

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ СТАТЬЯ

<https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2023.20-2.7>

УДК 330 (075.8)

JEL B41, C02, D23



Особенности рыночных структур с позиции регулярно-динамической теории¹

Вячеслав А. СЛАВИН ¹⁾  , Лариса А. ИЛЬИНА ²⁾ 

^{1, 2)} Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Российская Федерация

Для цитирования: Славин, В. А., Ильина, Л. А. (2023). Особенности рыночных структур с позиции регулярно-динамической теории. *AlterEconomics*, 20(2), 415–436.

<https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2023.20-2.7>

Аннотация. Статья посвящена демонстрации возможностей методов регулярно-динамической теории для исследования особенностей и законов рыночных взаимодействий с представлением результатов исследования в виде, удобном для стендового экспериментирования. Основу данных методов составляет представление об отраслевом рынке как о замкнутой микроэкономической системе, состоящей из двух подсистем (фирм-продавцов и покупателей), взаимодействующих друг с другом посредством слабо-возмущенных порталных связей. В работе введены функция Гамильтона и основные параметры порталных связей, описывающие барьерные свойства рынка; сформулированы основные уравнения рыночной динамики. Показано, что решения этих уравнений определяют важнейшие характеристики товарно-денежного обмена на каждой связи рынка: объемы спроса и предложения, материально-денежные издержки, рентабельность продуктов обмена, величину прибыли, цены спроса и предложения, а также устанавливают соотношения между ними, описывающие локально-равновесные свойства рыночного взаимодействия. В зависимости от соотношений между параметрами порталных и технологических связей предприятий описаны типовые режимы рыночного взаимодействия: совершенная и монополистическая конкуренция, чистые монополии и монополии, олигополия и олигополия. Выявлено, что взаимодействие агентов рынка совершенной конкуренции вызвано слабо-возмущенными порталными связями, не позволяющими фирмам обеспечить рыночный механизм ценообразования. Для монополюльно-конкурентного рынка получена параметрическая зависимость цены от объема предложения, в которой параметрами выступают величины ценности товара и высоты барьеров продавцов. Отмечено, что формирование равновесной цены на монополюльных рынках обеспечивается увеличением производственной активности покупателей в случае чистой монополии и уменьшением рыночных барьеров продавцов в случае чистой монополии. Для рынков олигополии и олигополии исследована зависимость равновесной цены соответственно от технологических параметров продавцов и барьерных свойств покупателей. Предложено аналитическое описание эффекта «гонки за лидером». Для всех рассмотренных режимов рыночных взаимодействий приведено обоснование устойчивости процессов формирования равновесной цены.

Ключевые слова: отраслевые рынки, функция Гамильтона, барьеры рынка, совершенная и монополистическая конкуренция, монополия и монополия, олигополия и олигополия

¹ © Славин В. А., Ильина Л. А. Текст. 2023.

RESEARCH ARTICLE

Features of Industry Markets from the Perspective of Regular-Dynamic Methods

Vyacheslav A. SLAVIN ¹⁾  , Larisa A. ILINA ²⁾ 

^{1,2)} Chuvash State University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russian Federation

For citation: Slavin, V. A., & Ilina, L. A. (2023). Features of Industry Markets from the Perspective of Regular-Dynamic Methods. *AlterEconomics*, 20(2), 415–436. <https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2023.20-2.7>

Abstract. The article focuses on the application of the regular-dynamic method in the theory of industry markets. It introduces the Hamilton function and key parameters of portal connections that describe market barrier properties and formulates the fundamental equations of market dynamics. The solutions of these equations determine crucial characteristics of commodity-money exchange at each market link and establish relationships that describe typical regimes of local equilibrium market interaction, including perfect and monopolistic competition, pure monopolies and monopsonies, as well as oligopolies and oligopsonies. The study reveals that the interaction among agents in a perfectly competitive market is influenced by weakly disturbed portal connections, which prevent firms from reaching a profitable level of exchange with an equilibrium price solely determined by technological parameters within the firms. In the case of a monopolistically competitive market, the price demonstrates an inversely proportional dependence on the volume of supply, which is characteristic of small businesses offering differentiated goods based on quality. It is observed that the equilibrium price in monopoly markets exhibits monotonic growth as the production activity of interacting firms increases. This price increase is attributed to an elevation in the seller's barrier and a reduction in the depth of buyers' market pits in the case of pure monopoly, while the reverse occurs in pure monopsony with an increase in the depth of the buyer's pit and a decrease in sellers' barriers. The article investigates the relationship between the equilibrium price and the parameters of technological processes, as well as the barrier properties of firms acting as sellers and buyers in oligopoly and oligopsony markets. Furthermore, the study highlights that the structure and effectiveness of oligo markets significantly depend on the relative positioning of technological frequencies between market leaders and outsiders. The article proposes an analytical description of the "race for the leader" effect. Lastly, for all the analyzed modes of market interactions, the stability of the processes governing equilibrium price formation is substantiated.

Keywords: industry markets, Hamilton function, market barriers, perfect and monopolistic competition, monopoly and monopsony, oligopoly and oligopsony

1. Введение. Основные уравнения динамической теории рыночного взаимодействия

Под отраслевым рынком понимают сложную производственно-экономическую систему, представленную фирмами-продавцами и покупателями, взаимодействие между которыми обусловлено процессами обмена близкими по назначению товарами. Результатом такого взаимодействия для продавцов является максимизация прибыли при реализации товара, а для покупателей — максимизация полезности в ходе его потребления. Эффективность товарно-денежного обмена достигается установлением устойчиво равновесного состояния в микро-системе, исследованию которого, в основном, посвящены методы теоретического анализа рынков.

Л. Вальрасом (Walras, 2003) изучена динамика товарно-денежного обмена в условиях замкнутого рынка совершенной конкуренции — классическая задача рыночного равновесия. Она представлена двумя блоками вариационных задач, направленных на исследование оптимальной деятельности участников рынка. Для фирм-продавцов решением задачи является объем выпуска товара и количество приобретаемых затрат, которые при заданной производственной функции

обеспечивают максимум прибыли подсистемы. Для фирм-покупателей данная задача определяет количество продаваемых затрат и объем закупаемого товара, которые при заданном бюджетном ограничении обеспечивают максимум полезности, получаемой этой подсистемой. Согласование обоих блоков вариационных задач обеспечивается естественными условиями непрерывности потоков товаров и денежных затрат, обмениваемых в ходе рыночного взаимодействия. Однако, сложность получаемых уравнений, а также отсутствие явного вида производственной функции и функции полезности не позволяют в общем виде доказать существование решения этих уравнений и, следовательно, описать равновесные свойства товарно-денежного обмена (см.: (Интрилигатор, 2002, с. 253)).

В работе В. А. Славина (Славин, 2014) предложен регулярно-динамический метод изучения рыночного взаимодействия на каждой степени свободы (хозяйственной связи) микроэкономической системы. Основу метода составляют дифференциальные уравнения Гамильтона, описывающие эволюцию микросистемы вдоль фазовых траекторий, и их первый интеграл — функции динамической собственности взаимодействующих подсистем. Особое внимание уделено рентабельному режиму товарно-денежного обмена, при котором имеет место слабо экспоненциальное изменение динамической собственности в течение цикла технологического процесса, определяющее величины спроса и предложения (в первой четверти цикла), а также величину прибыли подсистем (во второй четверти цикла). Показано, что на каждой связи справедливо равенство объемов спроса и предложения, выражающее условие неразрывности потоков материальных и денежных средств и выступающее критерием оптимальности (равновесия) рыночного взаимодействия подсистем. Найдены аналитические выражения для цены предложения и спроса и получены зависимости их от объема предложения товара.

В работе (Славин, 2014) рассмотрены также вопросы устойчивости товарно-денежного обмена относительно слабых возмущений объема предложения на отдельных связях сложной экономической системы, выступающей моделью отраслевого рынка совершенной конкуренции. Произведена классификация связей сложной системы. Показано, что устойчивое взаимодействие реализуется на таких фрагментах системы, которые, помимо вертикальных и горизонтальных связей, содержат хотя бы одну косую связь; выяснена природа этого явления. Изучен отклик объема спроса сложной системы на начальную флуктуацию цены предложения на каждой связи рынка. Получены аналитические выражения для закона спроса в нормальной и аномальной формах.

Среди альтернативных методов исследования отраслевых рынков следует отметить: а) методы системного анализа, в рамках которых вводится понятие системно-ориентированного моделирования, позволяющее описать структурную модель взаимодействия компонент рыночной системы (Клейнер, 2013); приводится описание динамики российского продовольственного рынка (Белова и др., 2020); разрабатывается концепция территориальной конкурентоспособности рынка и действенного механизма его системного мониторинга (Нечехуина и др., 2020); б) теоретико-игровые модели, посвященные исследованию конкурентной борьбы предприятий за рынки сбыта (Власов, 2016); проблемам управления качеством продукции для обеспечения конкурентоспособности фирм (Зенкевич, Гладкова, 2007) и оптимизации взаимодействия пользователей двусторонних

рынков (Боровкова, 2019); в) динамические методы, позволяющие рассмотреть проблему взаимодействия участников рынка на основании информации о результатах их деятельности в предыдущие моменты времени (Вороновицкий, 2015; Вороновицкий, 2016) и решить задачу о стабилизации хаотического поведения рынка товаров, образованного конкурирующими фирмами (Лоскутов, 2010), методы математического программирования, включающие решение линейной (Машунин, 2018) и нелинейной (Машунин, 2016; Beresnev & Suslov, 2010) задач рыночного взаимодействия, дискретные модели конкурентного местоположения агентов рынка (Plastria & Vanhaverbeke, 2008), экономико-физические задачи, моделирующие обменное взаимодействие на рынке системой нелинейных уравнений теории гидравлических сетей (Коваленко, 2018), методы математического анализа, предлагающие простые дифференциальные уравнения описания конкуренции процессов перехода рынка к равновесному состоянию (Коломиец, 2011) и другие приемы.

Настоящая работа посвящена развитию идей регулярно-динамического метода при изучении отраслевых рынков в условиях различных режимов взаимодействия производственных подсистем. Исходным положением является определение производственно-экономической системы (фирмы, ПЭС) как динамической системы, степенями свободы которой выступают квазинезависимые бинарные группы (связи) $v = (m, n)$ (Кукушкин (Славин), Медведева, 2011; Славин, 2014), описываемые обобщенными фазовыми переменными (вектором хозяйственного решения)

$$\bar{s}(t) = \{\bar{s}_v(t)\} = \{B_v(t), X_v(t)\}, \quad (1)$$

где $B_v = \sum_{l=1}^2 \gamma_{vl} b_l$; $X_v = \sum_{l=1}^2 \gamma_{vl} x_l$. Коэффициенты γ_{vl} линейных форм B_v и X_v , образующие структурную матрицу системы, характеризуют возмущение, которое испытывает динамическое состояние (b_p, x_l) элементов l группы v в ходе бинарной операции, и удовлетворяют соотношению $\sum_{l=m,n} \gamma_{vl}^2 = 1$. В рамках регулярно-динамической

теории каждая бинарная группа описывается функцией динамической собственности (функцией Гамильтона) $P_v[\bar{s}(t); \omega_v, \beta_v]$, которая характеризует способность ПЭС к выбору и реализации хозяйственного решения в ходе бинарной операции v , где $\omega_v = \frac{2\pi}{\tau_v}$ — циклическая частота операции; τ_v — период цикла; β_v — параметр

качества (полезность) предлагаемого товара. В дальнейшем будем использовать представление динамической собственности в виде диагональной квадратичной формы:

$$P_v[\bar{s}(t); \omega_v, \beta_v] = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_v^2}{\beta_v} X_v^2 + \beta_v B_v^2 \right) \equiv P_v^{(n)} + P_v^{(m)}, \quad (2)$$

где $P_v^{(n)}$ и $P_v^{(m)}$ соответственно денежная и материальная составляющие функции Гамильтона.

Следует различать три вида хозяйственных связей производственной системы: технологических, управленческих и порталных. Эффективность техноло-

гических и управленческих связей, на которых реализуются стационарные процессы, определяется условием максимума функций динамической собственности ($P_v[\bar{s}(t); \omega_{v0}, \beta_v] = P_{v0}$), являющегося критерием оптимальности Гамильтона-Понтрягина неоклассической теории.

Особую роль в деятельности отраслевого рынка играют так называемые порталные связи (сопряженные степени свободы) $\mu_{\{ik\}} \equiv \{\mu_{ik}, \mu_{ki}\}$, обеспечивающие, соответственно, сбыт товарной продукции, произведенной подсистемой i , и покупку этой продукции подсистемой k . В отличие от технологических и управленческих связей с постоянными частотами $\omega_v = \omega_{v0}$, частоты порталных связей $\omega_{\{ik\}}(t) \equiv \{\omega_{ik}, \omega_{ki}\}$ испытывают нестационарное возмущение, обуславливающее возможность входа подсистем i и k в рыночную связь и способствующее тем самым активизации товарно-денежного обмена в системе. В работе (Кукушкин (Славин), Медведева, 2011) показано, что эффективное решение задач рыночного взаимодействия может быть обеспечено, если функции $\omega_{\{ik\}}^2(t)$ испытывают слабое периодическое возмущение с частотой, в два раза превышающей технологическую частоту $\omega_{\{ik\}0}$ (так называемое резонансное параметрическое возмущение):

$$\omega_{\{ik\}}^2(t) = \omega_{\{ik\}0}^2 \left(1 + \varepsilon_{\{ik\}} \cos 2\omega'_{\{ik\}} t \right), \tag{3}$$

где $\varepsilon_{\{ik\}}$ и $\omega'_{\{ik\}}$ — амплитуды и частоты возмущения ($|\varepsilon_{\{ik\}}| \ll 1$).

Экономический смысл условий параметрического резонанса (3) вытекает из рассмотрения эволюции фазовых переменных $X_{\{ik\}}(t)$, $B_{\{ik\}}(t)$ и функций динамической собственности $P_{\{ik\}}[X_{\{ik\}}, B_{\{ik\}}, t; \omega_{\{ik\}}, \beta_{\{ik\}}]$ порталных связей $\mu_{\{ik\}}$ (см. Кукушкин (Славин), Медведева, 2011, с. 45):

$$X_{\{ik\}}(t) = -X_{\{ik\}0} \left(\cos \omega'_{\{ik\}} t \operatorname{sh} \kappa_{\{ik\}} t - \gamma_{\{ik\}} \sin \omega'_{\{ik\}} t \operatorname{ch} \kappa_{\{ik\}} t \right); B_{\{ik\}} = \frac{\dot{X}_{\{ik\}}}{\beta_{\{ik\}}}; \tag{4}$$

$$\frac{d(P_{ik} + P_{ki})}{dt} = -\frac{\omega_{ik0}^2 X_{ik}^2(t)}{2\beta_{ik}} \varepsilon_{ik} \omega_{ik} \sin 2\omega_{ik} t - \frac{\omega_{ki0}^2 X_{ki}^2(t)}{2\beta_{ki}} \varepsilon_{ki} \omega_{ki} \sin 2\omega_{ki} t, \tag{5}$$

где

$$\kappa_{\{ik\}} = \left[\left(\varepsilon_{\{ik\}} \right)^2 \omega_{\{ik\}0}^2 - 4\delta_{\{ik\}}^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \tag{6}$$

$\gamma_{\{ik\}} = \left(\frac{\varepsilon_{\{ik\}} \omega_{\{ik\}0} - 2\delta_{\{ik\}}}{\varepsilon_{\{ik\}} \omega_{\{ik\}0} + 2\delta_{\{ik\}}} \right)^{\frac{1}{2}}; \delta_{\{ik\}} = (\omega'_{\{ik\}} - \omega_{\{ik\}0}) / 2$ — расстройка частот. После интегрирования уравнений (5) при начальных условиях

$$P_{\{ik\}}(0) = P_{\{ik\}0} = \frac{\omega_{\{ik\}0}^2 X_{\{ik\}0}^2}{2\beta_{\{ik\}}} = \frac{\beta_{\{ik\}} B_{\{ik\}0}^2}{2} \tag{7}$$

в линейном приближении по малому параметру $\max(|\varepsilon_{\{ik\}}|, |\delta_{\{ik\}}|)$ находим

$$P_{\{ik\}}(t) = P_{\{ik\}0} + \frac{\varepsilon_{\{ik\}} P_{\{ik\}0}}{4} \left\{ \frac{(1 + \gamma_{\{ik\}}^2)}{8} (4 \cos 2\omega_{\{ik\}} t \operatorname{tch} 2\kappa_{\{ik\}} t - \cos 4\omega_{\{ik\}} t - 3) - \right. \\ \left. - \frac{(1 - \gamma_{\{ik\}}^2)}{8} (\cos 4\omega_{\{ik\}} t \operatorname{tch} 2\kappa_{\{ik\}} t - 4 \cos 2\omega_{\{ik\}} t + 3) \right\}. \quad (8)$$

Полагая, далее, что порталные связи μ_{ik} и μ_{ki} образуют замкнутую систему (относительно внешних материальных и денежных потоков), левую часть равенства (5) можно приравнять нулю, откуда с учетом несоизмеримости частот $\omega'_{\{ik\}}$ получаем соотношения

$$\omega_{ik} = \omega_{ki}; \varepsilon_{ik} \frac{\omega_{ik0}^2 X_{ik}^2(t)}{2\beta_{ik}} = -\varepsilon_{ki} \frac{\omega_{ki0}^2 X_{ki}^2(t)}{2\beta_{ki}}; P_{ik}(t) + P_{ki}(t) = P_{ik0} + P_{ki0}. \quad (9)$$

Формулы (9) определяют условия согласования амплитуд $\varepsilon_{\{ik\}}$ и частот $\omega'_{\{ik\}}$ параметрических возмущений (3), обуславливающих оптимальный режим товарно-денежного обмена на порталных связях. Так, первое соотношение (9) отвечает очевидному равенству интервалов времени $\tau_{ik} = \frac{2\pi}{\omega_{ik}}$ и $\tau_{ki} = \frac{2\pi}{\omega_{ki}}$, соответственно, от момента сбыта товара до получения выручки для подсистемы i и обратного процесса для подсистемы k .

Согласно второму условию (9), параметры рыночных входов $\varepsilon_{\{ik\}}$ для продавцов и покупателей отличаются знаками. Естественно считать, что величины ε_{ik} принимают положительные значения ($\varepsilon_{ik} > 0$) и характеризуют высоты тех барьеров, которые формируют фирмы-продавцы с целью воспрепятствования входу на связь μ_{ik} других продавцов. С другой стороны, величины ε_{ki} принимают отрицательные значения ($\varepsilon_{ki} < 0$) и определяют глубины входных ям, которые «захватывают» покупателей для осуществления эффективной сделки с продавцами на связях μ_{ki} . Наконец, третье равенство (9) вытекает из формулы (8) с учетом легко проверяемых (в линейном приближении по параметру $\max(|\varepsilon_{\{ik\}}|, |\delta_{\{ik\}}|)$) условий:

$$\kappa_{ik} = \kappa_{ki} \quad \text{и} \quad \gamma_{ik} = \gamma_{ki}. \quad (10)$$

Ниже рассмотрены основные режимы рыночного взаимодействия, определяемые выражениями для параметров $\kappa_{\{ik\}}$ и $\gamma_{\{ik\}}$ (см. (6)).

2. Совершенная и монополистическая конкуренция

Рассмотрим сначала случай достаточно малых амплитуд параметрического возмущения $|\varepsilon_{\{ik\}}|$, реализуемый при выполнении условий

$$|\varepsilon_{\{ik\}}| \omega_{\{ik\}0} \ll |\delta_{\{ik\}}|; \gamma_{\{ik\}} \approx i; \kappa_{\{ik\}} \approx 2i |\delta_{\{ik\}}|, \quad (11)$$

когда равенства (4) и (8) принимают вид:

$$X_{\{ik\}}(t) = X_{\{ik\}0} \sin(\omega_{\{ik\}0} + \delta_{\{ik\}} / 2)t; \quad (12)$$

$$P_{\{ik\}}(t) = P_{\{ik\}0} - \frac{\varepsilon_{\{ik\}} P_{\{ik\}0}}{2} \sin^4 \omega_{\{ik\}} t. \tag{13}$$

Заметим, что соотношения (12) и (13) отличаются от уравнений динамики технологических связей лишь слабой периодической зависимостью функций Гамильтона от времени. В этом случае продавцы и покупатели испытывают малое параметрическое возмущение (3), способствующее практически свободному вхождению их на рыночные связи $\mu_{\{ik\}}$, не обеспечивая, однако, продавцам формирование прибыльного (рентабельного) сбыта товара. Такой режим рыночного взаимодействия характеризуется однородным (в силу однородности реализуемого товара) распределением динамической собственности (13) и других характеристик рынка по связям $\mu_{\{ik\}}$ и известен в экономической теории как режим совершенной конкуренции.

Случайный характер формирования портальных связей рынка совершенной конкуренции, на первый взгляд, не позволяет применять динамические методы оптимизации для решения поставленной задачи. Однако, как показано Славиным (2021), отмеченная выше однородность распределения динамической собственности по портальным связям допускает использование формального приема замены множества таких связей эффективной парой $\mu_{\{ik\}}^-$, состояние которой эволюционирует вдоль «фазовой траектории» с функцией Гамильтона, равной среднему статистическому гамильтониану P_{ik}^- , удовлетворяющему условиям (11)–(13). Заметим, что подобный прием, именуемый методом эффективного гамильтониана, применяется в динамической теории механических систем, например, при изучении движения тел вдоль шероховатых поверхностей их соприкосновения, используя понятие локальной силы трения.

На рис. 1 кривая 1 иллюстрирует зависимость $P_{ik}^-(X_{ik}^-)$ собственности продавца \bar{i} , получаемую из (12) и (13) путем исключения переменной t . Средний и нижний горизонтальные пунктиры отвечают уровням величин P_{ik0}^- и $P_{ik0}^- \left(1 - \frac{\varepsilon_{ik}^-}{2}\right)$ соответственно. Разность между этими уровнями определяет величину объема предложения (см. также (7)):

$$Q_{ik}^- = \frac{\varepsilon_{ik}^- P_{ik0}^-}{2} = \frac{\varepsilon_{ik}^- \omega_{ik0}^2 X_{ik0}^2}{4\beta_{ik}^-} = \frac{\varepsilon_{ik}^- \beta_{ik}^- B_{ik0}^2}{4}. \tag{14}$$

Денежное ΔX_{ikc}^- (материальное ΔB_{ikc}^-) представление объема предложения (14) определяется величиной денежных (материальных) средств, которые следует внести в портальную связь μ_{ik}^- (извлечь из этой связи) чтобы в условиях параметрического возмущения (3) начальная собственность не изменилась (уменьшилась на величину объема предложения (14)):

$$\frac{\omega_{ik0}^2 X_{ik0}^2}{2\beta_{ik}^-} = \frac{\omega_{ik0}^2 (1 - \varepsilon_{ik}^-) (X_{ik0}^- + \Delta X_{ikc}^-)^2}{2\beta_{ik}^-}; \tag{15}$$

$$\frac{\beta_{ik}^- (B_{ik0}^- - \Delta B_{ikc}^-)^2}{2} = \frac{\beta_{ik}^- B_{ik0}^2}{2} - Q_{ik}^-, \tag{16}$$

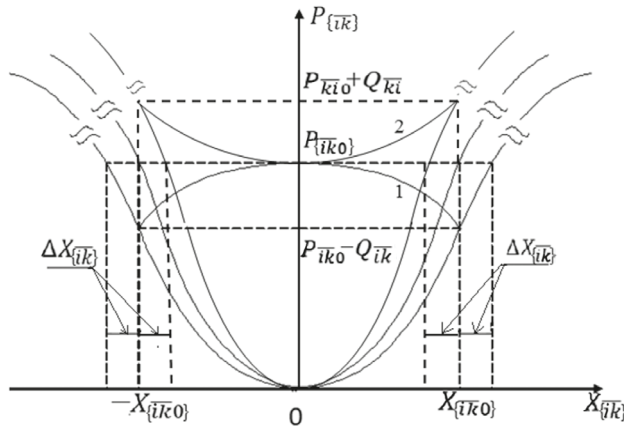


Рис. 1. Кривые формирования объемов предложения (1) и спроса (2) в режиме совершенной конкуренции

Fig. 1. Curves of Supply (1) and Demand (2) in the Perfect Competition Regime

где

$$B_{ik0} = \frac{\dot{X}_{ik}}{\beta_{ik}} \Big|_{X_{ik0}} = \frac{\omega_{ik0}}{\beta_{ik}} X_{ik0}. \tag{17}$$

Решая уравнения (15), (16) и используя соотношения (7), (14) и (17), в первом приближении по малому параметру задачи $\varepsilon_{ik} \ll 1$ получим известные корневые зависимости переменных издержек от объема предложения Q_{ik} (при малых значениях Q_{ik}) (см. Нуреев, 2001, с. 197¹, рис. 6–9):

$$\Delta X_{ikc} = \frac{\varepsilon_{ik}}{2} X_{ik0} = \frac{1}{\omega_{ik0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{ik} \beta_{ik} Q_{ik}}{2}}; \Delta B_{ikc} = \frac{\varepsilon_{ik}}{2} \frac{\omega_{ik0}}{\beta_{ik}} X_{ik0} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{ik} Q_{ik}}{2\beta_{ik}}}. \tag{18}$$

Общий вид кривых переменных издержек с учетом их степенного роста при больших значениях объема предложения найден в работе Кукушкина (Славина) и Медведевой (2011).

Определим себестоимость предлагаемой продукции p_{ikc} как величину удельных затрат активов связи μ_{ik} , усредненных по бинарному взаимодействию (Кукушкин (Славин), Медведева, 2011, с. 47):

$$p_{ikc} = \frac{\Delta X_{ikc}^{(n)}}{\Delta B_{ikc}^{(n)}} = \frac{\beta_{ik}}{\omega_{ik0}} = \frac{1}{2\pi} \beta_{ik} \tau_{ik}. \tag{19}$$

где $\tau_{ik} = 2\pi / \omega_{ik0}$. Согласно (7), параметр качества предлагаемого продукта β_{ik} равен удвоенной начальной собственности единицы объема этого продукта: $\beta_{ik} = 2P_{ik0} / B_{ik0}^2 \equiv 2P'_{ik}$. Поэтому, себестоимость товара по порядку величины равна

¹ Нуреев, Р. М. (2001). *Курс микроэкономики*. Учебник для вузов. Москва: Издательство НОРМА, 572.

действию L_{ik}^- продавца, обеспечивающему устойчивость реализации товара в течение периода параметрического возмущения τ_{ik}^- : $p_{ikc}^- = \frac{1}{\pi} P_{ik}^- \tau_{ik}^- \approx L_{ik}^-$.

В то же время, кривая 2 на рис. 1 демонстрирует рост величины собственности $P_{ki}^- (X_{ki}^-)$ покупателя \bar{k} на величину объема спроса $Q_{ki}^- = \frac{\varepsilon_{ki}^- P_{ki0}^-}{2}$, равную, согласно условиям равновесия (9), объему предложения (14): $Q_{ki}^- = Q_{ik}^-$; при этом издержки спроса ΔX_{ki}^- , ΔB_{ki}^- , в силу неразрывности товарно-денежного потока на связях $\mu_{\{ik\}^-}$ равны соответствующим издержкам предложения (18): $\Delta X_{ki}^- = \Delta X_{ikc}^-$, $\Delta B_{ki}^- = \Delta B_{ikc}^-$, определяющим (совместно с (19)) локально-равновесную цену товара на рынке совершенной конкуренции:

$$p_{kic}^- = \frac{\Delta X_{kic}^-}{\Delta B_{kic}^-} = \frac{\Delta X_{ikc}^-}{\Delta B_{ikc}^-} = \frac{\beta_{ik}^-}{\omega_{ik0}^-} = p_{ikc}^- \tag{20}$$

Заметим, что соотношение (20) не содержит параметры рыночного взаимодействия $\varepsilon_{\{ik\}^-}$, определяясь лишь характеристиками технологических циклов ω_{ik0}^- и β_{ik}^- . Это свидетельствует о том, что на равновесную цену (20) не оказывают влияние рыночные интересы агентов совершенного рынка; величина этой цены зависит лишь от удельных издержек, которые испытывают агенты рынка на каждой связи товарно-денежного обмена. Говоря другими словами, в условиях совершенной конкуренции имеет место технологический механизм ценообразования.

Сказанное определяет устойчивый характер формирования рыночной цены (20). Действительно, в условиях локально-равновесного совершенного рынка спонтанное повышение цены предложения товара на какой-либо связи приводит, в соответствие с результатами работы Славина (2014, п. 8), к понижению объема спроса на этот товар со стороны других связей, что в рамках формально введенных порталов $\mu_{\{ik\}^-}$ свидетельствует о возвращении системы к начальной цене (20).

Допустим теперь, что на рынке встречается большое число продавцов и покупателей с достаточно мелкими барьерами и ямами, параметры которых удовлетворяют соотношениям

$$\kappa_{\{ik\}^-} \approx \left| \varepsilon_{\{ik\}^-} \right| \omega_{\{ik\}0}^- \ll 1; \gamma_{\{ik\}^-} \approx 1. \tag{21}$$

Легко видеть, что условия (21) выполняются при ничтожно малых расстройках частот $\delta_{\{ik\}^-}$ ($\omega'_{\{ik\}^-} \approx \omega_{\{ik\}0}^-$), влекущих за собой (с учетом условий эквивалентности (10) и (6)) равенство амплитуд параметрических возмущений:

$$\varepsilon_{ik} \approx \left| \varepsilon_{ki} \right|. \tag{22}$$

Ниже мы покажем, что, в отличие от совершенной конкуренции, данная рыночная ситуация характеризуется слабым квазимонохроматическим ростом величины динамической собственности во времени, демонстрирующим прибыльный режим товарно-денежного обмена, сопряженный с рыночным механизмом ценообразования. Однако в том случае, если рынок представлен однородным товаром, этот процесс оказывается неустойчивым, в чем легко убедиться на основании рассуждений, аналогичных приведенным в конце предыдущего пункта статьи. В самом деле, прибыльный характер товарно-денежного обмена мотивирует продавцов к появлению частых положительных флуктуаций цены предложения, на кото-

ры рынок реагирует понижением объема спроса, сглаживающим ценовые флуктуации. Поскольку последние однородно распределены по связям рынка, системе выгодно отказаться от слабых рыночных механизмов ценообразования и использовать лишь технологические механизмы, формирующие рыночную цену товара по его себестоимости.

Характер рынка существенно меняется, если в товарно-денежном обмене участвует неоднородный товар, дифференцированный, например, по его качеству. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Произведя классификацию такого товара и используя введенный ранее прием эффективного гамильтониана, разобьем множество порталных связей $\{\mu_{\{ik\}}\}$ рынка на подмножества $\{\mu_{\{ik\}}^-\}$, в каждом из которых «эффективный» продавец \bar{i} реализует однородный товар данного класса «эффективному» покупателю \bar{k} . С учетом соотношений (21) и (22), представим уравнения динамики (4) и (8) в виде:

$$X_{\{\bar{i}\bar{k}\}}(t) = X_{\{\bar{i}\bar{k}\}0} \left(\sin \omega_{\{\bar{i}\bar{k}\}} t \operatorname{tch} \kappa_{\{\bar{i}\bar{k}\}} t - \cos \omega_{\{\bar{i}\bar{k}\}} t \operatorname{tsh} \kappa_{\{\bar{i}\bar{k}\}} t \right); \tag{23}$$

$$P_{\{\bar{i}\bar{k}\}}(t) = P_{\{\bar{i}\bar{k}\}0} + \frac{\varepsilon_{\{\bar{i}\bar{k}\}} P_{\{\bar{i}\bar{k}\}0}}{16} \left(4 \cos 2\omega_{\{\bar{i}\bar{k}\}} t \operatorname{tch} 2\kappa_{\{\bar{i}\bar{k}\}} t - \cos 4\omega_{\{\bar{i}\bar{k}\}} t - 3 \right). \tag{24}$$

Изучим сначала отклик продавца \bar{i} на взаимодействие с покупателем \bar{k} . Исключая параметр t из формул (23) и (24), для связи $\mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}}^-$, получаем зависимость $P_{\bar{i}\bar{k}}(X_{\bar{i}\bar{k}}^-)$ (см. рис. 2), ветви 1 которой иллюстрируют уменьшение динамической собственности на величину объема предложения $Q_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)}$, вследствие воплощения ее в реализуемом товаре в течение первых полупериодов n -ного цикла параметрического возмущения $\left(t \leq t \leq t \right)$:

$$Q_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)} = P_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)} - P_{\bar{i}\bar{k}}^{\left(\frac{n+1}{2} \right)} = \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \omega_{\bar{i}\bar{k}0}^2 X_{\bar{i}\bar{k}0}^2}{2\beta_{\bar{i}\bar{k}}} \operatorname{ch} \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \omega_{\bar{i}\bar{k}0} t_n}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \tag{25}$$

где $P_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)} = P_{\bar{i}\bar{k}}(t_n)$; $P_{\bar{i}\bar{k}}^{\left(\frac{n+1}{2} \right)} = P_{\bar{i}\bar{k}}\left(t_{\frac{n+1}{2}} \right)$; $t_n = \frac{\pi n}{\omega_{\bar{i}\bar{k}}}$ (см. также работу Кукушкина (Славина)

и Медведевой, 2011).

Для определения издержек реализации — денежного $\Delta X_{\bar{i}\bar{k},c}^{(n)}$ и материального $\Delta B_{\bar{i}\bar{k},c}^{(n)}$ представлений объема предложения (25) — воспользуемся рассуждениями, аналогичными тем, которые были использованы при получении формул (18). В результате будем иметь

$$\Delta X_{\bar{i}\bar{k},c}^{(n)} = \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}}}{2} X_{\bar{i}\bar{k}0} \operatorname{ch} \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \pi n}{4} = \frac{1}{\omega_{\bar{i}\bar{k}0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \beta_{\bar{i}\bar{k}} Q_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)}}{2}}; \Delta B_{\bar{i}\bar{k},c}^{(n)} \approx \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}}}{2} \frac{\omega_{\bar{i}\bar{k}0}}{\beta_{\bar{i}\bar{k}}} X_{\bar{i}\bar{k}0} \operatorname{ch} \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \pi n}{4} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} Q_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)}}{2\beta_{\bar{i}\bar{k}}}}. \tag{26}$$

За счет средств платежа покупателя (см. ниже) в течение вторых полупериодов параметрического возмущения возникает слабо экспоненциальный рост динамической собственности (24) (см. ветвь 2 на рис. 2), компенсирующий объем предложения (25) (при $t < t_{\text{безуб}}$) и приводящий к формированию так называемой избыточной части собственности $\Pi_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)}$ (при $t \geq t_{\text{безуб}}$):

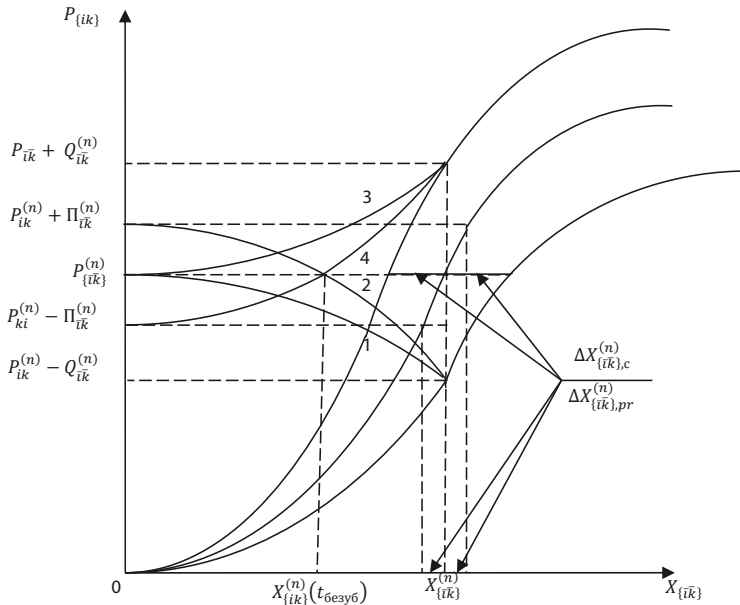


Рис. 2. Кривые формирования объемов предложения (1), спроса (3) и прибыли (2) в режимах чистой монополии и монополистической конкуренции

Fig. 2. Curves of Supply (1), Demand (3), and Profit (2) in the Pure Monopoly and Monopolistic Competition Regimes

$$\Pi_{ik}^{(n)} \equiv P_{ik}^{(n+1)} - P_{ik}^{(n)} = \frac{\varepsilon_{ik} P_{ik0}}{2} sh \left[\varepsilon_{ik} \omega_{ik0} t_{n+\frac{1}{2}} \right] sh \frac{\varepsilon_{ik} \omega_{ik0} t_n}{4}, \tag{27}$$

где $P_{ik}^{(n+1)} = P_{ik} \left(\frac{\pi}{\omega_{ik}} (n+1) \right)$; $t_{безуб}$ – точка безубыточности.

Денежные средства $\Delta X_{ik,pr}^{(n)}$, обеспечивающие создание дополнительной собственности (27), определяются из уравнения

$$P_{ik}^{(n)} \left[X_{ik}^{(n)} + \Delta X_{ik,pr}^{(n)} \right] = P_{ik}^{(n+1)} \tag{28}$$

и составляют понятие прибыли продавца (в расчете на данную порталную связь).

Раскладывая левую часть (28) в ряд и ограничиваясь линейным приближением по малому параметру $\Delta X_{ik,pr}^{(n)} / X_{ik}^{(n)} \ll 1$, находим

$$\Delta X_{ik,pr}^{(n)} = \frac{\Pi_{ik}^{(n)}}{\left| \frac{\partial P_{ik}^{(n)}}{\partial X_{ik}} \right|_{X_{ik}^{(n)}}} = 2\varepsilon_{ik} X_{ik0} sh \frac{\varepsilon_{ik} \pi n}{4} sh \frac{\varepsilon_{ik} \pi}{2}. \tag{29}$$

Таким образом, при выполнении условий (21) реализуется прибыльный (рентабельный) режим рыночного взаимодействия, обусловленный поступлением от покупателя денежных средств в объеме, превышающем уровень, необходимый для покрытия издержек сбыта. Показателем эффективности такого взаимодействия служит рентабельность предлагаемой продукции $R_{ik}^{(n)}$:

$$R_{ik}^{(n)} = \frac{\Delta X_{ik,pr}^{(n)}}{\Delta X_{ik,c}^{(n)}} = th \frac{\varepsilon_{ik} \pi n}{4} sh \frac{\varepsilon_{ik} \pi}{2}, \tag{30}$$

определяющая доход $\Delta X_{ik,r}^{(n)} = (1 + R_{ik}^{(n)}) \Delta X_{ik,c}^{(n)}$ и цену предложения

$$p_{ik,r}^{(n)} = \frac{\Delta X_{ik,c}^{(n)}}{\Delta B_{ik,c}^{(n)}} = (1 + R_{ik}^{(n)}) \frac{\beta_{ik}}{\omega_{ik0}} \equiv (1 + R_{ik}^{(n)}) p_{ik,c}, \tag{31}$$

где $p_{ik,c}$ — себестоимость продукции.

Обратимся к анализу отклика «эффективного» покупателя \bar{k} на поведение продавца \bar{i} . В соответствии с условиями локального равновесия (9) и (10), функции такого отклика могут быть получены из формул, найденных выше, с помощью замены $\bar{ik} \rightarrow \bar{ki}$ и $\varepsilon_{ik} \rightarrow -|\varepsilon_{ki}|$. Так, в течение первого полупериода n -ного цикла возбуждения на связи μ_{ki} формируется объем спроса

$Q_{ki}^{(n)} = \frac{|\varepsilon_{ki}| P_{ki0}}{2} ch \frac{|\varepsilon_{ki}| \pi n}{2}$, вследствие приобретения покупателем предлагаемого товара (см. ветвь 3 рис. 2), причем выполняется условие локального равновесия (см. (9)):

$$Q_{ki}^{(n)} = Q_{ik}^{(n)}. \tag{32}$$

В качестве денежного и материального представлений локального равновесия (32) выступают равенства издержек предложения продавца (26), соответственно, средствам платежа покупателя $\Delta X_{ki,c}^{(n)}$ и приобретаемого им количества материального блага $\Delta B_{ki,c}^{(n)}$:

$$\Delta X_{ik,c}^{(n)} = \Delta X_{ki,c}^{(n)}; \Delta B_{ik,c}^{(n)} = \Delta B_{ki,c}^{(n)}. \tag{33}$$

где величины $\Delta X_{ki,c}^{(n)}$ и $\Delta B_{ki,c}^{(n)}$ получаются из формул (26) с помощью упомянутой выше замены, а также равенств (32) и $\beta_{ik} = \beta_{ki}$. Заметим, что последнее соотношение отвечает естественному требованию равенства параметров ценности β_{ik} предлагаемого товара и полезности β_{ki} этого товара для покупателя в процессе потребления.

В течение второй половины n -го цикла параметрического возбуждения динамическая собственность покупателя уменьшается на величину $Q_{ki}^{(n)} + \Pi_{ki}^{(n)}$ (см. ветвь 4 на рис. 2), которая, помимо компенсации объема предложения, формирует прибыльную составляющую собственности продавца (27) за счет средств $\Delta X_{ki,pr}^{(n)} = \Delta X_{ik,pr}^{(n)}$ полной оплаты товара покупателем $\Delta X_{ki,r}^{(n)} = \Delta X_{ki,c}^{(n)} + \Delta X_{ki,pr}^{(n)}$. Вытекающее отсюда

выражение для цены спроса $p_{ki,r}^{(n)} = \frac{\Delta X_{ki,r}^{(n)}}{\Delta B_{ki,c}^{(n)}}$, определяется условиями неразрывности денежных и материальных потоков (33) на связях μ_{ki} и равно

$$p_{ki,r}^{(n)} = \frac{\Delta X_{ki,r}^{(n)}}{\Delta B_{ki,c}^{(n)}} = \frac{\Delta X_{ik,r}^{(n)}}{\Delta B_{ik,c}^{(n)}} = p_{ik,r}^{(n)} \equiv p_{\{ik\},r}^{(n)}. \tag{34}$$

Исключая параметр качества β_{ik} из уравнений (25) и (31) и учитывая (30), получим зависимость равновесной цены (34) от объема предложения $Q_{ik}^{(n)}$:

$$p_{\{\bar{i}\bar{k}\},r}^{(n)} = \left(1 + th \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \omega_{\bar{i}\bar{k}0} t_n}{4} sh \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \pi}{2} \right) \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \omega_{\bar{i}\bar{k}0} X_{\bar{i}\bar{k}0}^2}{2Q_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)}} ch \frac{\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}} \omega_{\bar{i}\bar{k}0} t_n}{2}. \tag{35}$$

Формула (35) определяет маршаловскую цену, предлагаемую продавцом \bar{i} за товар качества $\beta_{\bar{i}\bar{k}}$ в объеме $Q_{\bar{i}\bar{k}}^{(n)}$ в течение n -го периода рыночного обмена t_n . В то же время покупатель \bar{k} , заинтересованный в приобретении этого товара, формирует спрос в объеме $Q_{\bar{k}\bar{i}}^{(n)}$ (32), реализация которого по цене (35) ограничена относительно малым сегментом рынка $\mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}}$. О такой цене говорят как о монопольной цене продавца \bar{i} , а о соответствующем режиме товарно-денежного обмена, — как о режиме монополистической конкуренции, являющимся обобщением совершенной конкуренции в случае разбиения однородного рынка на малые сегменты $\mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}}$.

Согласно (35), монополисту \bar{i} выгодно осуществлять реализацию высококачественного товара по достаточно высокой цене, но в относительно малых объемах. Поэтому режим монополистической конкуренции характерен для отраслевых рынков, представленных предприятиями с небольшими объемами производства (мануфактуры, предприятия частного бизнеса, службы быта и т. п.). Стремление же продавца \bar{i} сбыть товар по установленной монопольной цене, но в большем объеме, сопряжено с усилением барьерных свойств сегмента $\varepsilon_{\bar{i}\bar{k}}$, например, за счет проведения рекламных мероприятий, научных разработок. Однако, если эти меры не дают результата, то начальный объем предложения реализуется по более высокой цене, компенсирующей затраты на повышение барьеров рынка (см. Нуреев, 2001, с. 234)¹.

3. Чистая монополия. Чистая монополия

Пусть теперь высота рыночного барьера продавца i (или глубина ямы покупателя l) существенно превосходит глубину рыночной ямы покупателя k (высоту барьера продавца m):

$$\varepsilon_{ik} \gg |\varepsilon_{ki}| \left(|\varepsilon_{lm}| \gg \varepsilon_{ml} \right). \tag{36}$$

В этом случае естественно считать, что на рынке определены состояния $\{\mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}}\}$ ($\{\mu_{\{\bar{l}\bar{m}\}}\}$), в которых единственный продавец i (покупатель l) взаимодействует с множеством покупателей $\{k\}$ (продавцов $\{m\}$). Такие состояния, как известно, реализуют на себе режим чистой монополии (чистой монополии).

Предполагая, что величины собственностей фирм-покупателей (продавцов) распределены в пространстве рынка по равномерному закону, введем, как и в разделе 2, усредненные сопряженные связи $\{\mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}}\}$ ($\{\mu_{\{\bar{l}\bar{m}\}}\}$) агента i (l) с «эффективным» покупателем \bar{k} (продавцом \bar{m}) и произведем формальную замену $\{\mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}}\} \rightarrow \mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}}^-$ ($\{\mu_{\{\bar{l}\bar{m}\}}\} \rightarrow \mu_{\{\bar{l}\bar{m}\}}^-$). С точностью до такой замены процессы формирования объемов предложения и спроса, себестоимости и равновесной цены могут быть описаны формулами (23)—(35) и рис. 2, и поэтому ниже рассматриваться не будут.

Дальнейшее изложение посвящено анализу условия рентабельности (21), характеризующего эффективность товарно-денежного обмена на связях монорынков. Обсудим сначала зависимость параметра рентабельности $\kappa_{\bar{i}\bar{k}}^-$ (см. (6)) от технологических и рыночных характеристик связей $\mu_{\{\bar{i}\bar{k}\}} \equiv \{\mu_{\bar{i}\bar{k}}^-, \mu_{\bar{k}\bar{i}}^-\}$ чистой монополии. Для этого представим соотношения (6) в виде квадратных уравнений относительно технологических частот $\omega_{\{\bar{i}\bar{k}\}0}$:

¹ Нуреев, Р. М. (2001). *Курс микроэкономики*. Учебник для вузов. Москва: Издательство НОРМА, 572.

$$\omega_{\{i\bar{k}\}0}^2 \left(1 - \varepsilon_{\{i\bar{k}\}}^2\right) - 2\omega_{\{i\bar{k}\}} \omega_{\{i\bar{k}\}0} + \omega_{\{i\bar{k}\}}^2 + \kappa_{\{i\bar{k}\}}^2 = 0 \tag{37}$$

и запишем условие их разрешимости как $\varepsilon_{\{i\bar{k}\}}^2 \geq \frac{\kappa_{\{i\bar{k}\}}^2}{\left(\omega_{\{i\bar{k}\}}^2 + \kappa_{\{i\bar{k}\}}^2\right)} \equiv \left(\varepsilon_{\{i\bar{k}\}}^2\right)_{\min}$.

Полагая, что амплитуда параметрического возмущения покупателя $|\varepsilon_{\bar{k}i}|$ принимает минимально возможное значение: $|\varepsilon_{\bar{k}i}| = \left(\varepsilon_{\{i\bar{k}\}}\right)_{\min} \ll 1$, запишем первое решение уравнений (37) в виде $\omega_{\bar{k}i0} = \omega_{\{i\bar{k}\}} / \left(1 - \varepsilon_{\bar{k}i}^2\right)$, определяющем инвариантные параметры $\omega_{\{i\bar{k}\}}^1, \gamma_{\{i\bar{k}\}}^1$ и $\kappa_{\{i\bar{k}\}}^1$ состояния $\mu_{\{i\bar{k}\}}^1$ как функции технологической частоты $\omega_{\bar{k}i0}$ и глубины рыночной ямы $|\varepsilon_{\bar{k}i}|$ покупателя: $\omega_{\{i\bar{k}\}}^1 = \omega_{\bar{k}i0} \left(1 - \varepsilon_{\bar{k}i}^2\right), \gamma_{\{i\bar{k}\}}^1 = \frac{1 - |\varepsilon_{\bar{k}i}|}{1 + |\varepsilon_{\bar{k}i}|}$,

$$\kappa_{\{i\bar{k}\}}^1 = \omega_{\bar{k}i0} |\varepsilon_{\bar{k}i}| \left(1 - \varepsilon_{\bar{k}i}^2\right)^{1/2}. \tag{38}$$

Решая далее уравнение (37) относительно частоты $\omega_{\bar{k}i0}$ фирмы-монополиста i , получим соотношение

$$\kappa_{\{i\bar{k}\}}^1 = \omega_{\bar{k}i0} |\varepsilon_{\bar{k}i}| \left(1 - \varepsilon_{\bar{k}i}^2\right) / \left(\sqrt{1 - \varepsilon_{\bar{k}i}^2} - \sqrt{\varepsilon_{\bar{k}i}^2 - \varepsilon_{\bar{k}i}^2}\right), \tag{39}$$

которое совместно с (38), определяет величину $\kappa_{\{i\bar{k}\}}^1$ как функцию технологических и рыночных параметров агентов монопольного рынка (см. рис. 3). Мы видим, что при заданной глубине рыночной ямы покупателя $|\varepsilon_{\bar{k}i}|$ функция (39) демонстрирует монотонно растущую зависимость рентабельности $R_{\bar{k}i}(\kappa_{\{i\bar{k}\}}^1)$ от технологических частот $\omega_{\bar{k}i0}$ и рыночных барьеров $\varepsilon_{\bar{k}i}$ фирмы-продавца (рис. 3а). С другой стороны (см. рис. 3б и формулу (38)), при фиксированных значениях $\omega_{\bar{k}i0}$ и $\varepsilon_{\bar{k}i}$ рост параметра $R_{\bar{k}i}$ может быть обеспечен как за счет повышения частоты технологических процессов $\omega_{\bar{k}i0}$, так и при снижении глубины рыночной ямы $|\varepsilon_{\bar{k}i}|$ фирмы-покупателя. Так, согласно (38), заданное предложение с параметром $\kappa_{\{i\bar{k}\}}^{(0)}$ может быть реализовано лишь спросом, формируемым связью $\mu_{\bar{k}i}^1$ фирмы-покупателя с технологической частотой $\omega_{\bar{k}i0} \geq 2\kappa_{\{i\bar{k}\}}^{(0)}$ и глубиной ямы $1/\sqrt{2} \leq |\varepsilon_{\bar{k}i}| \leq 1$.

Экономическая природа указанных зависимостей состоит в активизации товарно-денежного обмена, главным образом, за счет процессов предложения товара с ценой $p_{\bar{k}i}(\kappa_{\bar{k}i}^1)$, механизм формирования которых аналогичен описанному выше в разделе 2. Действительно, согласно (35) и (21) цена $p_{\bar{k}i}^1$ диктуемая монополистом, с течением времени проявляет слабо экспоненциальный рост, обусловленный увеличением параметра рентабельности $\kappa_{\bar{k}i}^1 \approx \varepsilon_{\bar{k}i} \omega_{\bar{k}i0}$, т. е. благодаря росту рыночных барьеров и интенсивности производства продавца-монополиста. В силу локального равновесия товарно-денежного обмена на связях $\mu_{\{i\bar{k}\}}^1$, такой же рост испытывает и индуцируемая предложением величина $\kappa_{\bar{k}i}^1 = \kappa_{\{i\bar{k}\}}^1$, характеризующая спрос на товар. Важно при этом отметить, что повышенное предложение монополиста может быть обеспечено спросом не только благодаря усилению конкуренции из-за снижения глубины рыночных ям, но и вследствие увеличения дохода покупателя за счет интенсификации его производственных процессов. Фирмы-покупатели с недостаточно высоким объемом производства (точнее, фирмы, технологические параметры которых не удовлетворяют отмеченным в конце преды-

дущего абзаца неравенствам), могут не войти в рыночную связь $\mu_{\{i\bar{k}\}}$ с монополистом и должны будут покинуть рынок.

Для исследования формирования равновесной цены в режиме чистой монополии в уравнениях (38), (39) и на рисунке 3 необходимо произвести замены $\{i\bar{k}\} \rightarrow \{l\bar{m}\}$; $\varepsilon_{\{i\bar{k}\}} \rightarrow |\varepsilon_{\{l\bar{m}\}}|$; $|\varepsilon_{\{k\bar{i}\}}| \rightarrow \varepsilon_{\{m\bar{l}\}}$ и воспользоваться вторым решением уравнения (37) (со знаком «+» перед дискриминантом):

$$\kappa_{\{l\bar{m}\}} = \omega_{l\bar{m}0} \varepsilon_{\bar{m}l} (1 - \varepsilon_{\bar{m}l}^2) / (\sqrt{1 - \varepsilon_{\bar{m}l}^2} + \sqrt{\varepsilon_{\bar{m}l}^2 - \varepsilon_{\bar{m}l}^2}), \tag{40}$$

$$\kappa_{\{l\bar{m}\}} = \omega_{\bar{m}l0} \varepsilon_{\bar{m}l} \sqrt{1 - \varepsilon_{\bar{m}l}^2}. \tag{41}$$

Графики зависимостей (40) и (41) изображены на рисунке 4. Так, в соответствии с формулой (40), кривые в) демонстрируют снижение рентабельности $\kappa_{\{l\bar{m}\}}$ (и цены спроса $p_{\{l\bar{m}\}}$) с уменьшением частоты $\omega_{l\bar{m}0}$ и увеличением глубины рыночной ямы $|\varepsilon_{\{l\bar{m}\}}|$. Это свидетельствует об увеличении дохода моно – покупателя и усилении его рыночной власти вследствие уменьшения технологических и рыночных издержек, а также повышения его конкурентной устойчивости из-за недопущения проникновения на связь $\mu_{l\bar{m}}$ других покупателей.

С другой стороны, кривые типа г) на рис. 4 (см. (41)) иллюстрируют увеличение рентабельности продаж $\kappa_{\bar{m}l}$ за счет роста технологических частот $\omega_{\bar{m}l0}$ и снижения рыночных барьеров $\varepsilon_{\bar{m}l}$ фирм-продавцов. Полученный результат свидетельствует об увеличении привлекательности покупателя l для продавцов \bar{m} , которые в силу повышения объемов предложения и снижения высоты барьеров $\varepsilon_{\bar{m}l}$, могут свободно проникать на рыночные связи $\mu_{\bar{m}l}$ и тем самым участвовать в реализации локально-равновесной рыночной цены $p^{(0)}(\kappa_{\{l\bar{m}\}}^{(0)})$, диктуемой покупателем-монополистом.

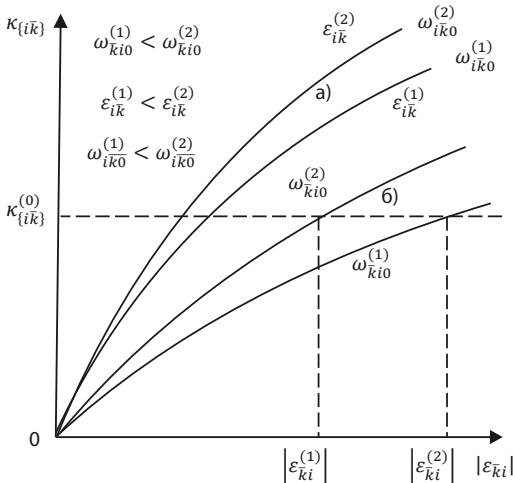


Рис. 3. Зависимость параметра рентабельности от глубины рыночной ямы покупателей в режиме чистой монополии

Fig. 3. Dependency of the Profitability Parameter on the Depth of the Market Pit for Buyers in the Pure Monopoly Regime

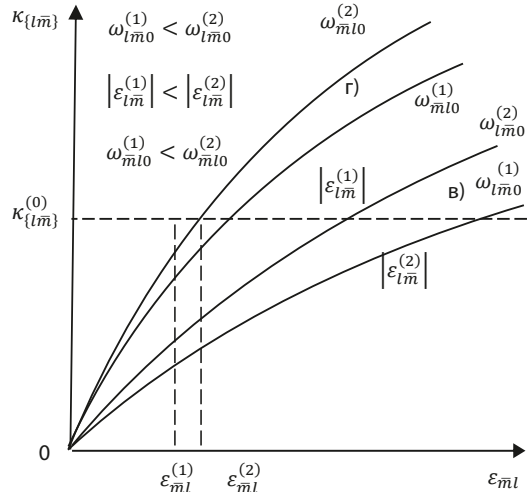


Рис. 4. Зависимость параметра рентабельности от высоты рыночного барьера продавцов в режиме чистой монополии

Fig. 4. Dependency of the Profitability Parameter on the Height of the Market Barrier for Sellers in the Pure Monopoly Regime

4. Олигополия и олигопсония

Как известно, рынок олигополии (олигопсонии) представлен небольшим числом продавцов (покупателей), характеризующихся высокими барьерами (глубокими ямами) вхождения на рынок. При этом число покупателей (продавцов) предполагается достаточно большим, чтобы (в условиях обмена недифференцированным товаром) распределение динамической собственности по связям рынка было однородным. Особенностью данной ситуации по сравнению с чистой монополией (чистой монопсонией) является то, что достижение высокой эффективности товарно-денежного обмена обеспечивается оптимальным взаимодействием продавцов (покупателей) друг с другом посредством управленческих связей.

Рассмотрим сначала случай олигопольного рынка, представленного тремя фирмами-продавцами $i (i = 1, 2, 3)$, показанными на рис. 5. Пунктирный контур отвечает формально введенной «фирме-покупателю» \bar{k} , характеризующейся однородно распределенной динамической собственностью по степеням свободы микросистемы. Пунктирные стрелки демонстрируют порталные связи этого «покупателя» с реальными фирмами-продавцами.

Как показано в работе Славина (2022, п. 3), взаимодействие между продавцами, обусловленное управленческими связями $v = (i, i')$, описывается структурной матрицей $\hat{\gamma}$:

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 \\ 0 & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & 0 & \gamma_{33} \end{pmatrix}, \gamma_{vi}^2 + \gamma_{vi'}^2 = 1, \quad (42)$$

элементы которой определяются формулами

$$\gamma_{vi} = \frac{\varphi_v}{\sqrt{1 + \varphi_v^2}}; \gamma_{vm} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varphi_v^2}}; \varphi_v = \sqrt{\frac{L_{i'}}{L_i}} \leq 1, \quad (43)$$

где $L_i, L_{i'}$ — величины действия фирм i и i' , взаимодействующих на связи v , причем $L_i \leq L_{i'}$. Умножая матрицу $\hat{\gamma}$ на транспонированную $\hat{\gamma}^T$, получаем так называемую управленческую матрицу $\Gamma = \hat{\gamma}\hat{\gamma}^T = (\Gamma_{vv'})$ и ее характеристическое уравнение

$$(1 - \Gamma)^3 - (1 - \Gamma)(\Gamma_{12}^2 + \Gamma_{13}^2 + \Gamma_{23}^2) + 2\Gamma_{12}\Gamma_{13}\Gamma_{23} = 0, \quad (44)$$

определяющее собственные значения матрицы $\Gamma = (\Gamma_{vv'})$, связанные с невозмущенными технологическими частотами ω_{v0} фирм-продавцов (см. раздел 1 наст. статьи) соотношением $\omega_{v0} = \omega_0 \sqrt{\Gamma_{vv}}$, где ω_0 некоторая характерная частота ПЭС;

$$\Gamma_{12} = \gamma_{12}\gamma_{22}; \Gamma_{13} = \gamma_{11}\gamma_{31}; \Gamma_{23} = \gamma_{23}\gamma_{33}, 0 \leq \Gamma_{vv'} \leq \frac{1}{2} - \quad (45)$$

элементы управленческой матрицы.

Частоты ω_{v0} обычно располагаются в порядке возрастания в соответствии с возрастающей последовательностью величин действия фирм L_i . При этом фирма с максимальной величиной действия (и, соответственно, максимальной собственной частотой; в нашем случае это фирма 1) в экономической литературе получила название лидера олигопольного рынка, тогда как остальные участники этого рынка называются аутсайдерами.

При активизации в системе порталных связей (см. рис. 5) частоты ω_{v0} испытывают нестационарное параметрическое возмущение:

$$\omega_v^2(t) = \omega_{ik0}^2 \left(1 + \varepsilon_{ik} \cos 2\omega_{ik} t \right), \tag{46}$$

при взаимодействии с «покупателем» \bar{k} , где ε_{ik} — высота рыночного барьера фирмы i ; ω_{ik} — частота возмущения порталных связей $\{ik\}$. Поскольку параметры возмущения связей на олигопольном рынке удовлетворяют тем же соотношениям, что и на монопольном рынке, для описания ценообразования следует воспользоваться уравнениями (38), (39) и преобразовать их к виду, выражающему зависимость частот ω_{ki0} , характеризующих спрос «покупателя» \bar{k} , от параметра рентабельности κ_{ik} при фиксированных частотах ω_{ik0} продавцов (см. пунктирные кривые на рис. 6а, отвечающие одинаковым значениям параметра ε_{ik}).

Допустим, что лидер рынка (продавец 1) установил цену предложения $p_{\{1\bar{k}}^{(o)} = p(\kappa_{\{1\bar{k}}^{(o)})$, соответствующую спросу с частотой $\omega_{k10}^{(o)}$. Для того, чтобы фирмы — аутсайдеры могли удовлетворить такому же спросу «покупателя», им пришлось бы предложить за свой товар цену, существенно превышающую цену лидера. Поэтому, для снижения издержек предложения аутсайдеры $i \neq 1$ должны улучшить барьерные свойства своих рынков (например, благодаря рекламным акциям), увеличив амплитуды возмущений ε_{ik} , что иллюстрируется сплошными кривыми оптимального ценообразования на рис. 6а с более высокими значениями барьерных параметров: $\varepsilon_{3k} > \varepsilon_{2k} > \varepsilon_{1k}$. Описанный эффект получил название «гонки за лидером».

Заметим, что значения параметров $\varepsilon_{ik} (i \neq 1)$ можно найти, подставив значение амплитуды возмущения $|\varepsilon_{ik}| \approx \kappa_{\{ik\}}^{(o)} / \omega_{ki0}^{(o)}$, соответствующее точке $(\kappa_{\{ik\}}^{(o)}, \omega_{ki0}^{(o)})$, в соотношение (39) (в котором следует произвести замену $\omega_{ki0} \rightarrow \omega_{ki0}^{(o)}$).

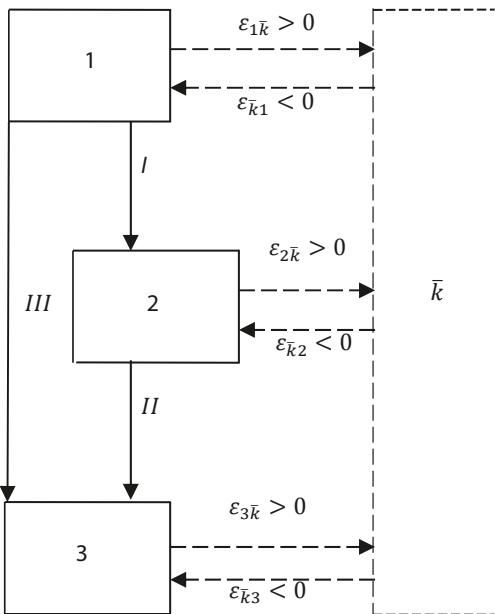


Рис. 5. Схема олигопольного рынка с тремя конкурирующими фирмами-продавцами

Fig. 5. Scheme of an Oligopoly Market with Three Competing Seller Firms

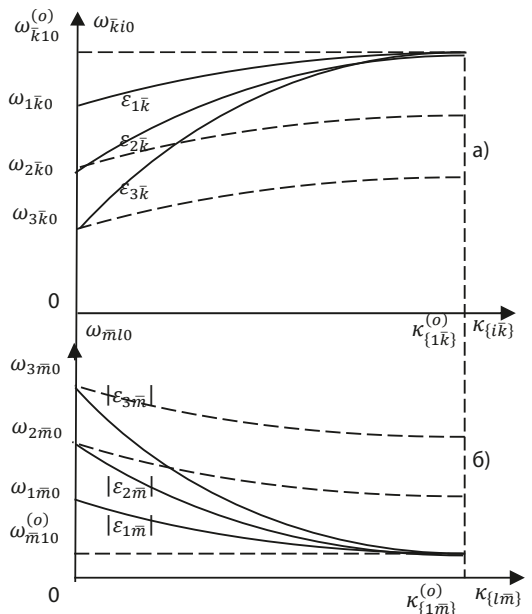


Рис. 6. Эффект «гонки за лидером» на рынке олигополии (а) и олигопсонии (б)

Fig. 6. Leader Chase Effect in the Oligopoly (a) and Oligopsony (b) Markets

Структура и эффективность функционирования олигопольного рынка зависит от взаимного расположения собственных частот ω_{ik0}^- , вытекающего из анализа характеристического уравнения (44). Наиболее типичной, разумеется, представляется ситуация, при которой это уравнение имеет ровно три корня. Соответствующее условие найдем, потребовав, чтобы в точке минимума левая часть (44) принимала отрицательное значение; в результате получим

$$\Gamma_{12}\Gamma_{13}\Gamma_{23} < \frac{1}{3^{5/2}} (\Gamma_{12}^2 + \Gamma_{13}^2 + \Gamma_{23}^2)^{3/2}. \quad (47)$$

Можно показать, что условие (47) соблюдается практически для всех допустимых значениях Γ_{ii} (см. (45)), при этом разброс технологических частот ω_{i0} растет с увеличением расстояния между элементами технологической матрицы Γ_{ii} . По мере уменьшения модуля разности между величинами Γ_{ii} наибольший по величине корень Γ_1 (отвечающий «лидеру») обособляется от остальных корней, обуславливая, таким образом, сближение последних друг с другом. В предельном случае, при $\Gamma_{12} = \Gamma_{13} = \Gamma_{23} = \frac{1}{2}$, характеристическое уравнение (44) имеет единственный корень $\Gamma_1 = \sqrt{2}$, отвечающий случаю монопольного рынка.

С экономической точки зрения, разброс собственных частот ω_{ik0}^- отвечает различию способностей фирм к производству однотипной товарной продукции. При этом фирма-лидер с наибольшей частотой обладает необходимым уровнем активов и барьерных характеристик порталных связей, обеспечивающим эффективную торговую сделку с «покупателем» по установленной ею ценой. В то же время фирмы-аутсайдеры с более низкими производственными мощностями вынуждены выходить на сбыт товара по цене предложения лидера путем увеличения активности своих порталных связей, в частности, за счет сближения частот своих технологических процессов (эффекта «гонки за лидером»).

Для рассмотрения случая олигопсонии поступим так же, как и в разделе 3, выполнив в предыдущих рассуждениях замены $i \rightarrow l$; $\bar{k} \rightarrow \bar{m}$ и преобразовав уравнения (40) и (41) к виду, выражающему зависимость частот ω_{m0}^- от параметра рентабельности спроса $\kappa_{\{lm\}}^-$ при заданных частотах ω_{l0}^- и глубин рыночной ям $|\varepsilon_{1m}^-|$ олигопсонистов (см. пунктирные кривые на рис. 6б). Если лидер рынка — покупатель 1 — определил цену спроса $p_{\{1m\}}^{(o)} = p(\kappa_{\{1m\}}^{(o)})$, соответствующую предложению с частотой $\omega_{m0}^{(o)}$, то аналогично предыдущему случаю фирмы-аутсайдеры 2 и 3 ради снижения издержек спроса будут вынуждены увеличить активности собственных связей $|\varepsilon_{2m}^-|$ и $|\varepsilon_{3m}^-|$, демонстрируя тем самым эффект «гонки за лидером» (см. сплошные кривые на рис. 6б). Необходимо отметить, что как и в предыдущем случае результативность этого эффекта существенно зависит от взаимно расположения собственных частот фирм-покупателей.

5. Выводы

Настоящая работа продолжает серию статей одного из авторов, посвященных применению регулярно-динамического метода к описанию взаимодействия агентов спроса и предложения на отраслевых рынках. Если в предыдущих работах основное внимание было уделено общим вопросам ценообразования на каждой связи микроэкономической системы, то в данной статье эти вопросы рассмотрены в контексте конкретных механизмов рыночного взаимодействия. Подробно изу-

чено влияние технологических и рыночных факторов на устойчивую равновесную цену в режимах совершенной и монополистической конкуренции, чистой монополии и чистой монополии, олигополии и олигополии.

Заметим, что применение регулярно-динамического метода в указанных выше задачах возможно благодаря использованию приема эффективного гамильтониана, позволяющего заменить множество случайных портовых связей, на которых происходит обмен однородным товаром, на одну регулярную связь. Обоснование такого приема достигается с помощью статистического метода, который мы планируем использовать в последующих работах для выявления новых особенностей функционирования отраслевых рынков.

Важно также подчеркнуть, что данная работа демонстрирует определенные преимущества используемого авторами математического аппарата перед приемами математического моделирования, указанными в разделе 1. Суть этих преимуществ состоит в том, что каждый результат представленных нами исследований может быть получен путем последовательного развития небольшого числа «первых принципов», формулировка и развитие которых при решении экономических задач осуществляется с помощью соответствующего математического аппарата. Это обстоятельство позволяет данной методологии охватить широкий спектр вопросов микроэкономической науки, максимально приблизив возможность использования ее в сфере цифровой экономики.

Список источников

Белова, Т. Н., Куприянов, В. В., Куприянова, М. В. (2020). Динамика ценовых индикаторов российского рынка продовольствия: опыт компьютерного моделирования. *Экономика и математические выводы*, 56(2), 40–51. <https://doi.org/10.31857/S042473880006892-0>

Боровкова, А. Е. (2019). Поведение фирмы-посредника на двустороннем рынке при дифференциации продукта в условиях асимметрии информации. *Экономика и математические методы*, 55(2), 104–117. <https://doi.org/10.31857/S042473880004681-8>

Власов, Д. А. (2016). Теоретико-игровая модель конкурентной борьбы за рынки сбыта продукции. *Вопросы экономики и управления*, 5(7), 27–29.

Вороновицкий, М. М. (2015). Агент-ориентированная модель замкнутого однотоварного рынка при рациональном предпочтении участников. *Экономика и математические методы*, 51(3), 64–80.

Вороновицкий, М. М. (2017). О стадном поведении в динамической модели замкнутого однотоварного рынка, участниками которого являются конечные автоматы. *Экономика и математические методы*, 53(2), 76–89.

Зенкевич, Н. А., Гладкова М. А. (2007). Теоретико-игровая модель конкуренции «Качество — цена» на отраслевом рынке. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Менеджмент*, 8(4), 3–31.

Интрилигатор, М. (2002). *Математические методы оптимизации и экономическая теория*. Пер. с англ. Г. И. Жуковой, Ф. Я. Кельмана. Москва: Айрис-пресс, 553.

Клейнер, Г. Б. (2013). Системная экономика и системно-ориентированное моделирование. *Экономика и математические методы*, 49(4), 71–93.

Коваленко, А. Г. (2018). О поиске состояния равновесия пространственно-распределенных рынков несовершенной конкуренции однородного продукта. *Экономика и математические методы*, 54(1), 52–68.

Коломиец, С. М. (2011). Идеальная конкуренция с точки зрения синергетики. *Журнал экономической теории*, 2, 139–145.

Кукушкин, В. А., Медведева, Е. В. (2011). Плановая динамика производственно-экономической системы в режиме рентабельной реализации товара. *Международный научный журнал*, 4, 43–48.

Лоскутов, А. Ю. (2010). Нелинейная оптимизация хаотической динамики рынка. *Экономика и математические методы*, 46(3), 58–70.

Машунин, Ю. К. (2016). Теория, математическое моделирование и прогнозирование развития рынка. *Известия Дальневосточного Федерального университета. Экономика и управление*, 4(80), 18–40. <https://doi.org/10.5281/zenodo.221325>

Машунин, Ю. К. (2018). Теория, математическое моделирование и прогнозирование развития рынка (3. Отраслевой рынок). *Известия Дальневосточного Федерального университета. Экономика и управление*, 3(87), 5–23.

Нечеухина, Н. С., Мустафина, О. В., Куклина, Л. Н. (2020). Концептуальные основы финансовой составляющей конкурентоспособности экономических субъектов. *Журнал экономической теории*, 17(2), 346–360. <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2020.17-2.9>

Славин, В. А. (2014). Элементы динамической теории экономического взаимодействия. *Журнал экономической теории*, 1, 219–230.

Славин, В. А. (2022). Структурно-организационные аспекты теории фирмы в свете динамического и статистического методов. *AlterEconomics*, 19(3), 526–546. <https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2022.19-3.7>

Beresnev, V. L., Suslov, V. I. (2010). A Mathematical Model of Market Competition. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 4(2), 147–157. <https://doi.org/10.1134/S199047891002002X>

Plastria, F., Vanhaverbeke, L. (2008). Discrete Models for Competitive Location with Foresight. *Computer & Operations Research*, 35(3), 683–700. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.05.006>

Walras, L. (2003). *Elements of Pure Economics: Or the Theory of Social Wealth*. London: Psychology Press, 620.

References

Belova, T. N., Kupriyanov, V. V., & Kupriyanova, M. V. (2020). Dinamika tsenovykh indikatorov rossiyskogo rynka prodovol'stviya: opyt komp'yuternogo modelirovaniya [Dynamics of Price Indicators of the Russian Food Market: Experience of Computer Modeling]. *Ekonomika i matematicheskie vyvody [Economics and Mathematical Methods]*, 56(2), 40–51. <https://doi.org/10.31857/S042473880006892-0> (In Russ.)

Beresnev, V. L., & Suslov, V. I. (2010). A Mathematical Model of Market Competition. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 4(2), 147–157. <https://doi.org/10.1134/S199047891002002X>

Borovkova, A. E. (2019). Povedenie firmy-posrednika na dvusto-ronnem rynke pri differentsiatsii produkta v usloviyakh asimmetrii informatsii [Product Differentiation in Two-Sided Market with Uncertainty in Product Quality Value]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 55(2), 104–117. <https://doi.org/10.31857/S042473880004681-8> (In Russ.)

Intriligator, M. (2002). *Matematicheskie metody optimiza-tsii i ekonomicheskaya teoriya [Mathematical Optimization and Economic Theory]*. Translated by G. I. Zhukova, F. Ya. Kelman. Moscow, Russia: Iris Press Publ., 553. (In Russ.)

Kleiner, G. B. (2013). Sistemnaya ekonomika i sistemno-orientirovannoe modelirovanie [System Economics and System-Oriented Modeling]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 49(4), 71–93. (In Russ.)

Kolomiets, S. M. (2011). Ideal'naya konkurentsia s tochki zreniya sinergetiki [Ideal Competition in terms of Synergetic]. *Zhurnal Ekonomicheskoy Teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 2, 139–145. (In Russ.)

Kovalenko, A. G. (2018). O poiske sostoyaniya ravnovesiya prostranstvenno-rassredotochennykh rynkov nesovershennoy konkurentsii odno-rodного produkta [In search of Equilibrium State at the Spatial Dispersed Markets with Imperfect Competition of a Uniform Product]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 54(1), 52–68. (In Russ.)

Kukushkin, V. A., & Medvedeva, E. V. (2011). Planovaya dinamika proizvodstvenno-ekonomicheskoy sistemy v rezhime rentabel'noy realizatsii tovara [Planned Dynamics of Industrial and Economic System in Cost-Effective Product Sales Mode]. *Mezhdunarodnyy nauchnyy zhurnal [International Scientific Journal]*, 4, 43–48. (In Russ.)

Loskutov, A. Yu. (2010). Nelineynaya optimizatsiya khaoticheskoy dinamiki rynka [Nonlinear Optimization of the Chaotic Market Dynamics]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 46(3), 58–70. (In Russ.)

Mashunin, Yu. K. (2016). Teoriya, matematicheskoe modelirovanie i prognozirovanie razvitiya rynka [Theory, Mathematical Modeling and Forecasting of Market Development]. *Izvestiya Dal'nevostochnogo Federal'nogo universiteta. Ekonomika i upravlenie [The Bulletin of the Far Eastern Federal University. Economics and Management]*, 4(80), 18–40. <https://doi.org/10.5281/zenodo.221323> (In Russ.)

Mashunin, Yu. K. (2018). Teoriya, matematicheskoe modelirovanie i prognozirovanie razvitiya rynka (3. Otrasleyvyy rynek) [Theory, mathematical modeling and forecasting of market development (3. Industry of the market)]. *Izvestiya Dal'nevostochnogo Federal'nogo universiteta. Ekonomika i upravlenie [The Bulletin of the Far Eastern Federal University. Economics and Management]*, 3(87), 5–23. (In Russ.)

Necheukhina, N. S., Mustafina, O. V., & Kuklina, L. N. (2020). Kontseptual'nye osnovy finansovoy sostavlyayushchey konkurentosposobnosti ekonomicheskikh sub"ektov [Conceptual Framework of Financial Component of the Competitiveness of Economic Entities]. *Zhurnal Ekonomicheskoy Teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 17(2), 346–360. <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2020.17-2.9> (In Russ.)

Plastria, F., & Vanhaverbeke, L. (2008). Discrete Models for Competitive Location with Foresight. *Computer & Operations Research*, 35(3), 683–700. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.05.006>

Slavin, V. A. (2014). Elementy dinamicheskoy teorii ekonomicheskogo vzaimodeystviya [Dynamic Theory of Economic Interaction Elements]. *Zhurnal Ekonomicheskoy Teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 1, 219–230. (In Russ.)

Slavin, V. A. (2022). Strukturno-organizatsionnye aspekty teorii firmy v svete dinamicheskogo i statisticheskogo metodov [Structural-Organizational Aspects of the Theory of the Firm from the Perspective of the Probabilistic-Dynamic and Statistical Approaches]. *AlterEconomics*, 19(3), 526–546. <https://doi.org/10.31063/AlterEconomics/2022.19-3.7> (In Russ.)

Vlasov, D. A. (2016). Teoretiko-igrovaya model' konkurentnoy bor'by za rynki sbyta produktsii [Model of Game Theory in Competition for Product Sales Market]. *Voprosy ekonomiki i upravleniya [Economic and Management Issues]*, 5(7), 27–29. (In Russ.)

Voronovitsky, M. M. (2015). Agent-orientirovannaya model' zamknutogo odnotovarnogo rynka pri ratsional'nom predpochtenii uchastnikov [The Agent-Based Model of the Closed Market with One Commodity and Rational Choice of Partners]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 51(3), 64–80. (In Russ.)

Voronovitsky, M. M. (2017). O stadnom povedenii v dinamicheskoy modeli zamknutogo odnotovarnogo rynka, uchastnikami kotorogo yavlyayutsya konechnye avtomaty [On the Herd Behavior in the Dynamic Model of Closed One Commodity Market with Finite Automata as Participants]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]*, 53(2), 76–89. (In Russ.)

Walras, L. (2003). *Elements of Pure Economics: Or the Theory of Social Wealth*. London: Psychology Press, 620.

Zenkevich, N. A., & Gladkova, M. A. (2007). Teoretiko-igrovaya model' konkurentsii «Kachestvo — tsena» na otraslevom rynke [Game-Theoretical Model “Quality — Price” under Competition on the Industry Market]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Menedzhment [Vestnik of Saint Petersburg University. Management]*, 8(4), 3–31. (In Russ.)

Информация об авторах

Славин Вячеслав Александрович — кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики и теоретической механики, Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова; <https://orcid.org/0009-0003-5026-4979> (Российская Федерация, 428015, г. Чебоксары, Московский пр-т, д. 15; e-mail: slavin9297@mail.ru).

Ильина Лариса Алексеевна — старший преподаватель кафедры математического и аппаратного обеспечения, Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова; <https://orcid.org/0000-0001-8550-2429> (Российская Федерация, 428015, г. Чебоксары, Московский пр-т, д. 15; e-mail: larisai2009@gmail.com).

About the authors

Vyacheslav A. Slavin — Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Theoretical Mechanics, Chuvash State University named after I. N. Ulyanov; <https://orcid.org/0009-0003-5026-4979> (15, Moskovsky Ave., Cheboksary, 428015, Russian Federation; e-mail: slavin9297@mail.ru).

Larisa A. Iina — Senior Lecturer, Department of Mathematical Support and Hardware, Chuvash State University named after I. N. Ulyanov; <https://orcid.org/0000-0001-8550-2429> (15, Moskovsky Ave., Cheboksary, 428015, Russian Federation; e-mail: larisai2009@gmail.com).

Дата поступления рукописи: 15.02.2023.

Прошла рецензирование: 10.03.2023.

Принято решение о публикации: 18.05.2023.

Received: 15 Feb 2023.

Reviewed: 10 March 2023.

Accepted: 18 May 2023.