систе-

мой, находящейся в условиях прямого налогообложения. Предполагается, что налоговая нагрузка фирмы описывается непрерывной и дифференцируемой функцией (налоговым полем), имеющей смысл слабого экзогенного возмущения, которое испытывают показатели процессов производства и реализации на предприятии. В этих условиях динамическое (оптимальное) состояние фирмы описывается гамильтонианом (2), зависящим от функции налогового поля и фазовых переменных (3), образующих вектор хозяйственных решений.

Процесс принятия оптимального решения в данной теории определяется динамическим критерием оптимальности — принципом максимума Гамильтона — Понтрягина, формулирующим систему дифференциальных уравнений Гамильтона для фазовых траекторий фирмы. В свою очередь, функция Гамильтона и фазовые траектории в параметрической форме определяют траекторию изображающей точки, временная эволюция которой обуславливает формирование важнейших характеристик ценообразования (объема и издержек предложения, прибыли, рентабельности и цены предложения) и изменение их в поле налогового возмущения.

Все расчеты в статье выполнены для одной степени свободы — производственного участка фирмы и приведено обобщение полученных результатов на случай всей производственной системы.

Найдена зависимость объема предложения товара от величины налоговой ставки. Результат представлен в виде так называемой модифицированной кривой Лаффера, и получено выражение для точки ее максимума — оптимальной ставки налога, значение которой ( $\approx 18\%$ ) находится в хорошем согласии со ставкой налога на прибыль, принятой в России [20, с. 341].

Изучены эффекты Лаффера для издержек предложения и прибыли, которые представлены в виде функций от объема предложения при различных значениях налоговой ставки. Показано, что при низких ставках функция издержек (производственная функция системы) иллюстрирует закон полных издержек, в котором роль постоянных издержек играет величина налогового параметра; при этом кривая прибыли практически не отличается от поведения невозмущенной кривой. В области больших значений налоговых отчислений величина прибыли обращается в нуль, в то время как кривая издержек выходит на константу, указывая на то, что полные издержки обусловлены исключительно процессом налогообложения.

Вместе с тем, величина прибыли как функция налоговой ставки имеет вид кривой Лаффера, параметры которой аналогичны параметрам рассмотренной выше кривой объема предложения. Этот результат становится очевидным, если заметить, что оптимальная налоговая ставка должна обеспечивать не только максимальный объем реализованного товара, но и максимальное значение чистой прибыли, получаемой в результате этой реализации. Тем

не менее, значение прибыли в максимуме кривой Лаффера оказывается величиной того же порядка, что и прибыль невозмущенной системы. Получаемая слабая зависимость величины прибыли от налоговой ставки объясняется тем, что средства дохода фирмы от реализации товара используются, главным образом, для компенсации издержек, растущих вместе с объемом предложения; при этом на долю прибыли приходится малая часть дохода, слабо зависящая от величины налоговой ставки.

В последнем пункте статьи установлен закон предложения товара, описываемый зависимостью цены от объема предложения в предельных случаях малых и больших налоговых ставок. Показано, что при малых ставках вид закона предложения (как и кривых издержек и прибыли) мало меняется по сравнению со случаем нулевых ставок. В области больших значений налоговых параметров функция цены вырождается в кривую себестоимости продукции ввиду отмеченного выше эффекта поглощения прибыли в процессе налогообложения.

В работе установлена природа описанных эффектов Лаффера, связанная с особенностями отклика состояний (фазовых траекторий) микроэкономических систем на поле налогового возмущения в различные моменты процесса формирования цены предложения.

Отметим, что полученные в статье результаты относятся к производственным системам, описываемым квадратичными функциями Гамильтона (2) и соответствующими им линейными уравнениями движения (4). Для таких систем справедливо гармоническое приближение стационарных частот технологических циклов, возможное лишь в условиях пренебрежения так называемым эффектом убывающей отдачи [11, 20]. В более сложных случаях ангармонических гамильтонианов необходимо решать нелинейные уравнения Гамильтона, описывающие обогащение спектра цеховых колебаний комбинационными частотами [11] и связанное с ним усложнение структур фазового пространства и пространства изображающих точек. Можно показать, что учет этих факторов приводит к непринципиальному загромождению расчета, выполненного в данной статье, не искажая при этом качественные особенности описанных в ней лафферовских эффектов.

Результаты настоящей работы имеют важное теоретическое и практическое значение. С теоретической точки зрения они демонстрируют преимущества вероятностно-дина-

мического метода [11, 12, 14], позволяющего проводить исследования оптимального налогообложения в рамках системы теоретико-экономических знаний, исходя из «первых принципов» теории. В отличие от макроэкономического подхода к проблеме, основанного на исследованиях эконометрических моделей (см. Введение), задачей предложенного в статье микроэкономического метода является изучение регулярного отклика производственно-экономических систем на поле налогового возмущения. Это позволяет, с одной стороны, устанавливать оптимальные параметры налогового поля, соответствующие заданному режиму хозяйственной деятельности предприятия, и, с другой стороны, осуществлять оптимальное управление фирмой в условиях заданной налоговой нагрузки.

Практическое значение настоящей статьи состоит в возможности формирования па-

кета прикладных программ, направленных на расчет параметров оптимального управления фирмой с целью получения эффективных показателей процесса ценообразования в условиях налогообложения. Так, в роли параметров управления в данной задаче выступают интенсивности предложения и параметры рентабельности, которые при заданной налоговой ставке обеспечивают максимальные значения объема предложения и прибыли предприятия.

В качестве примера практического применения идей вероятностно-динамического метода при исследовании конкретных производственных систем укажем на статью [11], в которой приведена программа расчета оптимальных показателей стационарной деятельности фирмы по пошиву одежды в отсутствие налогообложения.

### Благодарность

Автор благодарен В. В. Акбердиной за большой интерес, проявленный к работе.

### Список источников

1. Балацкий Е. В. Анализ влияния налоговой нагрузки на экономический рост с помощью производственно-институциональных функций // Проблемы прогнозирования. — 2003. — № 2. — С. 88–105.
2. Балацкий Е. В. Инвариантность фискальных точек Лаффера // Мировая экономика и международные отношения. — 2003. — № 6.
3. Балацкий Е. В. Точки Лаффера и их количественная оценка // Мировая экономика и международные отношения. — 1997. — № 12.
4. Балацкий Е. В. Ценовые стратегии фирмы в условиях фискального давления // Мировая экономика и международные отношения. — 1998. — № 9.
5. Балацкий Е. В. Эффективность фискальной политики государства // Проблемы прогнозирования. — 2000. — № 5.
6. Блауг М. Экономическая мысль в ретроспективе. — М.: Дело Лтд, 1994. — 724 с.
7. Иванов А. Г., Кукушкин (Славин) В. А., Медведева Е. В. Динамика плановой производственной системы в условиях рентабельной реализации товара с учетом заданной налоговой нагрузки. // Автоматизация и современные технологии. — 2010. — № 8. — С. 38–44.
8. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. — М.: Айрис-пресс, 2002. — 576 с.
9. История Экономических учений / Под ред. Автономова В. С. — М.: Инфа-М, 2002. — 784 с.
10. Кейнс Дж. М. Общая теория занятости, процента и денег. — М.: Гелиос АРВ, 2011. — 352 с.
11. Кукушкин (Славин) В. А. Плановая динамика производственно-экономических систем в режиме стационарного производства // Вестник ИНЖЭКОНа. — 2011. — № 5. — С. 209–219.
12. Кукушкин (Славин) В. А., Медведева Е. В. Плановая динамика производственно-экономических систем в рентабельном режиме предложения товара // Международный научный журнал. — 2011. — № 4. — С. 43–48.
13. Мовшиович С. М., Соколовский Л. Е. Выпуск, налоги и кривая Лаффера // Экономика и математические методы. — 1994. — Т. 30. — № 3.
14. Славин В. А. Элементы динамики экономического взаимодействия // Журнал экономической теории. — 2014. — № 1. — С. 219–229.
15. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. 2. — М.: Наука, 1974. — 655 с.
16. Смит А. Исследования о природе и причинах богатства народов. — М.: Наука, 1993. — 570 с.
17. Соколовский Л. Е. Налог на добавленную стоимость и предприятие, максимизирующее прибыль // Экономика и математические методы. — 1992. — Т. 28. — № 4.
18. Стиглиц Дж. Экономика государственного сектора / Пер. с англ. — М.: Инфра-М, 1997. — 720 с.
19. Фридман М. Капитализм и свобода : пер. с англ. — М.: Новое издательство, 2006. — 240 с.
20. Экономика предприятия : учебник / Под ред. проф. Н. А. Сафронова. — М.: Юрист, 1998. — 427 с.

21. Экономическая теория : учебное пособие / Под ред. А. Г. Грязновой и В. М. Соколинского. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: КНОРУС, 2005. — 464 с.

22. *Fullerton D.* Can Tax Referees do up When Tax Rates go down? // *Supply Side Solution*. — Chatham, 1983. — P. 143.

**УДК 338.2**

**Ключевые слова:** вероятностно-динамический метод, функция производственной собственности, налоговая функция, модифицированная кривая Лаффера, процесс ценообразования, закон предложения