ЖУРНАЛ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ №3/2014

ПРАВИЛА ВЫБОРА ЛУЧШЕЙ ИЗ ДВУХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ СХЕМ[1]

Х. Н. Гизатуллин, А. М. Ахтямов, Д. А. Камалов

Для модели акселератора получены три теоремы о выборе лучшей из двух схем инвестирования предприятия с одинаковым горизонтом планирования и объемом инвестирования. Теоремы позволяют, не решая дифференциального уравнения, только по виду двух схем инвестирования выбрать ту, которая даст больший объем продукции. В первой теореме доказано, что все схемы инвестирования, имеющие одинаковый объем инвестирования U и горизонт планирования T и симметричные относительно прямой t = T/2, дают одинаковый объем продукции, выпущенной за период времени [0, T]. Во второй теореме показано, что убывающий график инвестирования лучше возрастающего, а в третьей — что при росте инвестиций лучше та схема, у которой скорость роста меньше. Приведены также иллюстрирующие примеры.

1. Введение

Вопросам инвестирования посвящено много работ [1-19]. В большинстве из них рассматривается распределение инвестиционного капитала среди множества альтернативных вариантов капиталовложений. Настоящая статья отличается от традиционных тем, что рассматриваются две различные схемы инвестирования в одно и то же предприятие (одну отрасль), которые имеют одинаковый объем инвестирования за время $[0, T]$.

Задача состоит в том, чтобы найти правила, с помощью которых только по виду графиков сразу можно было бы сказать, по какой из двух схем инвестирования предприятие произведет больший объем продукции за время $[0,T]$.

2. Математическая модель и основные допущения

Выводы статьи основываются на модели акселератора [12, с. 14-15, 158]

$$a\,y'(t) = u(t), \qquad (1)$$

где $u(t)$ — капиталовложения в момент времени t; $y'(t)$ — интенсивность выпуска конечной продукции (в стоимостном выражении); a — коэффициент приростной фондоемкости (фактор акселерации), выражающий сумму капиталовложений на единицу интенсивности выпуска конечной продукции (в стоимостном выражении).

Заметим, что в настоящей статье рассматривается влияние инвестиций на рост продукции, а не влияние прироста национального дохода на размер вызванных им капиталовложений. Поэтому коэффициент a далее именуется не фактором акселерации, а коэффициентом приростной фондоемкости. «Если провести физическую аналогию, этот показатель играет роль как бы массы, характеризующей инерцию экономической системы: чем больше требуется капиталовложений на дополнительную единицу производства конечного продукта, тем более инерционна система (меньше ее реакция на изменение объема капитальных вложений)» [12, с. 158].

В микроэкономике модель (1) является частным случаем математической модели инвестирования, определяемой линейным дифференциальным уравнением первого порядка [8, с. 177-178]:

$$a\,y'(t) + k\,y(t) = u(t), \quad y(0) = y_0,$$
$$u(t) \ge 0, \;\; k \ge 0, \;\; a > 0. \qquad (2)$$

Здесь $y(t)$ — общая стоимость конечной продукции предприятия, произведенной в момент времени t; k — постоянный неотрицательный коэффициент выбытия фондов (с течением времени происходит изнашивание оборудования и орудий труда); $u(t)$ — поток капитальных вложений, направленный на восстановление и расширение фондов (для краткости этот поток далее будем именовать инвестициями).

Уравнение (2) возникает также в макроэкономике при исследовании оптимального экономического роста как уравнение валовых инвестиций [9, с. 429] (инвестиции идут на уве-

[1] Работа частично подержана грантом Президента РФ (проект НШ-1096.2014.1).

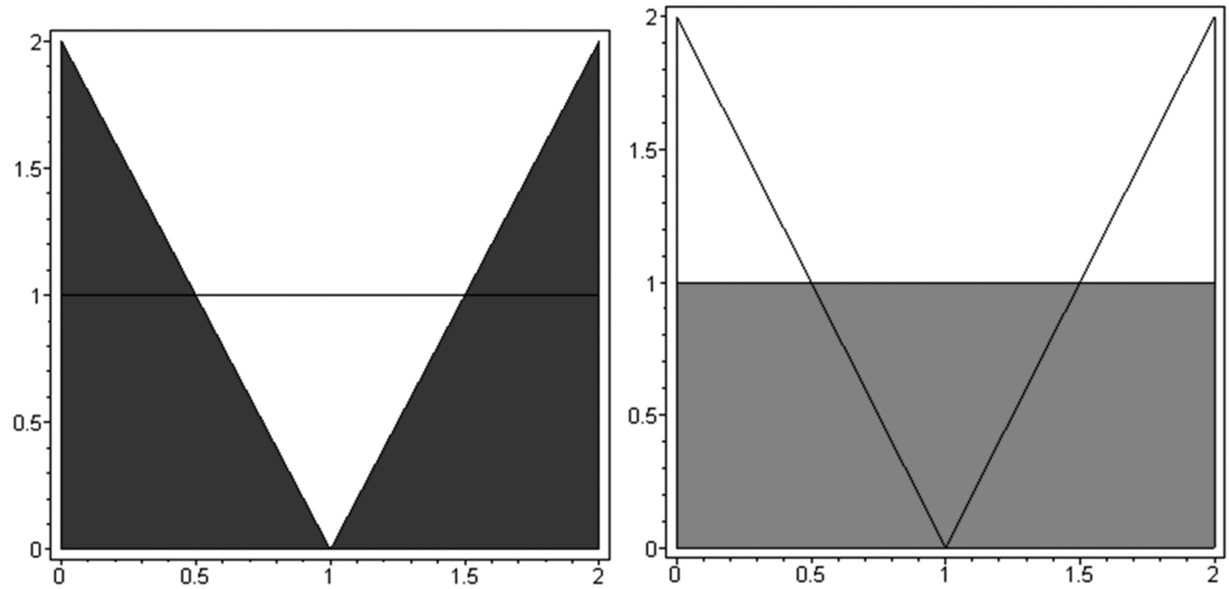

Рис. 1. *Две схемы инвестирования с одинаковым объемом и симметричные относительно прямой t = 1*

личение размера наличного капитала, и на замещение изношенного капитала), или как уравнение для определения динамики основных производственных фондов [14, с. 230; 19, с. 8].

Основные допущения, которые мы принимаем в статье, следующие: не учитывается инфляция, капитализация (дисконтирование) и выбытие фондов на предприятии. Эти допущения будут справедливы, в частности, в случае, когда горизонт планирования инвестиций T настолько мал, что влияние капитализации, инфляции и выбытия фондов незначительно. Поэтому наиболее оптимально применение этой модели в случае краткосрочных инвестиций. Предполагается также, что на полученные инвестиции на предприятии мгновенно закупается оборудование, которое сразу же подключается к выпуску конечной продукции.

3. Постановка задачи

Пусть инвестирование предприятия (отрасли и т. п.) в течение времени $[0, T]$ производится по одной из двух схем инвестирования $u_i(t)$ с одинаковым объемом инвестирования U (и горизонтом инвестирования T):

$$\int_0^T u_1(t)\,dt = \int_0^T u_2(t)\,dt = U. \qquad (3)$$

Пусть $y_i(t)$ — общая стоимость продукции предприятия, произведенной в момент времени t по схеме инвестирования $u_i(t)$ ($i = 1, 2$). Причем выпуск конечной продукции подчиняется модели акселератора:

$$a\,y_i\,'(t) = u_i(t),\ \ y_i(0) = y_0,$$

$$u_i(t) \ge 0,\ a > 0,\ i = 1,2. \qquad (4)$$

Спрашивается, что больше: $Y_1 = \int_0^T y_1(t)\,dt$ или $Y_2 = \int_0^T y_2(t)\,dt$?

То есть задача состоит в состоит в том, чтобы найти правила, с помощью которых, не решая дифференциального уравнения (4), только по виду графиков можно было бы сразу определить, по какому из графиков инвестирования — $u_1(t)$ или $u_2(t)$ — будет выпущен больший объем продукции (в стоимостном выражении) за промежуток времени $[0, T]$.

Рассмотрим соответствующие примеры.

4. Примеры

Пример 1. На рис. 1 изображены два графика инвестирования предприятия, имеющих одинаковые горизонт планирования T и объем инвестирования U:

Здесь $T = 2$, $U = 2$, $y_0 = 1$, $a = 1$, $k = 0$,

$$u_1(t) = \begin{cases} 2 - 2t, & \text{при} \quad t \in [0,1), \\ 2t - 2, & \text{при} \quad t \in [1,2], \end{cases}$$

$$u_2(t) = 1, \text{ при } t \in [0,2].$$

Покажем, что для первого графика инвестирования $Y_1 = 4$ (денежные единицы).

При $t \in [0,1)$ имеем $y_1\,'(t) = u_1(t) = 2 - 2t$, откуда $y_1(t) = 2t - t^2 + 1$, $y_1(1) = 2$. Значит, для левого треугольника первой схемы инвестирования имеем $Y_{11} = \int_0^1 y_1 dt = \int_0^1 (2t - t^2 + 1)\,dt = 5/3$. Это объем продукции, выпущенной по первой схеме инвестирования за время $t \in [0,1)$. Найдем объем продукции, выпущенной за время $t \in [1,2]$. Имеем $y_1\,'(t) = u_1(t) = 2t - 2$, откуда

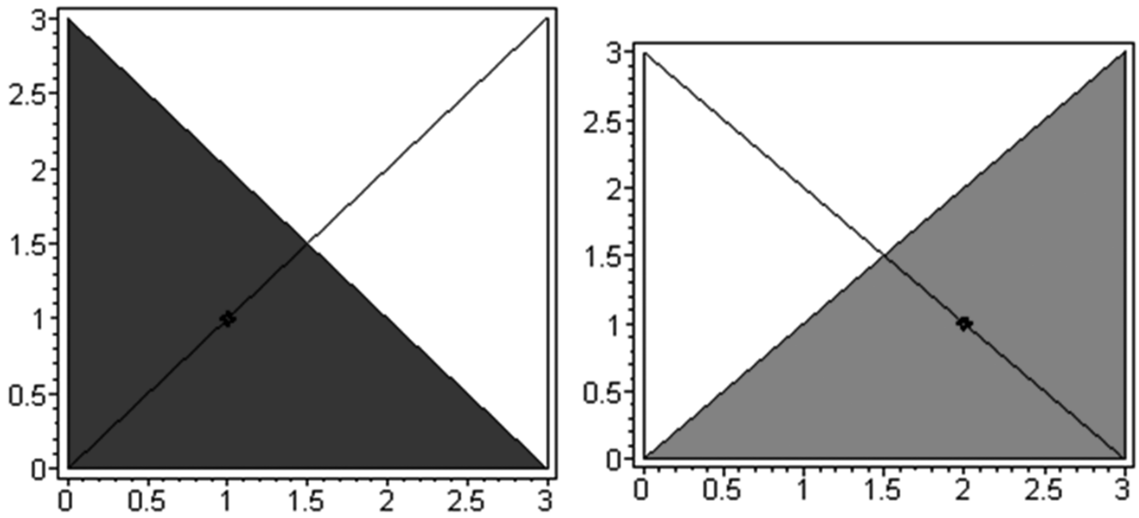

Рис. 2. *Две схемы инвестирования $u_1(t) = 3 - t$ и $u_2(t) = t$*

$y_1(t) = t^2 - 2t + C$. Так как $y_1(1) = 2$, то $C = 3$ и $y_1(t) = t^2 - 2t + 3$ при $t \in [1,2]$. Следовательно, объем продукции Y_{12}, выпущенной за время $t \in [1,2]$, находится по формуле $Y_{12} = \int_1^2 y_1 dt = \int_1^2 (t^2 - 2t + 3)\,dt = 7/3$. Отсюда следует, что общий объем продукции Y_1, выпущенной за время $t \in [0,2]$, находится по формуле $Y_1 = Y_{11} + Y_{12} = 5/3 + 7/3 = 4$ (денежные единицы).

Для второго графика инвестирования имеем

$y_2\,'(t) = u_2(t) = 1, \quad y_2(t) = t + 1, \quad Y_2 = \int_0^2 (t+1)\,dt = 4$

(денежные единицы).

Как видим, объемы продукции Y_1 и Y_2, выпущенные за время [0, 2], по обеим схемам инвестирования равны и составляют в стоимостном выражении 4 денежные единицы.

Пример 2. На рис. 2 изображены два графика инвестирования предприятия, имеющих одинаковые горизонт планирования *T* и объем инвестирования *U*:

Пусть $T = 3$, $U = 4{,}5$, $y_0 = 0$, $u_1(t) = 3 - t$, $u_2(t) = t$, $a = 1$, $k = 0$. Тогда имеем:

$$y_i'(t) = u_i(t),$$

$$y_1'(t) = u_1(t) = 3 - t, \quad y_1(t) = 3t - t^2/2,$$

$$Y_1 = \int_0^3 (3t - t^2/2)\,dt = 9,$$

$$y_2'(t) = u_2(t) = t, \quad y_2(t) = t^2/2,$$

$$Y_2 = \int_0^3 (t^2/2)\,dt = 4{,}5.$$

Как видим, объемы продукции Y_1 и Y_2, выпущенные за время [0, *T*], равны 9 и 4,5 соответственно. Таким образом, несмотря на одинаковый объем инвестирования в период времени [0, *T*], объем выпущенной продукции за этот период по первому (нисходящему) графику инвестирования оказывается в два раза большим, чем по второму (восходящему) графику.

В рассмотренных примерах лучший из двух графиков был выбран с помощью решения дифференциального уравнения (1). Возникает вопрос: можно ли найти правила, с помощью которых, не решая дифференциального уравнения (1), только по виду графиков можно было бы сразу сказать, какая из двух схем инвестирования даст больший объем продукции. Ниже приводятся теоремы, позволяющие это сделать.

5. Правило зеркального инвестирования

Ниже показано, что все схемы инвестирования, симметричные относительно прямой $t = T/2$ и имеющие одинаковый объем инвестирования *U* и горизонт планирования *T*, дают одинаковый объем продукции, выпущенной за период времени [0,*T*].

Теорема 1. Пусть для двух схем инвестирования $u_i(t)$ из математической модели (4) выполнено условие (3) и условие

$$u_i(t) = u_i(T - t),\ i = 1,2. \qquad (5)$$

Тогда $Y_1 = Y_2$.

Доказательство. Решением (4) является функция

$$y_i(t) = \frac{1}{a}\int_0^t u(t)dt + y_0.$$

Проинтегрировав обе части последнего равенства, получим

$$Y_i = \frac{1}{a}\int_0^T\int_0^t u_i(z)\,dz\,dt + T\,y_0.$$

Откуда

$$Y_1 - Y_2 = \frac{1}{a}\int_0^T\int_0^t \left(u_1(z) - u_2(z)\right) dz\, dt.$$

Проинтегрировав последний интеграл по частям, получим

$$\frac{1}{a}\int_0^T\int_0^t \left(u_1(z) - u_2(z)\right) dz\, dt =$$

$$= \frac{1}{a} T\int_0^T \left(u_1(z) - u_2(z)\right) dz - \frac{1}{a}\int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt.$$

Из условия (3) следует, что первый определенный интеграл в правой части последнего равенства равен нулю. Откуда

$$Y_1 - Y_2 = -\frac{1}{a}\int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt.$$

Воспользовавшись условием (5), получим

$$Y_1 - Y_2 = -\frac{1}{a}\int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt =$$

$$= -\frac{1}{a}\int_0^T t\left(u_1(T-t) - u_2(T-t)\right) dt =$$

$$= \frac{1}{a}\int_T^0 (T-z)\left(u_1(z) - u_2(z)\right) dz =$$

$$= -\frac{1}{a} T\int_0^T \left(u_1(z) - u_2(z)\right) dz + \frac{1}{a}\int_0^T z\left(u_1(z) - u_2(z)\right) dz =$$

$$= \frac{1}{a}\int_0^T z\left(u_1(z) - u_2(z)\right) dz.$$

Таким образом, с одной стороны,

$$Y_1 - Y_2 = -\frac{1}{a}\int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt,$$

с другой стороны,

$$Y_1 - Y_2 = +\frac{1}{a}\int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt.$$

Это возможно лишь в случае, когда $Y_1 - Y_2 = 0$, т. е. когда объемы выпуска продукции предприятия по обеим схемам совпадают. Теорема доказана.

Замечание 1. Из доказательства следует, что теорема 1 верна не только при $a > 0$, но и при $a \neq 0$.

Обратимся к примеру 1. На рис. 1 изображены две схемы инвестирования предприятия, имеющие одинаковые горизонт планирования $T=2$ и объем инвестирования $U=2$. Эти графики симметричны относительно прямой $t=1$. Из теоремы 1 следует, что они дадут одинаковый объем продукции, выпущенной за период времени $[0, T]$. К этому выводу пришли, воспользовавшись теоремой 1, не решая конкретного дифференциального уравнения и не находя соответствующих неопределенных и определенных интегралов. Вычисления, выполненные в примере, показывают, что это действительно так: объемы продукции Y_1 и Y_2, выпущенные за время [0, 2], по обеим схемам инвестирования равны и составляют в стоимостном выражении 4 денежные единицы.

6. Правило монотонности

Теорема 2. Пусть функции инвестирования $u_i(t)$ из (4) являются непрерывными на отрезке $[0, T]$ и удовлетворяют условию (3). Если $u_1(t)$ строго убывает, а $u_2(t)$ строго возрастает на отрезке $[0,T]$, то $Y_1 > Y_2$.

Доказательство. Как было показано при доказательстве теоремы 1, верно следующее равенство: $Y_1 - Y_2 = -\frac{1}{a}\int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt$.

Докажем, что $Q(T) = \int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt < 0$. Будем считать $Q(T)$ функцией, где T пробегает интервал $(0, +\infty)$. Покажем, что $Q(T)$ убывает на интервале $(0, +\infty)$. Ввиду непрерывности функций $u_1(t)$, и $u_2(t)$ имеем

$$R(T) = \frac{d}{dT}Q(T) = \frac{d}{dT}\int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt =$$

$$= T\left(u_1(T) - u_2(T)\right) = \int_0^T \left(u_1(T) - u_2(T)\right) dt.$$

Из убывания функции $u_1(t)$ следует, что $u_1(T) < u_1(t)$ при $T > t$, а из возрастания функции $u_2(t)$ следует, что $-u_2(T) < -u_2(t)$ при $T > t$. Отсюда из (3) получаем:

$$R(T) = \int_0^T \left(u_1(T) - u_2(T)\right) dt <$$

$$< \int_0^T \left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt = U - U = 0.$$

Таким образом, $\frac{d}{dT}Q(T) < 0$. Следовательно, $Q(T)$ убывает на интервале $(0, +\infty)$. Кроме того, $Q(0) = \int_0^0 t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt = 0$. Поэтому $Q(T) < 0$. Отсюда следует неравенство $Y_1 > Y_2$.

Что и требовалось доказать.

Замечание 2. Теорема 2 сохраняет свою силу и в случае, если условие теоремы о том, что $u_1(t)$ строго убывает, а $u_2(t)$ строго возрастает на отрезке $[0, T]$, заменить на какое-либо из следующих более слабых условий:

1а) $u_1(t)$ строго убывает, а $u_2(t)$ не убывает на отрезке $[0, T]$;

1б) $u_1(t)$ не возрастает, а $u_2(t)$ строго возрастает на отрезке $[0, T]$.

Это следует из того, что неравенство

$$R(T) = \int_0^T \left(u_1(T) - u_2(T)\right) dt <$$

$$< \int_0^T \left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt = U - U = 0$$

останется справедливым не только в случае строгих неравенств $u_1(T) < u_1(t)$ и $-u_2(T) < -u_2(t)$ (при $T > t$), но и в тех случаях, когда одно из этих неравенств является нестрогим ($u_1(T) < u_1(t)$ и $-u_2(T) \le -u_2(t)$ или $u_1(T) \le u_1(t)$ и $-u_2(T) < -u_2(t)$).

Замечание 3. Если условие теоремы 2 о том, что $u_1(t)$ строго убывает, а $u_2(t)$ строго возрастает на отрезке $[0, T]$, заменить более слабым условием:

5а) $u_1(t)$ не возрастает, а $u_2(t)$ не убывает на отрезке $[0, T]$, то и заключение теоремы $Y_1 > Y_2$ следует заменить на более слабое: $Y_1 \ge Y_2$.

Замечание 4. Из доказательства следует, что теорема 2 верна только при $a > 0$. При $a < 0$, но при тех же условиях теоремы 2 , заключение теоремы меняется на противоположное. В этом случае имеем $Y_1 < Y_2$, т. е. в этом случае больший объем конечной продукции будет получен при возрастающем графике инвестиций.

Замечание 5. Теорема 2 обобщает теорему 2 из работы [5], в которой вместо условия о том, что $u_1(t)$ строго убывает, а $u_2(t)$ строго возрастает на отрезке $[0, T]$, ставилось более жесткое условие: $u_1(t) = u(t)$, $u_2(t) = u(T - t)$, где $u(t)$ — строго убывающая и непрерывная на $[0, T]$ функция.

7. Правило скорости роста

Теорема 3. Пусть функции инвестирования $u_i(t)$ из (4) являются непрерывными на отрезке $[0, T]$, дифференцируемы на интервале $(0, T)$, и удовлетворяют условию (3) и для всех t из интервала $(0, T)$ выполнено неравенство

$$u_1{}'(t) < u_2{}'(t), \tag{6}$$

то $Y_1 > Y_2$.

Доказательство. При доказательстве теоремы 2 было показано, что для функции

$Q(T) = \int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt$ ввиду непрерывности функций $u_1(t)$, и $u(t)$ имеют место равенства

$$R(T) = \frac{d}{dT} Q(T) = \frac{d}{dT} \int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt =$$

$$= T\left(u_1(T) - u_2(T)\right).$$

Из формулы интегрирования по частям и формулы (3) получаем

$$\int_0^T t\left(u_1'(t) - u_2'(t)\right) dt =$$

$$= T\left(u_1(T) - u_2(T)\right) - \int_0^T \left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt =$$

$$= T\left(u_1(T) - u_2(T)\right).$$

Следовательно,

$$R(T) = \frac{d}{dT} Q(T) = T\left(u_1(T) - u_2(T)\right) =$$

$$= \int_0^T t\left(u_1'(t) - u_2'(t)\right) dt.$$

Будем считать $Q(T)$ функцией, где T пробегает интервал $(0, +\infty)$. Покажем, что $Q(T)$ убывает на интервале $(0, +\infty)$. Ввиду неравенства (6) имеем

$$R(T) = \frac{d}{dT} Q(T) = \int_0^T t\left(u_1'(t) - u_2'(t)\right) dt < 0 \text{ при } T > t.$$

Следовательно, $Q(T)$ убывает на интервале $(0, +\infty)$. Кроме того, $Q(0) = \int_0^0 t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt = 0.$ Поэтому $Q(T) < 0.$ Отсюда и из равенства

$$Y_1 - Y_2 = -\frac{1}{a} \int_0^T t\left(u_1(t) - u_2(t)\right) dt$$

вытекает неравенство $Y_1 > Y_2$.

Что и требовалось доказать.

Замечание 6. Теорема 3 справедлива не только для линейных, но и для нелинейных дифференцируемых схем инвестирования. Поэтому она обобщает результаты работ [3, 4], в которых было показано, что наилучшей из линейных схем инвестирования является та, у которой больше начальная ордината.

Замечание 7. Из доказательства следует, что теорема 3 верна только при $a > 0$. При $a < 0$, но тех же условиях теоремы 3, заключение теоремы меняется на противоположное. В этом случае имеем $Y_1 < Y_2$, т. е. в этом случае больший объем конечной продукции будет получен для графика инвестиций с большим значением производной.

Замечание 8. Теорема 3 не является прямым обобщением теоремы 2, так как теорему 3 можно применять только для дифференцируемых функций, а теорема 2 может применяться и для недифференцируемых непрерывных функций. Вместе с тем в случае дифференцируемых функций теорема 3 обобщает теорему 2.

Пример 3. На рис. 3 изображены два линейных графика инвестирования предприятия,

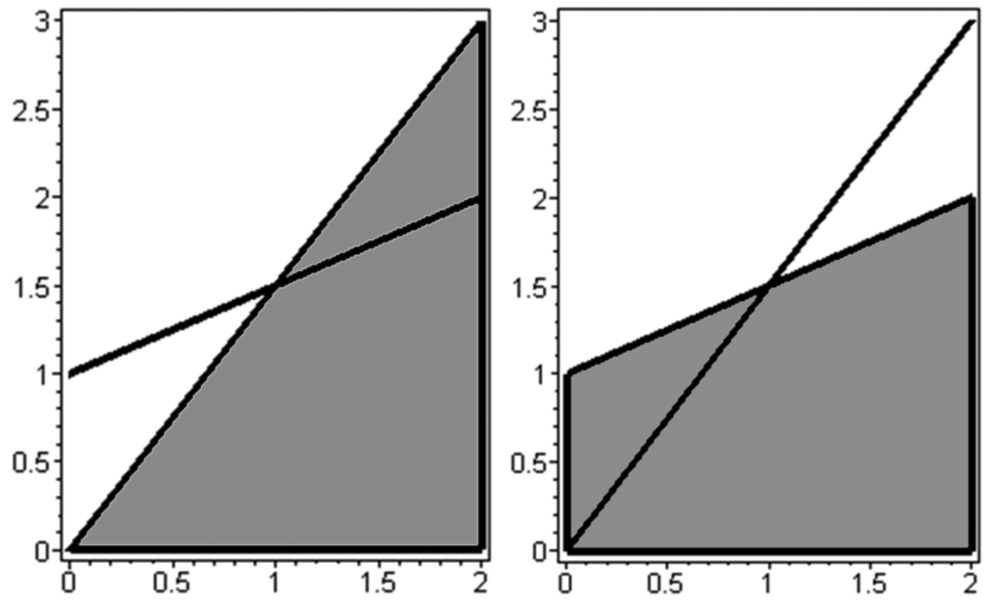

Рис. 3. *Две растущие линейные схемы инвестирования*

имеющих одинаковые горизонт планирования T и объем инвестирования U:

Здесь $T=2$, $U=3$, $y_0=0$, $u_1(t)=3t/2$, $u_2(t)=t/2+1$, $a=1$, $k=0$. Как видим из графиков, функция $u_2(t)$ растет медленнее, чем $u_1(t)$. В этом можно убедиться и аналитически: $u_2'(t)=1/2<3/2=u_1'(t)$. Производная второй функции меньше, чем первой. Отсюда и из теоремы 3 следует, что по второй схеме инвестирования $u_2(t)=t/2+1$ будет выпущен больший объем продукции, чем по первой $u_1(t)$.

Проверим это непосредственными вычислениями. Имеем:

$$y_i'(t)=u_i(t),$$

$$y_1'(t)=u_1(t)=3t/2,\ \ y_1(t)=3t^2/4,$$

$$Y_1=\int_0^2 3t^2/4\,dt=2,$$

$$y_2'(t)=u_2(t)=t/2+1,\ \ y_2(t)=t^2/4+t,$$

$$Y_2=\int_0^2 (t^2/4+t)\,dt=2\frac{2}{3}.$$

Как видим, $Y_2>Y_1$.

8. Заключение

Таким образом, если выпуск продукции предприятия происходит согласно математической модели (1), то с помощью трех теорем, доказанных в статье, не решая дифференциального уравнения (1), можно мгновенно оценить, какая из схем инвестирования даст больший объем продукции. Доказанные теоремы о сравнении непрерывных графиков инвестирования показывают, что инвестировать больше лучше в начале периода инвестирования, а не ближе к его концу.

Конечно, как и всякая математическая модель, модель (1) обладает определенной идеализацией. В частности, она не учитывает временной лаг. Однако идеализация, принятая в математической модели инвестирования, часто не только не мешает, но и способствует прояснению некоторых ситуаций. Так, например, теорема 2 показывает, что при нисходящем непрерывном графике инвестирования за время $[0, T]$ производится продукции больше, чем при последующем восходящем графике инвестирования за время $[T, 2T]$ с тем же объемом инвестирования. Этот вывод сделан на основе модели (1), а поэтому верен в случае, когда отсутствуют и инфляция, и рисковые ситуации, а также не происходит запаздывания момента реализации продукции от момента ее выпуска. Последнее, в свою очередь, позволяет понять, что причины длительности выхода из кризиса связаны не только с временным лагом и инфляцией, но еще и с другими, более общими закономерностями.

Список источников

1. *Абросимов А. А.* Финансово-бюджетные потоки, оценка и повышение результативности бюджетного контроля // Экономика и управление. 2011. — №7. — С. 117-120.

2. *Астахов А. С.* О преодолении разрыва между теорией и практикой моделирования инвестиционных решений // Экономика и математические методы. — 2005. — Т. 41. — №3. — С. 122-127.

3. *Ахтямов А. М.* Инерция падения объемов выпуска продукции при росте инвестиций // Экономика и управление: научно-практический журнал. — 2006. — №1. — С. 56-58.

4. *Ахтямов А. М.* Математика для социологов и экономистов. — М.: Физматлит, 2004. — 464 с.

5. *Ахтямов А. М.* О выборе наилучшего графика из двух схем инвестирования предприятия // Экономика и математические методы. — 2013. — Т. 49. — № 2. — С. 97–105.

6. *Бронштейн Е. М.*, *Черняк Д. А.* Сравнительный анализ показателей эффективности инвестиционных проектов // Экономика и математические методы. — 2005. — Т. 41. — №2. — С. 21-28.

7. *Виленский П. Л.*, *Лившиц В. Н.*, *Смоляк С. А.* Оценка эффективности инвестиционных проектов: теория и практика. — М.: Дело, 2001. — 888 с.

8. *Горелик А. А.*, *Горелов М. А.*, *Кононенко А. Ф.* Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991. — 288 с.

9. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория / Пер. с англ. Г. И. Жуковой, Ф. Я. Кельмана. — М.: Айрис-пресс, 2002. — 576 с.

10. *Кушаев Р. М.* Управление инвестициями предприятия // Экономика и экологический менеджмент. — 2012. — № 1. — С. 221-228.

11. *Ласкина Л. Н.*, *Сивякова М. В.* Разработка модели управления портфелем новой продукции машиностроительного предприятия // Экономика и экологический менеджмент. 2012. — № 1. — С. 242-247.

12. *Лопатников Л. И.* Экономико-математический словарь: Словарь современной экономической науки : 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Дело, 2003. — 520 с.

13. *Мартынов Г. В.*, *Малков У. Х.* Развитие межотраслевой модели воспроизводственной и инвестиционной динамики // Экономика и математические методы. — 2011. — Т. 47. — № 2. — С. 24-42.

14. Математические методы принятия решений в экономике: Учебник / Под ред. В. А. Колемаева; ГУУ. — М.: Финстатинформ, 1999. — 386 с.

15. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов. — М.: Экономика, 2000.

16. *Овчинникова Т. И.*, *Ворохобин Д. А.* Динамика и факторы развития региона // Современная экономика: проблемы и решения. — 2010. — Т. 11. — №11. — С. 35-41.

17. *Преображенская Н. В.*, *Семенова А. А.* Оценка экономической эффективности инновационно-инвестиционных проектов // Микроэкономика. –2011. — № 3. — С. 56-60.

18. *Протопопова А. А.* Особенности инвестиционных вложений в информационно-техническую инфраструктуру с точки зрения проектного анализа // Микроэкономика. — 2011. — № 3. — С. 61-63.

19. Социально-экономическое прогнозирование развития территориальных систем / Под общ. ред. чл.-корр. РАН Гизатуллина Х. Н., Татаркина А. И. — Екатеринбург: Уро РАН, 2001. — 228 с.

УДК 519.863

Ключевые слова: схема инвестирования, акселератор, коэффициентом приростной фондоемкости, объем выпущенной продукции