

<https://doi.org/10.31063/2073-6517/2021.18-2.4>

УДК 330 (075.8)

JEL B41, C02, D23

**В. А. Славин**Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова  
(Чебоксары, Российская Федерация; e-mail: slavin9297@mail.ru)**ОСОБЕННОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА  
В НЕОИНСТИТУЦИОНАЛЬНОЙ ТЕОРИИ<sup>1</sup>**

*Предложено обобщение вероятностно-динамического метода неоклассической микроэкономики на случай неполного, статистического, описания состояний микроэкономических систем с большим числом степеней свободы (аналогичный прием использован в теоретической физике при изучении термодинамических свойств многочастичных систем). В основании статистического описания лежит понятие плотности вероятности  $\rho_i(\bar{s}, t)$  того, что малая подсистема  $i$  микросистемы в момент времени  $t$  находится в состоянии, характеризуемом вектором  $\bar{s}$  пространства хозяйственных решений. Введено дифференциальное уравнение, определяющее (по заданному гамильтониану  $P_i(\bar{s}, t)$ ) функцию  $\rho_i(\bar{s}, t)$ , и сформулированы ее основные свойства: условие нормировки и принцип статистической независимости. Введены понятия энтропии  $S_i$  и величины денежного капитала  $U_p$ , характеризующие процесс принятия и реализации решений при институциональном взаимодействии. Определено среднее значение функции Гамильтона  $\bar{P}_i(t)$ , являющееся мерой рациональности принимаемых решений и называемое статистической (институциональной) собственностью.*

*Подробно рассмотрено равновесное состояние подсистемы  $i$ , для которой плотность вероятности является функцией гамильтониана  $P_i$  и числа степеней свободы (связей)  $N_i$ . Получены разложения дифференциала статистической собственности подсистемы по ее энтропийной и денежной составляющим, описывающие механизм институционального взаимодействия как обмен правами собственности между индивидами на каждой связи. Показано, что при условии четкой спецификации прав имеет место сбалансированный обмен с сохранением величин собственности и энтропии, выступающим критерием вполне рационального поведения индивидов (теорема Коуза). В отсутствие четкой спецификации прав или при появлении в микросистеме связей непроизводительного характера (внешних эффектов) полная собственность диссипирует благодаря дополнительным денежным расходам, получившим название транзакционных издержек. В работе представлены результаты расчета институциональных переменных и транзакционных издержек микросистем типа предприятий коллективного питания и службы быта.*

**Ключевые слова:** равновесное распределение динамических состояний экономических систем, статистическая собственность, статистический вес и энтропия, институциональные переменные, основное институциональное соотношение, теорема Коуза, транзакционные издержки

**Для цитирования:** Славин В. А. Особенности статистического метода в неинституциональной теории // Журнал экономической теории. 2021. Т. 18. № 2. С. 212-225. <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2021.18-2.4>

<sup>1</sup> © Славин В. А. Текст. 2021.

Vyacheslav A. Slavin

Chuvash State University (Cheboksary, Russian Federation; e-mail: slavin9297@mail.ru)

### Statistical Method in the Neoinstitutional Theory

The article proposes the probabilistic-dynamic method of neoclassical microeconomics for the case of an incomplete, statistical description of the states of microeconomic systems with a large number of degrees of freedom (a similar technique is used in theoretical physics when studying the thermodynamic properties of multiparticle systems). The statistical description is based on the concept of probability density  $\rho_i(\vec{s}, t)$  that at time  $t$  a small subsystem  $i$  of the microsystem is in a state characterized by vector  $\vec{s}$  of the space of economic decisions. A differential equation is introduced that defines (by a given Hamiltonian  $P_i(\vec{s}, t)$ ) the function  $\rho_i(\vec{s}, t)$ , and its most important properties are formulated: the normalization condition and the principle of statistical independence. The average value of the Hamilton function  $\bar{P}_i(t)$  is determined, which is a measure of the rationality of decisions made in the conditions of institutional interaction and is referred to as statistical (institutional) property. The article also introduces the concepts of entropy  $S_i$  and the value of monetary capital  $U_i$ , which characterize the process of decision-making and implementation in institutional interaction.

The equilibrium state of subsystem  $i$  for which the probability density is a function of the Hamiltonian  $P_i$  and the number of degrees of freedom (connections)  $N_i$  is considered in detail. The decompositions of the differential of the statistical property in terms of its entropy and monetary components are obtained, which describe the mechanism of institutional interaction as the exchange of property rights between individuals at each link. It is shown that provided there is a clear specification of rights, a balanced exchange takes place with the preservation of the values of property and entropy in the relationship, which acts as a criterion for a completely rational behavior of individuals (Coase's theorem). In the absence of a clear specification of rights or the appearance of non-productive relationships in the microsystem (external effects), full ownership dissipates, due to additional monetary costs called transaction costs. The paper presents the results of the calculation of institutional variables and transaction costs of microsystems such as collective catering enterprises and household services.

**Keywords:** equilibrium distribution of dynamic states of economic systems, statistical property, statistical weight and entropy, institutional variables, basic institutional relationship, the Coase theorem, transaction costs

**For citation:** Slavin, V. A. (2021). Statistical Method in the Neoinstitutional Theory. Zhurnal Ekonomicheskoy Teorii [Russian Journal of Economic Theory], 18(2), 212-225. <https://doi.org/10.31063/2073-6517/2021.18-2.4>

#### Введение. Статистическое распределение динамических состояний микросистем

1. В системе экономических знаний ведущее место занимают институциональные учения, исследующие роль институтов в экономической деятельности с отражением специфики отношений их с хозяйствующими субъектами. Так, представители «старого» институционализма (Veblen, 1899) полагают, что первичными в этих отношениях являются институты, определяющие поведение и интересы индивидов, причем происхождение институтов и их эволюция подчиняются принципу историзма.

Преимущественное внимание последователей «нового» институционального направления (фон Нейман, Моргенштерн, 1970; Нэш, 1961) обращено на действия индивидов, но происходящие лишь в институциональных рамках теории соглашений и теории неполной рациональности. При исследовании взаимоотношений институтов и индивидов неоинституционалисты используют модельный подход, основанный на идеях системно-функционального анализа и теории игр.

В отличие от указанных выше направлений институциональной теории, методологический аппарат которых далек от идей неоклассического мейнстрима, в рамках неоинституционального учения проблема взаимодействия

институтов и индивидов рассматривается с позиций «жесткого ядра» неоклассической теории путем обобщения положений ее «защитной оболочки» (Олейник, 2002). Так, если в неоклассике доминирующую роль играют индивиды, способные принимать оптимальные решения, обладая при этом всей полнотой необходимой информации, в рамках неоинституционализма (при сохранении доминирующей роли индивидов и с учетом сложности их взаимодействия) эффективность принимаемых решений может быть обеспечена только наложением на это взаимодействие определенных правил и норм. В случае, когда индивиды точно следуют условиям «нормированного» взаимодействия, принимаемые решения называют вполне рациональными; в противном случае решения принято называть ограниченно (или не вполне) рациональными.

Согласно неоинституциональной теории экономические взаимодействия обусловлены обменом прав собственности (т. е. прав принадлежности и использования объектов собственности) между индивидами в ходе хозяйственной деятельности. При этом формирование норм, обеспечивающих вполне рациональное поведение субъектов, требует четкой спецификации прав собственности и исключения транзакционных издержек. Это положение

ние, известное под названием «теорема Коуза» (Coase, 1937), максимально сближает идеи полного рационализма с критериями неоклассической оптимальности и лежит в основании важнейших направлений неoinституциональной микроэкономики: теории прав собственности и теории контрактов (Коуз, 1993; Демсец, 2011); теории транзакционных издержек и теории экономической организации (Норт, 1997).

Следует отметить, что несмотря на формирование основных направлений исследования, неoinституциональная экономическая теория далека еще до логического завершения. Главная причина этого заключается в отсутствии объемлющего математического аппарата теории, подобного аппарату оптимизационного исчисления неоклассики. Наряду с методами, использующими аппарат системного анализа (Макаров, 2003; Клейнер, 2013), в последние годы исследователи прибегают к теоретико-игровым моделям (Скаржинская, Цуриков, 2020; Гольдштейн, Малков, 2019), методам эконометрики (Stanley, Sawgerr 2020; Белых, 2020), динамическим стохастическим моделям (Mikusheva, 2014); теории нечетких множеств (Петросян, 2006) и другим приемам. Большинство этих методов носит модельный характер, приспособленный, как правило, к изучению конкретных экономических ситуаций без выявления методологических связей их с другими явлениями. В частности, они не отражают отмеченную выше связь идей неoinституционализма и неоклассического учения.

2. Настоящая работа посвящена изложению нового, статистического метода неoinституциональной микроэкономики, базовые положения которого являются результатом обобщения «первых принципов» вероятностно-динамического метода неоклассической микроэкономики, предложенного ранее автором (с соавт.) в цикле работ (Иванов, Кукушкин, 2010; Славин, 2012, 2014, 2016).

В отличие от модельных оптимизационных (Асеев, Бесов и др., 2012) и стохастических (Mikusheva, 2014) динамических методов в экономике, основу математического аппарата предлагаемого подхода составляет формализм плотности вероятности динамических состояний микросистем с использованием явного, фазового представления функции Гамильтона, выражающего центральное понятие науки — понятие собственности субъекта. Это обстоятельство позволяет провести последовательный анализ фазовых траекторий и представить основные параметры институционального взаимодействия в терми-

нах статистических средних по распределению динамических состояний микросистем, что, разумеется, отражает гносеологическую связь этой теории с идеями неоклассического мейнстрима. Благодаря установлению соотношений между средними значениями оказалось возможным описать механизм институционального взаимодействия, обосновать ряд положений неoinституциональной теории (в частности, доказать теорему Коуза), выявить новые закономерности поведения индивидов в условиях «нормированного» взаимодействия для разных типов микросистем (домохозяйства, фирмы, рынок).

Следует заметить, что идеи статистического подхода в микроэкономике нами заимствованы из теоретической физики (Ландау, Лифшиц, 1978), исследующей поведение многочастичных систем методами, обобщающими динамические (гамильтоновы) методы классической механики. Однако, если статистические закономерности в физических системах обнаруживаются при взаимодействии достаточно большого числа частиц (атомов, молекул и пр.), то в микроэкономических системах они проявляется при взаимодействии даже двух индивидов, благодаря волевому характеру процесса принятия решения, обусловленному специальной подготовкой и навыками хозяйственной деятельности, с одной стороны, и оппортунизмом поведения индивидов, с другой стороны.

Отметим также, что «статистический метод» в названии данной работы исходит от аналогии с методом теоретической физики и вовсе не отражает специфику задач математической статистики.

Напомним, что в основе вероятностно-динамического метода неоклассической теории лежит понятие микроэкономической системы (микросистемы, МЭС), как модельной динамической системы со специфическими степенями свободы и соответствующими им фазовыми переменными (Иванов, Кукушкин (Славин), 2010). Степенями свободы МЭС выступают квазинезависимые связи  $\sigma$  ( $\sigma = 1, 2, \dots, N$ ), возникающие между элементами микросистемы в ходе их взаимодействия. Каждая связь в момент времени  $t$  описывается вектором

$$\vec{s}_{\sigma}(t) = (s_{1\sigma}(t), s_{2\sigma}(t)), \quad (1)$$

(вектором  $\sigma$ -решения), представленным материальной  $s_{1\sigma}$  и денежной  $s_{2\sigma}$  компонентами. Единицами измерения величин  $s_{1\sigma}$ ,  $s_{2\sigma}$  являются  $[s_{1\sigma}] = 1$  и  $[s_{2\sigma}] = \text{RUB}, \$, \text{€}, \dots$ , соответственно. Набор  $\sigma$ -решений называется вектором хозяйственных решений микросистемы:

$$\bar{s}(t) = (\bar{s}_1(t), \bar{s}_2(t)) = \{\bar{s}_\sigma(t)\}. \quad (2)$$

В соответствии с динамическим методом вектор решения (2) эволюционирует во времени вдоль фазовой траектории, определяемой системой уравнений Гамильтона

$$\frac{ds_{2\sigma}}{dt} = \frac{\partial P_N(\bar{s}, t)}{\partial s_{1\sigma}}; \quad \frac{ds_{1\sigma}}{dt} = -\frac{\partial P_N(\bar{s}, t)}{\partial s_{2\sigma}}, \quad (3)$$

где

$$P_N(\bar{s}, t) = \sum_{\sigma=1}^N P_\sigma(s_{1\sigma}, s_{2\sigma}; t) - \quad (4)$$

функция Гамильтона (гамильтониан, функция динамической собственности) микроэкономической системы, несущая информацию о полностью описанных условиях хозяйственной деятельности субъекта и характеризующая способность (т. е. умение и возможность) его принимать оптимальные решения при этих условиях в произвольный момент времени.

3. Поскольку функция Гамильтона не может содержать полной информации о сложных взаимодействиях в микроэкономической системе (в большинстве случаев описываемой случайными величинами), реальная эволюция ее во времени происходит по малым участкам различных фазовых траекторий, испытывая спонтанные переходы между ними в результате взаимодействий, не учитываемых в гамильтониане. В этом случае следует говорить о вероятности  $dw_N(\bar{s}, t)$  обнаружить микросистему в состоянии  $\bar{s}(t)$ , принадлежащем участку фазовой траектории в малом элементе объема  $d^N \bar{s}$  пространства решений:

$$dw_N(\bar{s}, t) = (2\pi\lambda)^{-N} \rho_N(\bar{s}, t) d^N \bar{s}, \quad (5)$$

где  $\rho_N(\bar{s}, t)$  — плотность распределения вероятностей,  $(2\pi\lambda)^{-N}$  — число участков траекторий, принадлежащих единичному объему фазового пространства;  $\lambda$  — рыночный параметр (Иванов, Кукушкин (Славин), 2010, С. 183).

Отметим основные свойства функции  $\rho_N(\bar{s}, t)$ :

1<sup>0</sup> — статистическая независимость степеней свободы:

$$\rho_N(\bar{s}, t) = \prod_{\sigma=1}^N \rho_\sigma(\bar{s}_\sigma, t) - \quad (6)$$

утверждает, что вероятность формирования решения  $\bar{s}_\sigma$  на связи  $\sigma$  (в элементе объема  $d^N \bar{s}$ ) не зависит от процессов, происходящих на других связях  $\sigma' \neq \sigma$ . Данное свойство является обобщением условия квазинезависимости степеней свободы динамической системы и экономически отвечает требованию ответствен-

ности индивидов за эффективность принимаемых хозяйственных решений;

2<sup>0</sup> — условие нормировки (закон сохранения вероятности):

$$\sum_N \int_{\Delta^N \bar{s}} \rho_N(\bar{s}, t) \frac{d^N \bar{s}}{(2\pi\lambda)^N} = \sum_N \prod_{\sigma=1}^N \int_{\Delta \bar{s}_\sigma} \rho_\sigma(\bar{s}_\sigma, t) \frac{d\bar{s}_\sigma}{2\pi\lambda} = 1 - \quad (7)$$

определяет полную вероятность (равную единице) того, что процесс принятия решения реализуется на любом дозволённом векторе  $\bar{s}$ , принадлежащем фазовому объёму  $\Delta^N \bar{s} = \Delta \Gamma_N / (2\pi\lambda)^{-N}$ , где

$$\Delta \Gamma_N = (2\pi\lambda)^{-N} \int_{\Delta^N \bar{s}} d^N \bar{s} (N = const) - \quad (8)$$

число степеней свободы, включающее все дозволённые векторы хозяйственных решений и называемое статистическим весом микросистемы. Подчеркнем, что такое определение относится к микроэкономическим системам с фиксированным числом степеней свободы ( $N = const$ ) при условии, что каждая из них в любой момент времени содержит лишь одно решение (т. е. при так называемом условии спецификации хозяйственных решений).

Если число степеней свободы микросистемы не фиксировано (в отсутствие спецификации принимаемых решений, например, в организациях общественного питания, сфере услуг, продовольственном рынке и т. п., где степени свободы могут спонтанно появляться или исчезать), то существует  $N!$  равновероятных способов поместить данный вектор решения в одну из  $N$  существующих в данный момент времени степеней свободы. Поэтому статистический вес  $\Delta \Gamma'_N$  такой микросистемы определяется путем деления полного числа дозволённых векторов решения (8) на  $N!$ :

$$\Delta \Gamma'_N = \frac{1}{N!} \int_{\Delta^N \bar{s}} \frac{d^N \bar{s}}{(2\pi\lambda)^N} (N \neq const). \quad (9)$$

Логарифм статистического веса:

$$S_N = \ln \Delta \Gamma_N = \sum_{\sigma=1}^N S_\sigma, (N_i = const);$$

$$S'_N = \ln \Delta \Gamma'_N, (N \neq const) \quad (10)$$

называемый энтропией, является аддитивной мерой объёма портфельных задач микроэкономической системы.

Определим величину денежного капитала  $U_N$  микросистемы как длину одномерного многообразия подпространства денежной составляющей  $\bar{s}_2$  векторов решений (см. (2)):

$$U_N = \int d\bar{s}_2 = \sum_{\sigma=1}^N U_\sigma = \sum_{\sigma=1}^N \int ds_{2\sigma}, \quad (11)$$



где  $U_\sigma$  — величина капитала, приходящаяся на связь  $\sigma$ .

4. Введем среднее значение функции Гамильтона  $\bar{P}_N(t)$ , определенное на множестве допустимых решений  $\Delta^N \bar{s}$ :

$$\bar{P}_N(t) = \int_{\Delta^N \bar{s}} P_N(\bar{s}, t) \rho_N(\bar{s}, t) \frac{d^N \bar{s}}{(2\pi\lambda)^N} = \sum_{\sigma=1}^N \bar{P}_\sigma(t),$$

( $N = \text{const}$ ); (12)

$$\bar{P}'_N(t) = \int_{\Delta^N \bar{s}} P_N(\bar{s}, t) \rho_N(\bar{s}, t) \frac{1}{N!} \frac{d^N \bar{s}}{(2\pi\lambda)^N} = \sum_{\sigma=1}^N \bar{P}'_\sigma(t),$$

( $N \neq \text{const}$ ). (13)

В соответствии с экономическим смыслом статистического среднего выражения (12) и (13) представляют собой меру эффективности (рациональности) хозяйственных решений, принимаемых индивидами в условиях институционального взаимодействия, и называются усредненной способностью, или статистической собственностью микросистемы. Отметим, что формула (12) отвечает величине собственности, права которой вполне закреплены (четко специфицированы) за индивидами, подобно тому, как специфицированы решения, принимаемые этими индивидами на связях микроэкономической системы (см. п. 3).

Статистическая собственность  $\bar{P}_{N^*}$ , энтропия  $S_{N^*}$ , число связей  $N$  и величина денежного капитала  $U_N$  относятся к числу экзогенных аддитивных институциональных переменных (факторов), характеризующих институциональное состояние микросистемы в любой момент времени. Зависимость  $\bar{P}_N = \bar{P}_N(S_{N^*}, U_N, N)$  будем называть уравнением институционального состояния.

Определим величину  $\Gamma_N / (2\pi\lambda)^{-N}$  как объем фазового пространства, ограниченного формальной траекторией с «гамильтонианом»  $\bar{P}_N$ . Можно показать, что отношение  $\Delta\Gamma_N / \Gamma_N$  характеризует эффективную область разброса динамической собственности относительно среднего значения  $\bar{P}_N$ , причем размер этой области убывает с увеличением числа связей  $N$  в системе как  $1 / \sqrt{N}$ .

Экономическая природа данного феномена состоит в том, что при взаимодействии большого числа индивидов вполне рациональная деятельность каждого из них маловероятна в отсутствие рационального поведения хотя бы одного индивида. Приведенный результат справедлив и для микросистем с относительно небольшим числом связей, если индивиды наделены богатым опытом хозяйственной деятельности и достаточно высоким уровнем

профессиональной подготовки. Малая величина относительного статистического веса  $\Delta\Gamma_N / \Gamma_N$  в этом случае объясняется генерацией в фазовом пространстве большого числа квантов динамической способности индивидов, локализующихся в непосредственной близости от «регулярной траектории» с «гамильтонианом»  $\bar{P}_N$  (подобно локализации квантов способности вблизи оптимальной траектории микросистемы в вероятностно-динамической теории (Славин, 2014. С. 20, 21)).

Отметим, что сказанное выше позволяет с достаточной степенью точности приравнивать статистическую собственность  $\bar{P}_N(t)$  микросистемы ее динамической собственности (функции Гамильтона)  $P_N(\bar{s}, t)$  (4):

$$\bar{P}_N(t) \approx P_N(\bar{s}, t),$$

$$\Delta\Gamma_N / \Gamma_N \rightarrow 0. \quad (14)$$

и записать условие нормировки (7) с помощью теоремы о среднем в виде

$$\rho_N(\bar{P}_N, N) \Delta\Gamma_N(\bar{P}_N, N) = 1. \quad (15)$$

Важным следствием условия нормировки (7) является уравнение Лиувилля:

$$\frac{d\rho_N(\bar{s}, t)}{dt} = \frac{\partial \rho_N(\bar{s}, t)}{\partial t} + \{\rho_N(\bar{s}, t), P_N(\bar{s}, t)\} = 0, \quad (16)$$

выражающее свойство стационарности плотности распределения вероятности на траектории. Здесь  $\{\rho_N(\bar{s}, t), P_N(\bar{s}, t)\}$  — скобка Пуассона функций  $\rho_N(\bar{s}, t)$  и  $P_N(\bar{s}, t)$ . Вывод уравнения (16) удобно выполнить, прибегая к формальной аналогии со статистическим методом теоретической физики (Ландау, Лифшиц, 1976, § 3), поэтому мы его не приводим.

Если функция  $\rho_N(\bar{s}, t)$  зависит от времени явно  $\left( \frac{\partial \rho_N(\bar{s}, t)}{\partial t} \neq 0 \right)$ , то институциональные

процессы называются неравновесными. В противном случае говорят о квазиравновесных процессах и состоянии равновесия. Анализ уравнения Лиувилля показывает, что любое возмущение институциональных факторов приводит к неравновесным процессам в микросистеме, которые после снятия возмущения (по истечении так называемого времени релаксации  $\tau_r$ ) переходят в наиболее вероятное — равновесное состояние с функцией распределения  $\rho_N(\bar{s})$ , зависящей от гамильтониана  $P_N(\bar{s})$  и числа степеней свободы  $N$ .

Экономическая природа релаксационных процессов состоит в стремлении индивидов максимально использовать свои потенциальные возможности в постановке и решении хо-

зайственных задач. В начальной стадии таких процессов происходит осмысление сущности поставленной задачи, сопровождаемое интенсивной генерацией квантов способности в случайных точках пространства допустимых решений объема  $\Delta^N \bar{s}$ . В последующие моменты времени возрастающий массив квантов концентрируется вблизи «регулярной траектории» с «гамильтонианом»  $\bar{P}_N$ , результатом чего является переход от спонтанного выбора решений к более рациональному. В итоге, на конечной стадии релаксационного процесса — в равновесном состоянии — статистический вес  $\Delta\Gamma_N$  и энтропия  $S_N$  становятся функциями величины собственности  $\bar{P}_N$  и числа степеней свободы  $N$ , принимая при этом максимальные значения  $\Delta\Gamma_N(\bar{P}_N)$  и (см. формулы (10), (15))

$$S_N(\bar{P}_N, N) = \ln \Delta\Gamma_N(\bar{P}_N, N) = -\ln \rho_N(\bar{P}_N, N), \quad (17)$$

что обуславливает вполне рациональное поведение индивида.

Приведенное утверждение носит название закона возрастания энтропии институциональных микросистем. Оно определяет направленность хода институциональных процессов и является одним из основных законов статистической микроэкономики.

Теперь мы можем сформулировать главную задачу статистической микроэкономики, состоящую в изучении поведения хозяйствующего субъекта на различных стадиях процесса релаксации, описываемого решением уравнения Лиувилля  $\rho_N(\bar{s}, t)$  (16). Поскольку в ходе релаксационного процесса происходит упрощение вида плотности вероятности  $\rho_N(\bar{s}, t)$ , при котором на завершающей стадии она описывается выражением, зависящим от институциональных факторов микросистемы, изложение статистического метода удобно начать с изучения квазиравновесных процессов, чему и будет посвящена настоящая работа. Основное внимание мы уделим микросистемам с фиксированным числом связей  $N$ , отмечая лишь при необходимости особенности описания систем с неопределенным числом  $N$ .

#### Квазиравновесные процессы.

#### Институциональные переменные. Основное институциональное соотношение

5. Общий вид функции распределения микроэкономической системы в состоянии равновесия

$$\rho_N(\bar{s}) = \rho_N[P_N(\bar{s}), N] \quad (18)$$

легко установить, заметив, что свойствам мультипликативности функции (6) и аддитивности

гамильтониана (4) и числа связей  $N$  удовлетворяет лишь класс показательных функций:

$$\rho_N(P_N, N) = A_N e^{\delta P_N + \gamma N},$$

где  $A_N$  — нормировочная константа, определяемая из условия нормировки (7); постоянные  $\delta$  и  $\gamma$  являются характеристиками равновесного состояния микросистемы.

Для определения параметров  $\delta$  и  $\gamma$  вновь воспользуемся аналогией со статистическим методом теоретической физики (Ландау, Лифшиц, 1978, § 35), позволяющим получить для функции распределения малой подсистемы  $i$  равновесной микроэкономической системы следующее выражение:

$$\rho_i(P_i, N_i) = A_i \exp\left(-\frac{P_i + \chi_i N_i}{T}\right), \quad (19)$$

$(N_i = \text{const}),$

где

$$T = \frac{\partial \bar{P}_i}{\partial S_i}; \quad (20)$$

$$\chi_i = -\frac{\partial \bar{P}_i}{\partial N_i}. \quad (21)$$

Подчеркнем, что формула (19) справедлива только для однородных и четко организованных подсистем  $(\bar{P}_i, N_i)$  ( $N_i = \text{const}$ ), составляющих малую часть микроэкономических систем (например, участков цехов производственных предприятий, секторов НИИ, кафедр университетов и т. п.). Если подсистема не четко организована, т. е. число связей  $N_i$  не является контролируемой переменной (например, предприятия торговли или сервиса), то в состоянии равновесия величина способности и энтропия не будут зависеть от  $N_i$ , поэтому  $\frac{\partial \bar{P}_i}{\partial N_i} = 0$ , и рас-

пределение (19) принимает вид (здесь и ниже символом  $F'_i$  будем обозначать институциональные характеристики подсистем с неопределенным числом  $N_i$ )

$$\rho_i(P_i) = A_i \exp\left(-\frac{P_i}{T'}\right),$$

$$T' = \frac{\partial \bar{P}'_i}{\partial S'_i},$$

$$\bar{\chi}'_i = -\frac{\partial \bar{P}'_i}{\partial N_i} = 0 (N_i \neq \text{const}). \quad (22)$$

Параметр  $T$  ( $T'$ ) в формулах (20), (22) назовем солюционной восприимчивостью (от англ. *solution* — решение) микроэкономической системы. Он показывает, насколько может увеличиться усредненная способность индивида при заданном увеличении объема портфель-

ных задач. Можно показать, что в состоянии равновесия величина  $T(T')$  однородно распределена по связям  $\sigma$  микросистемы:

$$\frac{\partial \bar{P}_\sigma}{\partial S_\sigma} = T = \text{const} \left( \frac{\partial \bar{P}'_\sigma}{\partial S'_\sigma} = T' = \text{const} \right) \forall \sigma. \quad (23)$$

Согласно (23), в процессе взаимодействия, сопровождаемом недиссипативной передачей энтропии  $\Delta S_\sigma (\Delta S'_\sigma)$  (информации о принимаемых решениях), индивиды обмениваются равными долями статистической собственности  $T \Delta S_\sigma (T' \Delta S'_\sigma)$  даже в случае неоднородных микросистем. Другими словами, в отсутствие информационных потерь каждая взаимодействующая пара индивидов генерирует одинаковое (в среднем) число квантов способности (Иванов, Кукушкин (Славин), 2010, С. 186), что отвечает одинаковой степени ответственности индивидов за качество принимаемых решений.

Обратимся к обсуждению экономического смысла параметра  $\chi_i$  (21) ( $\chi'_i = 0$ ), получившего название коннекционной (от англ. *connection* — связь) восприимчивости подсистемы. Величина  $\chi_i$  показывает, в какой мере может быть увеличена усредненная способность подсистемы при уменьшении числа связей на единицу (при отсутствии инвестирования и сохранении структуры решаемых задач). Природа такой зависимости объясняется повышением активности индивидов в процессе поиска решений (т. е. увеличением скорости генерации квантов способности), компенсирующем снижение числа активных агентов. Отсюда следует, что коннекционная восприимчивость  $\chi_i$  характеризует величину усредненной способности, на которую может быть загружена любая связь однородной подсистемы в состоянии равновесия. В частности, величина  $\chi_i$  не изменится, если произойдет смена агентов на связях, сформированных принципалами подсистемы для решения однородной хозяйственной задачи.

Для неоднородных микросистем задачи, решаемые на связях, принадлежащих разным подсистемам  $i$  и  $k$ , вообще говоря, различаются по назначению и уровню сложности. Поэтому различаются и величины статистических собственностей ( $\chi_i \neq \chi_k$ ), которыми могут быть нагружены отдельные связи этих подсистем. Отсюда вытекает, что при  $\chi_i > \chi_k$  переход агента с подсистемы  $i$  в подсистему  $k$  сопровождается повышением собственности микросистемы на величину  $\chi_i - \chi_k$ .

Функция статистической собственности  $\bar{P}_i$  подсистемы  $i$  зависит (наряду с энтропией

$S_i$  и числом связей  $N_i$ ) от аддитивной величины денежного капитала  $U_i$  микросистемы (см. (11)). Определяя производную  $\frac{\partial \bar{P}_i}{\partial U_i} = -\zeta_i$ ,

можно показать (аналогично случаям солюционной и коннекционной восприимчивостей), что при квазиравновесном процессе величина  $\zeta_i$  однородно распределена по связям  $\sigma_i$  подсистемы  $i$ :

$$-\frac{\partial \bar{P}_{\sigma_i}}{\partial U_{\sigma_i}} = \zeta_i = \text{const} \quad \forall \sigma_i, \quad (N_i = \text{const}). \quad (24)$$

Параметр (24) получил название инвестиционной восприимчивости (или коэффициента освоения средств денежного капитала  $U_{\sigma_i}$ ) подсистемы  $i$ ; знак минус означает, что уменьшение величины  $U_{\sigma_i}$ , обусловленное снижением интенсивности инвестиционного потока или использованием капитальных средств при реализации принятых решений, стимулирует активность интеллектуальных резервов (рост числа квантов способности) индивида вследствие (положительной) работы  $-\zeta_i \Delta U_{\sigma_i}$  (например, по выпуску готовой продукции). Как и в случае коннекционной восприимчивости, величина инвестиционной восприимчивости неоднородных микросистем меняется при переходе от одной подсистемы к другой. Нетрудно видеть, что перенос единицы денежных средств с подсистемы  $i$  в подсистему  $k$  (при  $\zeta_i > \zeta_k$ ) приводит к повышению собственности микросистемы на величину  $\zeta_i - \zeta_k$ . Описанные выше свойства величин  $\zeta_i$  характерны и для инвестиционных восприимчивостей  $\zeta'_i = -\frac{\partial \bar{P}'_{\sigma_i}}{\partial U_{\sigma_i}}$  подсистем с неопределенным числом связей.

Солюционную, коннекционную и инвестиционную восприимчивости будем относить к числу эндогенных институциональных факторов.

6. Из формул (23) и (24) вытекает, что полный дифференциал усредненной способности связи  $d\bar{P}_{\sigma_i}$  может быть записан в виде разложения по двум его составляющим — энтропийной (или солюционной)  $T dS_{\sigma_i}$  и инвестиционной (денежной)  $-\zeta_i dU_{\sigma_i}$ :

$$d\bar{P}_{\sigma_i} = T dS_{\sigma_i} - \zeta_i dU_{\sigma_i}. \quad (25)$$

Равенство (25) описывает механизм взаимодействия индивидов (представленных принципалами и агентами) на связи  $\sigma_i$ , заключающийся в передаче полной собственности и ее составляющих от принципала к агенту при выборе решения задачи и его реализации.

В терминах неинституциональной микроэкономики речь идет о передаче прав собственности в ходе управленческого процесса, сопровождаемого работой внутренних сил связи. Подробное рассмотрение механизма такого взаимодействия, представленного двумя его видами — сбалансированной и несбалансированной передачей прав собственности, предпринято нами в следующем параграфе работы. Для случая несбалансированной передачи собственности получено выражение для транзакционных издержек на связи.

Суммируя (25) по индексу  $\sigma i$  и учитывая аддитивность экзогенных факторов и формулу (21), для однородной подсистемы  $i$  (с фиксированным числом степеней свободы  $N_i$ ) получаем так называемое основное институциональное соотношение (ниже черту усреднения над  $P$  не пишем)

$$dP_i = TdS_i - \zeta_i dU_i - \chi_i dN_i, \quad (26)$$

Равенство (26) характеризует работу (результат, эффект) хозяйственного процесса, определяемую изменением полной собственности подсистемы и ее составляющих — энтропийной (или солюционной)  $TdS_i$ , инвестиционной  $-\zeta_i dU_i$  и структурной (или коннекционной)  $-\chi_i dN_i$ . Ниже мы покажем, что анализ соотношения (26) приводит нас к доказательству одного из основных утверждений неинституциональной теории — теоремы Коуза.

Зависимость  $P_i = P_i(S_i, U_i, N_i)$  называется уравнением институционального состояния однородной подсистемы. В последнем параграфе настоящей работы будет показано, что вид этой зависимости, а также выражения для институциональных факторов микросистем можно найти, если обратиться к формулам (17) и (19):

$$P_i = \Omega_i + TS_i + \chi_i N_i. \quad (27)$$

Здесь функция  $\Omega_i(T, U_i, \chi_i) = T \ln A_i$ , называемая базовым институциональным потенциалом, определяется из условия нормировки (7) для функции распределения (19):

$$\Omega_i(T, U_i, \chi_i) = -T \ln Z_i(T, U_i, \chi_i), \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} Z_i(T, U_i, \chi_i) &= \sum_{N_i} e^{\frac{\chi_i N_i}{T}} \int_{\Delta \Gamma_{N_i}} e^{-\frac{P_i(\bar{s}, N_i)}{T}} d\Gamma_{N_i} \approx \\ &\approx \frac{e^{\frac{\chi_i N_i}{T}}}{(2\pi\lambda)^{N_i}} \int_{\Lambda^{N_i}} e^{-\frac{P_i(\bar{s}, N_i)}{T}} d^{N_i} \bar{s} \end{aligned} \quad (29)$$

статистическая сумма подсистемы с фиксированным числом степеней свободы  $N_i$ .

Вычисляя полный дифференциал функции (27) и сравнивая его с (26), получим

$$d\Omega_i = -\zeta_i dU_i - S_i dT + N_i d\chi_i, \quad (30)$$

откуда

$$\begin{aligned} \zeta_i &= -\frac{\partial \Omega_i}{\partial U_i}; \\ S_i &= -\frac{\partial \Omega_i}{\partial T}; \\ &= -\frac{\partial \Omega}{\partial \chi} \end{aligned} \quad (31)$$

Поскольку энтропия  $S_i$ , величина денежного капитала  $U_i$  и число связей  $N_i$  подсистемы, как правило, задаются условием задачи, то равенства (31) определяют эндогенные факторы  $T$ ,  $\zeta_i$  и  $\chi_i$ , а также величину статистической собственности  $P_i$  как функции от «удобных» переменных  $S_i$ ,  $U_i$  и  $N_i$ .

Аналогичным образом могут быть найдены основное институциональное соотношение и уравнение состояния подсистемы с неопределенным числом степеней свободы, если, на основании (9) и (22), записать базовый потенциал  $\Omega'_i$  в виде

$$\begin{aligned} \Omega'_i &= -T' \ln Z'_i = -T' \ln \left( \frac{1}{N_i!} Z_i \right); \\ \chi'_i &= 0. \end{aligned} \quad (32)$$

### Работа квазиравновесных процессов. Транзакционные издержки. Теорема Коуза

7. Как отмечалось выше, под работой связи  $\sigma i$  однородной подсистемы  $i$  в статистической микроэкономике понимается результат хозяйственной деятельности, описываемой изменением величины статистической собственности  $dP_{\sigma i}$  в соответствии с основным институциональным соотношением (26). Так, слагаемое  $TdS_{\sigma i}$  в (26) отвечает работе, совершаемой связью (или над связью)  $\sigma i$  по изменению объема и структуры портфеля хозяйственных задач. Если связь  $\sigma i$  нагружается новыми задачами и ее энтропия увеличивается ( $dS_{\sigma i} > 0$ ), то соответствующая работа  $TdS_{\sigma i} > 0$  называется «разогревом» связи. В противном случае, при опустошении портфеля задач (вследствие их решения и реализации:  $dS_{\sigma i} < 0$ ), говорят об «охлаждении» связи.

Аналогично, вложение денежных средств  $dU_{\sigma i} > 0$  в связь  $\sigma i$  представляет собой (отрицательную) работу капитала микросистемы, при которой усредненная способность индивида к выбору и реализации решения задачи уменьшается на величину  $dP_{\sigma i} = -\zeta_i dU_{\sigma i} < 0$



(вследствие снижения числа генерируемых квантов способности индивидов, см. п. 5). В том случае, когда реализация решения, принимаемого на связи, сопровождается затратами капитала ( $dU_{\sigma i} < 0$ ), следует говорить о положительной работе денежного капитала (поскольку результатом таких затрат является положительный эффект, в частности выпуск готовой продукции).

Подчеркнем, что каждая связь микроэкономической системы сформирована двумя индивидами, «работающими» друг на друга: один из них, именуемый принципалом (1), ставит задачу другому индивиду — агенту (2), который эту задачу обязан решить (см. рис. 1). В течение квазиравновесного процесса принципал вместе со сформулированной задачей ( $\Delta S_{\sigma i}^{(12)} < 0$ ) передает агенту долю своей статистической собственности  $T\Delta S_{\sigma i}^{(12)} < 0$  в то время, как агент, принимая эту задачу ( $\Delta S_{\sigma i}^{(21)} = -\Delta S_{\sigma i}^{(12)} > 0$ ), приобретает собственность  $T\Delta S_{\sigma i}^{(21)} > 0$ .

Для решения сформулированной задачи принципал выделяет агенту средства денежного капитала ( $\Delta U_{\sigma i}^{(12)} < 0, \Delta U_{\sigma i}^{(21)} = -\Delta U_{\sigma i}^{(12)} > 0$ ), в силу чего величины их усредненных способностей претерпевают изменения, показанные на рис. 1. Вместе с этим агент, используя эти средства ( $\Delta U_{\sigma i}^{(21)} < 0$ ), совершает положительную работу  $-\zeta_i \Delta U_{\sigma i}^{(21)} > 0$ , приводящую к созданию товарного продукта. В процессе реализации товара на идеальном рынке принципалу возвращаются использованные деньги ( $\Delta U_{\sigma i}^{(12)} > 0$ ), и его усредненная способность уменьшается ( $-\zeta_i \Delta U_{\sigma i}^{(12)} < 0$ ).

Таким образом, квазиравновесный процесс взаимодействия принципала и агента характеризуется сбалансированной передачей усредненной способности (статистической собственности) и ее составляющих на каждой связи микросистемы:

$$\begin{aligned} T(\Delta S_{\sigma i}^{(12)} + \Delta S_{\sigma i}^{(21)}) &= T\Delta S_{\sigma i} = 0; \\ \zeta_i(\Delta U_{\sigma i}^{(12)} + \Delta U_{\sigma i}^{(21)}) &= \zeta_i \Delta U_{\sigma i} = 0; \\ \Delta P_{\sigma i} &= 0; \end{aligned} \quad (33)$$

Можно сказать, используя терминологию неоинституциональной теории (см. Олейник, 2002. С. 124), что на связи  $\sigma i$  имеет место сбалансированное отношение прав собственности между индивидами при условии их четкой спецификации.

8. Из формулы (33) вытекает, что в силу аддитивности обмениваемых факторов для однородных подсистем (в этом пункте рассматриваются подсистемы с определенным числом  $N_i$ ) справедливы законы сбалансированного

обмена правами собственности, эквивалентные законам сохранения величин собственности  $P_i$ , энтропии  $S_i$ , денежного капитала  $U_i$ :

$$\Delta P_i = 0; \Delta S_i = 0; \Delta U_i = 0 \quad (34)$$

и (в соответствии с (26)) числа связей  $N_i$ :

$$\Delta N_i = 0. \quad (35)$$

Заметим, что равенство  $\Delta S_i = 0$  представляет собой условие максимальности работы квазиравновесных процессов в подсистемах. Действительно, пусть данный процесс явился результатом релаксации системы при неравновесном процессе с начальной величиной собственности  $P_{0i}$ . Если собственность подсистемы в состоянии равновесия  $P_i(S_i)$ , то работа неравновесного процесса  $A_i(S_i) = P_i(S_i) - P_{0i}$ . Дифференцируя это равенство по энтропии, получаем

$$\Delta A_i = \frac{\partial P_i}{\partial S_i} \Delta S_i = T\Delta S_i. \quad (36)$$

Поскольку релаксация микросистемы сопровождается ростом энтропии, работа  $A_i(S_i)$  увеличивается ( $T\Delta S_i > 0$ ) и достигает максимального значения в состоянии равновесия, т. е. при  $\Delta S_i = 0$ .

Разумеется, к такому же выводу приводит равенство  $\Delta P_i = 0$  (при отсутствии инвестиционных потоков и сохранении числа связей), выражающее условие максимума величины собственности. В этом случае оно может рассматриваться как критерий полной рациональности институционального поведения индивидов, подобно тому, как условие максимума функции Гамильтона (4) (динамической собственности) является критерием оптимальности принимаемых решений в неоклассической теории (Иванов, Кукушкин (Славин), 2010. С. 187).

Соотношения (34) и (35) выражают известную в неоинституциональной теории теорему Коуза (Олейник, 2002. С. 126). Для статистической интерпретации этой теоремы предварительно введем понятие транзакционных издержек. Заметим, что упомянутая выше четкая спецификация прав собственности требует юридического оформления соглашения о закреплении экономических объектов за индивидами, участвующими в сбалансированной передаче прав собственности на связях микросистемы. Создание такого соглашения, разумеется, потребует выхода за рамки внутрисистемного взаимодействия, в результате чего исследуемая микросистема перестает быть замкнутой, и в ней нарушаются законы сохранения

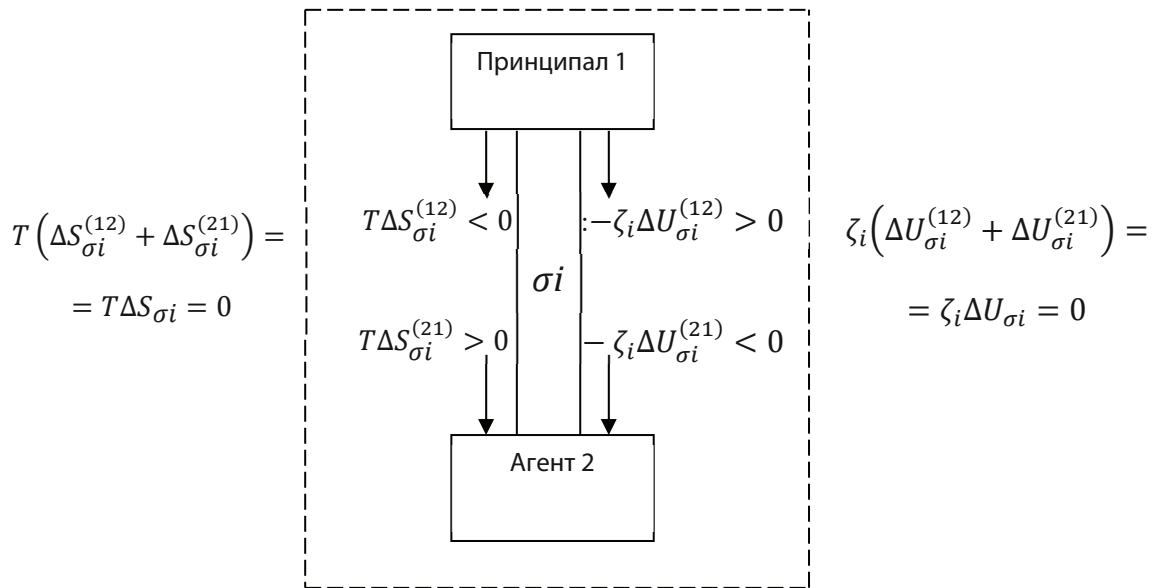


Рис. 1. Сбалансированная передача солюционной и инвестиционной составляющих статистической собственности на связи  $\sigma_i$

(34). Так, вследствие формирования новых (не экономических) межсистемных связей ( $dN_i > 0$ ) за счет мобилизации средств денежного капитала ( $dU_i > 0$ ) из данной системы возникнут потоки портфельных заказов ( $dS_i < 0$ ), приводящие к уменьшению величины собственности ( $dP_i < 0$ ), что эквивалентно дополнительным (непроизводственным) затратам, снижающим эффективность хозяйственной деятельности микросистемы. Такие затраты получили название транзакционных издержек.

Для нахождения величины транзакционных издержек допустим, что в микросистеме с рассмотренным выше взаимодействием принципала и агента (12) возникла новая степень свободы  $\sigma' = (13)$ , связывающая принци-

пала с внешним агентом 3, являющимся конкурентом в поставках на идеальный рынок однородной продукции (см. рис. 2). Для устранения возникших экстерналий составляется контракт, который, например, обязывает стороны придерживаться определенного графика поставок. С этой целью принципал 1 решает в пользу внешнего агента юридические формальности ( $\Delta S_{\sigma'}^{(13)} < 0$ , где величина  $\Delta S_{\sigma'}^{(13)}$  определяется числом пунктов формируемого контракта), передавая ему долю своей собственности  $T\Delta S_{\sigma'}^{(13)} < 0$ , что и обуславливает транзакционные издержки. Оценку величины этих издержек  $\Delta U_{\sigma'}^{(tac)} < 0$  получим из условия компенсации потерь  $T\Delta S_{\sigma'}^{(13)}$  денежной составляющей собственности  $-\zeta_i \Delta U_{\sigma'}^{(tac)} > 0$  на связи  $\sigma$ :

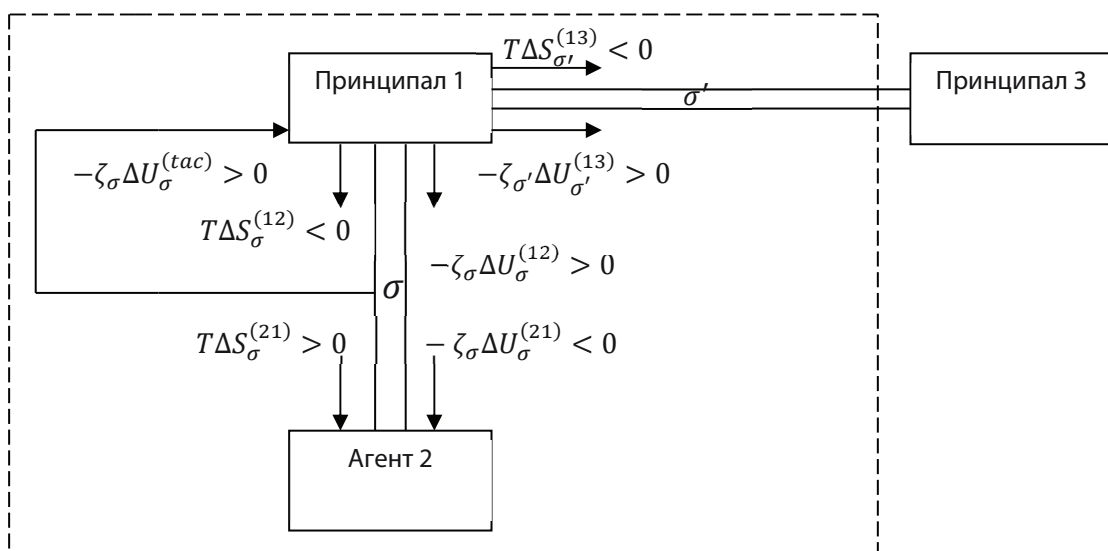


Рис. 2. Формирование транзакционных издержек  $\Delta U_{\sigma}^{(tac)}$  на связи  $\sigma$

$$\Delta U_{\sigma}^{(tac)} = T \Delta S_{\sigma}^{(13)} / \zeta_i, \quad (37)$$

Возвращаясь к статистической интерпретации теоремы Коуза, напомним (см. п. 3), что условия сбалансированного обмена собственностью (33) и (34) с необходимостью предполагают закрепление в любой момент времени  $t$  за каждой степенью свободы вектора решения  $\bar{s}(t) \in \Delta \bar{S}_{\sigma}$ , что эквивалентно требованию четкой спецификации прав собственности на связях.

Вместе с этим, равенства (34), выражающие условие замкнутости микроэкономической системы, разумеется, исключают появление каких-либо транзакционных издержек. Поэтому вытекающее из этих равенств и формулы (26) соотношение (35) — условие сохранения организационной структуры микросистемы — составляет содержание теоремы Коуза. Разумеется, условие (35) не будет нарушаться и в том случае, если изменится распределение прав собственности при сохранении условий баланса их обмена.

Таким образом, теорему Коуза, являющуюся следствием условия максимума величины собственности  $\Delta P_i = 0$ , можно рассматривать как критерий полной рациональности поведения индивидов в условиях сложных институциональных взаимодействий.

**Расчет институциональных переменных**

9. В этом разделе будут найдены аналитические выражения институциональных факторов однородных подсистем микроэкономических систем, динамическая собственность  $P_i(\bar{s}_i, N_i)$  которых может быть аппроксимирована функцией Гамильтона свободного потребителя (Славин, Урусова, 2016. С. 140):

$$P_i(\bar{s}_i, N_i) = \frac{\beta_i \bar{b}_i^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma i=1}^{N_i} \beta_{\sigma i} b_{\sigma i}^2, \quad (38)$$

где  $b_i = (b_{\sigma i}) \equiv \bar{s}_i$  — вектор материальной составляющей фазового пространства (см. (2));  $\beta_i$  и  $\beta_{\sigma i}$  — полезность активов подсистемы  $i$  и ее степеней свободы  $\sigma i$ . К таким микросистемам относятся, главным образом, предприятия, осуществляющие процесс коллективного потребления (организации общественного питания, торговли и сферы услуг) при условии, что число потребителей  $N_i$  в ходе этого процесса не меняется (питание в санатории, шопинг-туры и т. п.), либо является неопределенной величиной (обслуживание случайных посетителей в столовых, ресторанах, парикмахерских и т. п.).

С учетом (38) представим интеграл базового институционального потенциала  $\Omega_i$  (28) ( $\Omega'_i$  (32)) в виде

$$\int_{\Delta \bar{b}_i \Delta \bar{x}_i} e^{-\frac{\beta_i \bar{b}_i^2}{2T}} d\bar{b}_i d\bar{x}_i = \left( \Delta x_{\sigma i} \int_0^{\Delta b_{\sigma i}} db_{\sigma i} e^{-\frac{\beta_{\sigma i} b_{\sigma i}^2}{2T}} \right)^{N_i} = \left[ \Delta x_{\sigma i} \sqrt{\frac{4\pi T}{\beta_{\sigma i}}} \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{\beta_{\sigma i}}{2T}} \Delta b_{\sigma i} \right) \right]^{N_i}, \quad (39)$$

где  $\operatorname{erf}(u)$  — функция ошибок;  $\Delta x_{\sigma i} = \alpha \frac{U_i}{N_i}$  и  $\Delta b_{\sigma i} = \alpha b_{\sigma i 0}$  — денежное и материальное выражение активов, выделенных для проведения операции  $\sigma i$  и связанных между собой соотношением (см. (8)):

$$\Delta x_{\sigma i} \Delta b_{\sigma i} = \alpha^2 \frac{U_i b_{\sigma i 0}}{N_i} = 2\pi \lambda e^{S_i/N_i} (N_i = \text{const}) \quad (40)$$

или (см. (9))

$$\frac{1}{N_i!} (\Delta x_{\sigma i} \Delta b_{\sigma i})^{N_i} = (2\pi \lambda)^{N_i} e^{S_i} (N_i \neq \text{const}); \quad (41)$$

$\alpha$  — коэффициент пропорциональности между выделенными активами и фактически используемыми.

Можно показать, что для характерных параметров процесса коллективного потребления величина  $u = \sqrt{\frac{\beta_{\sigma i}}{2T}} b_{\sigma i} > 1$  и, следовательно,  $\operatorname{erf}(u) \approx 1$ , что позволяет записать базовый потенциал  $\Omega_i$  в виде

$$\Omega_i(T, U_i, \chi_i) = -N_i T \left[ \ln \left( \sqrt{\frac{T}{2\pi \lambda^2 \beta_i}} \frac{U_i}{N_i} \right) + \frac{\chi_i}{T} \right], \quad N_i = \text{const} \quad (42)$$

или

$$\Omega'_i(T', U_i, \chi'_i) = -N_i T' \ln \left( \sqrt{\frac{e^2 T'}{2\pi \lambda^2 \beta_i}} \frac{U_i}{N_i^2} \right), \quad N_i \neq \text{const}. \quad (43)$$

Здесь мы учли, что в условиях равновесного (оптимального) потребления полезности благ на каждой степени свободы одинаковы (Славин, Урусова, 2016. С. 141–144) и равны  $\beta_{\sigma i} = \beta_i, \forall \sigma i$ .

Дифференцируя (42) по  $T$  и  $U_i$ , получим выражения для энтропии  $S_i$  и инвестиционной восприимчивости  $\zeta_i$  подсистемы ( $N_i = \text{const}$ ) (см. (31)):

$$S_i = -\frac{\partial \Omega_i}{\partial T} = N_i \ln \left( \frac{U_i}{N_i} \sqrt{\frac{eT}{2\pi \lambda^2 \beta_i}} \right); \quad (44)$$

$$\zeta_i = -\frac{\partial \Omega_i}{\partial U_i} = -\frac{N_i T}{U_i}, \quad (45)$$

Воспользовавшись далее соотношениями (21), (27) и (44), получаем выражения для кон-

некционной восприимчивости  $\chi_i$  и величины собственности  $P_i$ :

$$\chi_i = -T \frac{\partial S'_i}{\partial N_i} = -T \ln \left( \frac{U_i}{N_i} \sqrt{\frac{T}{2\pi e \lambda^2 \beta_i}} \right);$$

$$P_i = \frac{1}{2} N_i T. \quad (46)$$

Разрешая уравнение (44) относительно солюционной восприимчивости  $T$ , запишем эндогенные институциональные переменные и величину статистической собственности  $P_i$  в виде функций от экзогенных переменных  $S_i$ ,  $N_i$  и  $U_i$  (точнее, удельных значений энтропии  $S_i/N_i$  и денежного капитала  $U_i/N_i$ ):

$$T = \frac{2\pi\lambda^2 N_i^2}{U_i^2} \beta_i e^{\frac{2S_i-1}{N_i}};$$

$$\chi_i = \frac{2\pi\lambda^2 N_i^2}{U_i^2} \beta_i \left( \frac{S_i}{N_i} - 3 \right) e^{\frac{2S_i-1}{N_i}};$$

$$\zeta_i = \frac{2\pi\lambda^2 N_i^5}{U_i^5} \beta_i e^{\frac{2S_i-1}{N_i}};$$

$$P_i = \frac{N_i}{2} \frac{2\pi\lambda^2 N_i^2}{U_i^2} \beta_i e^{\frac{2S_i-1}{N_i}} = -\frac{\Omega_i}{2}. \quad (47)$$

$$P_i = \frac{N_i}{2} \frac{2\pi\lambda^2 N_i^2}{U_i^2} \beta_i e^{\frac{2S_i-1}{N_i}} = -\frac{\Omega_i}{2}. \quad (48)$$

Соотношение (48) представляет собой уравнение институционального состояния подсистемы с фиксированным числом степеней свободы  $N_i$ .

Выразим удельную энтропию  $S_i/N_i$  с помощью формулы (40):

$$\frac{S_i}{N_i} = \ln \left( \alpha^2 \frac{U_i}{N_i} \frac{b_{\sigma i 0}}{2\pi\lambda} \right) \quad (49)$$

и подставим ее в (48); в результате статистическую собственность  $P_i$  (а также остальные институциональные переменные) можно записать в виде функции от исходных данных задачи:

$$P_i = N_i \frac{\beta_i b_{\sigma i 0}^2}{2} \frac{\alpha^4}{2\pi e}. \quad (50)$$

Приравнявая теперь (на основании формулы (14) статистическую собственность (50) ее динамической собственности (38), найдем величину коэффициента  $\alpha = \sqrt[4]{2\pi e} \approx 2$ .

В том случае, если число  $N_i$  не определено ( $N_i \neq \text{const}$ ), энтропия  $S'_i$  подсистемы может быть записана в виде

$$S'_i = -\frac{\partial \Omega'_i}{\partial T'} = N_i \ln \left( \frac{U_i}{N_i^2} \sqrt{\frac{e^3 T'}{2\pi\lambda^2 \beta_i}} \right). \quad (51)$$

Находя отсюда восприимчивость  $T'$ , запишем выражения для остальных институциональных факторов в «удобных» переменных:

$$T' = \frac{2\pi\lambda^2 N_i^4}{U_i^2} \beta_i e^{\frac{2S'_i-3}{N_i}};$$

$$\chi'_i = -T' \frac{\partial S'_i}{\partial N_i} = -\frac{2\pi\lambda^2 N_i^4}{U_i^2} \beta_i \left( \frac{S'_i}{N_i} - 1 \right) e^{\frac{2S'_i-3}{N_i}}, \quad (52)$$

$$\zeta'_i = -\frac{N_i T'}{U_i} = -\frac{2\pi\lambda^2 N_i^5}{U_i^5} \beta_i e^{\frac{2S'_i-3}{N_i}},$$

$$P'_i = \frac{1}{2} N_i T' = \frac{N_i}{2} \frac{2\pi\lambda^2 N_i^4}{U_i^2} \beta_i e^{\frac{2S'_i-3}{N_i}}. \quad (53)$$

Отсюда, полагая  $\chi'_i = 0$  (см. (22), для равновесного числа степеней свободы  $N_{ie}$  с учетом (52) получаем уравнение

$$N_i = S'_i = \ln \left[ \frac{1}{N_i!} \left( \frac{\Delta x_{\sigma i} \Delta b_{\sigma i}}{2\pi\lambda} \right)^{N_i} \right], \quad (54)$$

решение которого имеет вид

$$N_{ie} = \frac{\Delta x_{\sigma i} \Delta b_{\sigma i}}{2\pi\lambda} = \alpha^2 \frac{U_{\sigma i} b_{\sigma i 0}}{2\pi\lambda}. \quad (55)$$

Полученный результат вполне очевиден, поскольку определяет равновесное число степеней свободы при условии, что индивид, реализующий решение на каждой из них, может быть выбран произвольным образом. Это условие эквивалентно условию отсутствия четкой спецификации прав собственности индивидов, которое необходимо присутствует в подсистемах с определенным числом степеней свободы.

### Заключение

Предложенные в работе базовые положения статистического метода и результаты развития их в рамках формализма плотности вероятности в достаточной мере отражают идеи основных направлений неинституционального учения. Действительно, уже в понятии микроэкономической системы заложено представление о контрактах как факторах, организующих структуру хозяйственных связей (степеней свободы) микросистемы. Поскольку каждая такая связь характеризуется определенной величиной собственности (наряду с ее энтропийной и денежной составляющими), то следует говорить о закреплении собственности (прав собственности) за индивидами, взаимодействующими на этой связи. Если при таком взаимодействии величина собственности и ее составляющие не меняются, то поведение индивидов определяется как вполне рациональное. Это положение, выражающее сущность теоремы Коуза, сближает идеи полного рационализма неинституционального учения с критериями оптимальности неоклассики. Внешние возмущения (экстерналии) микросистемы приводят к диссипации ее полной собственности и нарушениям условий теоремы Коуза, что сопрово-



ждается появлением в системе транзакционных издержек. В данной работе предложен алгоритм расчета институциональных факторов и транзакционных издержек для микроэкономических систем типа коллективного питания и службы быта.

#### Список источников

- Асеев С. М., Бесов К. О., Кряжимский А. В. Задачи оптимального управления на бесконечном интервале времени в экономике // *Успехи математических наук*. 2012. Т. 67. Вып. 2. С. 3–64.
- Белых В. В. Математическая модель выручки предприятия в условиях неопределенного спроса // *Экономика и математические методы*. 2020. Т. 56. Вып. 1. С. 100–113.
- Гольдштейн Е. Г., Малков У. Х. и др. Об одном численном методе решения биматричных игр // *Экономика и математические методы*. 2013. Т. 49. Вып. 4. С. 94–104.
- Демсец Г. К теории прав собственности. М.: Социум, 2011.
- Иванов А. Г., Кукушкин В. А. О вероятностно-динамическом методе в задачах микроэкономики // *Вестник ННГУ*. 2010. Вып. 1. С. 179 — 189.
- Клейнер Г. Б. Системная экономика и системно-ориентированное моделирование // *Экономика и математические методы*. 2013. Т. 49. Вып. 4. С. 71–93.
- Коуз Р. Фирма, рынок и право. М.: Дело ЛТД, 1993. 192 с.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Часть 1: серия «Теоретическая физика». Т. V. М.: Наука, 1976. 584 с.
- Макаров В. Л. Исчисления институтов // *Экономика и математические методы*. 2003. Т. 39. Вып. 2. С. 14–37.
- Нейман фон Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 708 с.
- Норт Д. Институты, институциональные изменения и функционирование экономики. М.: Фонд экономической книги «Начала», 1997. 188с.
- Нэш Дж. Ф. Некооперативные игры. М.: Физматгиз, 1961. С. 205–221.
- Олейник А. Н. Институциональная экономика: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2002. 416 с.
- Петросян Д. С. Математические модели институциональной экономики // *Аудит и финансовый анализ*. 2006. Вып. 4. С. 279–312.
- Скаржинская Е. М., Цуриков В. И. О возможности последовательного приближения к равновесию в коалиционной игре при повторении коллективных действий // *Экономика и математические методы*. 2020. Т. 56. Вып. 4. С. 103–115.
- Славин В. А. Рыночная динамика производственно-экономических системы // *Вестник ИНЖЭКОНа*. 2012. Вып. 2. С. 13–21.
- Славин В. А. Элементы динамической теории экономического взаимодействия // *Журнал экономической теории*. 2014. Вып. 1. С. 219–230.
- Славин В. А., Урусова И. Н. Вероятностно-динамические аспекты теории потребительского поведения // *Журнал экономической теории*. 2016. Вып. 4. С. 137–149.
- Coase R. H. The nature of the firm // *Economica*. 1937. No. 3. P. 386–405; DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1468-0335.1937.tb00002.x>.
- Mikusheva A. Estimation of dynamic stochastic general equilibrium model // *Quantile*. 2014. No. 12. P. 1–21.
- Ogoun S., Ayaundu S. Firm attributes count and management accounting practices in an emerging market // *International Journal of Business and Economics Research*. 2020. Vol. 9. No. 3. P. 94–102.
- Veblen T. *The Theory of the Leisure Class: An Economic Study of Institutions*. New York.: Macmillan, 1899.

#### References

- Aseev, S. M., Besov, K. O., & Kryazhimskiy, A. V. (2012). Zadachi optimal'nogo upravleniya na beskonechnom intervale vremeni v ekonomike [Problems of optimal control over an infinite time interval in economics]. *Uspekhi matematicheskikh nauk [Russian Mathematical Surveys]*, 67(2), 3–64. (In Russ.)
- Belykh, V. V. (2020). Matematicheskaya model' vyruchki predpriyatiya v usloviyah neopredelennoogo sprosa [A mathematical model of company revenue amid demand uncertainty]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical methods]*, 56(1), 100–113. (In Russ.)
- Golshtein, Ye. G., & Malkov, U. Kh., et al. (2013). Ob odnom chislennom metode resheniya bimatrichnykh igr [A Numerical Method for Solving Bimatrix Games]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical methods]*, 49(4), 94–104. (In Russ.)
- Demsetz, H. (2011). *K teorii prav sobstvennosti [Toward a Theory of Property Rights]*. Moscow, Russia: Sotsium. (In Russ.)
- Ivanov, A. G., & Kukushkin, V. A. (2010). O veroyatnostno-dinamicheskom me-tode v zadachakh mikroekonomiki [On Probabilistic Dynamic Method in Problems of Microeconomics]. *Vestnik NNGU [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod]*, 1, 179–189. (In Russ.)

- Kleiner, G. B. (2013). Sistemnaya ekonomika i sistemno-orientirovannoe modeli-rovanie [System economics and system-based modeling]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical methods]*, 49(4), 71–93. (In Russ.)
- Coase, R. (1993). *Firma, rynek i parvo [The Firm, Market, and the Law]*. Moscow, Russia: Delo LTD, 192. (In Russ.)
- Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1976). *Statisticheskaya fizika. Chast' 1: seriya «Teo-reticheskaya fizika» [Statistical Physics. Part 1. "Theoretical Physics"]*, Vol. 5. Moscow, Russia: Nauka, 584. (In Russ.)
- Makarov, V. L. (2003). Ischisleniya institutov [Calculus of institutions]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical methods]*, 39(2), 14–37. (In Russ.)
- von Neumann, Morgenstern, O. (1970). *Teoriya igr i ekonomicheskoe povede-nie [Theory of Games and Economic Behavior]*. Moscow, Russia: Nauka, 708. (In Russ.)
- North, D. (1997). *Instituty, institutsional'nye izmeneniya i funktsionirovanie ekonomiki [Institutions, Institutional Change and Economic Performance]*. Moscow, Russia: Fond ekonomicheskoy knigi «Nachalo», 188. (In Russ.)
- Nash, J. F. (1961). *Nekooperativnye igry [Non-cooperative games]*. Moscow, Russia: Fizmatgiz, 205–221. (In Russ.)
- Oleynik, A. N. (2002). *Institutsional'naya ekonomika: uchebnoe posobie [Institutional Economics]*. Moscow, Russia: INFRA-M, 416. (In Russ.)
- Petrosjan, D. S. (2006). Matematicheskie modeli institutsional'noy ekonomiki [Mathematical Models of Institutional Economy]. *Audit i finansovyy analiz [Audit and financial analysis]*, 4, 279–312. (In Russ.)
- Skarzhinskaya, E. M., & Tsurikov, V. I. (2020). O vozmozhnosti posledovatel'nogo priblizheniya k ravovesiyu v koalitsionnoy igre pri povtorennii kollektivnykh deystviy [On the possibility of successive approximation towards an equilibrium in a coalition game with reiterating collective action]. *Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical methods]*, 56(4), 103–115. (In Russ.)
- Slavin, V. A. (2012). Rynoch'naya dinamika proizvodstvenno-ekonomicheskikh sistemy [Market Dynamic of the Industrial and Economic System]. *Vestnik INZhEKONa [The Bulletin of UNECON]*, 2, 13–21. (In Russ.)
- Slavin, V. A. (2014). Elementy dinamicheskoy teorii ekonomicheskogo vzaimodey-stviya [Dynamic Theory of Economic Interaction Elements]. *Zhurnal Ekonomicheskoy Teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 1, 219–230. (In Russ.)
- Slavin, V. A., & Urusova, I. N. (2016). Veroyatnostno-dinamicheskie aspekty teorii potrebitel'skogo povedeniya [Probabilistic and Dynamical Aspects of the Consumer Behavior and Demand Theory]. *Zhurnal Ekonomicheskoy Teorii [Russian Journal of Economic Theory]*, 4, 137–149. (In Russ.)
- Coase, R. H. (1937). The nature of the firm. *Economica*, 3, 386–405. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1468-0335.1937.tb00002.x>.
- Mikusheva, A. (2014). Estimation of dynamic stochastic general equilibrium model. *Quantile*, 12, 1–21.
- Ogoun, S., & Ayaundu, S. (2020). Firm attributes count and management accounting practices in an emerging market. *International Journal of Business and Economics Research*, 9(3), 94–102.
- Veblen, T. (1899). *The Theory of the Leisure Class: An Economic Study of Institutions*. New York.: Macmillan.

### Информация об авторе

**Славин Вячеслав Александрович** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и теоретической механики, Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова (Чебоксары, Российская Федерация; e-mail: [slavin9297@mail.ru](mailto:slavin9297@mail.ru)).

### Author

**Vyacheslav A. Slavin** — PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate professor, Department of Higher Mathematics and Theoretical Mechanics, Chuvash State University (Cheboksary, Russian Federation; e-mail: [slavin9297@mail.ru](mailto:slavin9297@mail.ru)).

Дата поступления рукописи: 19.02.2021.

Прошла рецензирование: 18.03.2021.

Принято решение о публикации: 9.04.2021.

Received: 19 Feb 2021.

Reviewed: 18 March 2021.

Accepted: 9 Apr 2021.